Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile
Graduate School in Civil Engineering
Sede: Facoltà di Ingegneria - Università di Pavia - via Ferrata 1 – 27100 Pavia – Italy

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile VIII Ciclo nuova serie
(XXII Ciclo)

Impiego di tecniche numeriche e sperimentali per l'analisi di fenomeni multiphysics

Tesi di Dottorato

Ing. Massimo Raboni

Relatori:
Prof. Mario Gallati
Prof. Stefano Sibilla

Controrelatore:
Prof. Ugo Moisello

Pavia, Aprile 2010

Alla mia famiglia

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile
Graduate School in Civil Engineering

Settore:	Ingegneria
Field:	Engineering
Sede Amministrativa non consortile:	Università degli Studi di PAVIA
Administrative location:	University of Pavia
Durata:	3 anni
Duration:	3 years
Periodo formativo estero:	come previsto dal regolamento del Dottorato di Ricerca
Period in foreign organization:	as required by the school's rules
Numero minimo di corsi:	6
Minimum number of courses:	6

Recapiti - Addresses

Dipartimento di Meccanica Strutturale
via Ferrata 1 - 27100 Pavia - Italy
Tel. +39 0382 / 505450 Fax +39 0382 / 528422

Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale
via Ferrata 1 - 27100 Pavia - Italy
Tel. +39 0382 / 505300 Fax +39 0382 / 505589

Coordinatore - Coordinator

CASCIATI Fabio - Professore Ordinario di Scienza delle Costruzioni (ICAR/08)

Dipartimento di Meccanica Strutturale
via Ferrata 1 - 27100 Pavia – Italy Tel. +39 0382 / 505458 Fax +39 0382 / 528422
e-mail: fabio@dipmec.unipv.it

Collegio dei Docenti – Teaching Staff

CIAPONI Carlo	Professore Straordinario (ICAR02)
DEL GROSSO Andrea	Professore Ordinario, UniGe (ICAR/08)
FARAVELLI Lucia	Professore Ordinario (ICAR/08)
GALLATI Mario	Professore Ordinario (ICAR/01)
GOBETTI Armando	Professore Associato (ICAR/08)
MOISELLO Ugo	Professore Ordinario (ICAR/02)
PAPIRI Sergio	Professore Associato (ICAR/02)
SALA Roberto	Professore Associato (ING-IND/08)
MARCELLINI Alberto	Dirigente di ricerca. CNR - Milano

Organizzazione del corso

Il dottorato di ricerca in *Ingegneria Civile* presso la Scuola di Dottorato in Scienze dell'Ingegneria dell'Università degli Studi di Pavia è stato istituito nell'anno accademico 1994/95 (X ciclo).

Il corso consente al dottorando di scegliere tra quattro curricula: idraulico, sanitario, sismico e strutturale. Il dottorando svolge la propria attività di ricerca presso il Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale, per i primi due curricula, o quello di Meccanica Strutturale per gli ultimi due.

Durante i primi due anni sono previsti almeno sei corsi, seguiti da rispettivi esami, che il dottorando è tenuto a sostenere. Il Collegio dei Docenti, composto da professori dei due Dipartimenti e da alcuni esterni all'Università di Pavia, organizza i corsi con lo scopo di fornire allo studente di dottorato opportunità di approfondimento su alcune delle discipline di base per le varie componenti. Corsi e seminari vengono tenuti da docenti di Università nazionali ed estere.

Il Collegio dei Docenti, cui spetta la pianificazione della didattica, si è orientato ad attivare ad anni alterni corsi sui seguenti temi:

- Meccanica dei solidi e dei fluidi
- Metodi numerici per la meccanica dei solidi e dei fluidi
- Rischio strutturale e ambientale
- Metodi sperimentali per la meccanica dei solidi e dei fluidi
- Intelligenza artificiale

più corsi specifici di indirizzo.

Al termine dei corsi del primo anno il Collegio dei Docenti assegna al dottorando un tema di ricerca da sviluppare sotto forma di tesina entro la fine del secondo anno; il tema, non necessariamente legato all'argomento della tesi finale, è di norma coerente con il curriculum, scelto dal dottorando.

All'inizio del secondo anno il dottorando discute con il Coordinatore l'argomento della tesi di dottorato, la cui assegnazione definitiva viene deliberata dal Collegio dei Docenti.

Alla fine di ogni anno i dottorandi devono presentare una relazione particolareggiata (scritta e orale) sull'attività svolta. Sulla base di tale relazione il Collegio dei Docenti, "previa valutazione della assiduità e dell'operosità

dimostrata dall'iscritto", ne propone al Rettore l'esclusione dal corso o il passaggio all'anno successivo.

Il dottorando può svolgere attività di ricerca sia di tipo teorico che sperimentale, grazie ai laboratori di cui entrambi i Dipartimenti dispongono, nonché al Laboratorio Numerico di Ingegneria delle Infrastrutture.

Il “Laboratorio didattico sperimentale” del Dipartimento di Meccanica Strutturale dispone di:

1. una tavola vibrante che consente di effettuare prove dinamiche su prototipi strutturali;
2. opportuni sensori e un sistema di acquisizione dati per la misura della risposta strutturale;
3. strumentazione per la progettazione di sistemi di controllo attivo e loro verifica sperimentale;
4. strumentazione per la caratterizzazione dei materiali, attraverso prove statiche e dinamiche.

Il laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale dispone di:

1. un circuito in pressione che consente di effettuare simulazioni di moto vario;
2. un tunnel idrodinamico per lo studio di problemi di cavitazione;
3. canalette per lo studio delle correnti a pelo libero.

Course Organization

The Graduate School of Civil Engineering, a branch of the Doctorate School in Engineering Science, was established at the University of Pavia in the Academic Year of 1994/95 (X cycle). The School allows the student to select one of the four offered curricula: Hydraulics, Environment, Seismic engineering and Structural Mechanics. Each student develops his research activity either at the Department of Hydraulics and Environmental Engineering or at the Department of Structural Mechanics. During the first two years, a minimum of six courses must be selected and their examinations successfully passed. The Faculty, made by Professors of the two Departments and by internationally recognized scientists, organizes courses and provides the student with opportunities to enlarge his basic knowledge. Courses and seminars are held by University Professors from all over the country and abroad. The Faculty starts up in alternate years common courses, on the following subjects:

− solid and fluid mechanics,
− numerical methods for solid and fluid mechanics,
− structural and environmental risk,
− experimental methods for solid and fluid mechanics,
− artificial intelligence.

More specific courses are devoted to students of the single curricula.

At the end of each course, for the first year the Faculty assigns the student a research argument to develop, in the form of report, by the end of the second year; the topic, not necessarily part of the final doctorate thesis, should be consistent with the curriculum selected by the student. At the beginning of the second year the student discusses with his Coordinator the subject of the thesis and, eventually, the Faculty assigns it to the student. At the end of every year, the student has to present a complete report on his research activity, on the basis of which the Faculty proposes to the Rector his admission to the next academic year or to the final examination. The student is supposed to develop either theoretical or experimental research activities, and therefore has access to the

Department Experimental Laboratories, even to the Numerical Laboratory of Infrastructure
Engineering. The Experimental Teaching Laboratory of the Department of Structural Mechanics offers:

1. a shaking table which permits one to conduct dynamic tests on structural prototypes;
2. sensors and acquisition data system for the structural response measurements;
3. instrumentation for the design of active control system and their experimental checks;
4. an universal testing machine for material characterization through static and dynamic tests.

The Department of Hydraulics and Environmental Engineering offers:

1. a pressure circuit simulating various movements;
2. a hydrodynamic tunnel studying cavitation problems;
3. micro-channels studying free currents.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare il Prof. Mario Gallati e al Prof. Stefano Sibilla per avermi offerto la possibilità di svolgere questa tesi sotto la loro supervisione, per il costante supporto scientifico offerto e per l'entusiasmo trasmesso in questi anni.

Ringrazio inoltre l'Ing. Giovanni Braschi per la costruzione degli apparati sperimentali e lo sviluppo del codice di calcolo riguardante la termoablazione epatica a radiofrequenza.

A questo proposito un ringraziamento particolare va al Dott. Sandro Rossi, a Walter Corsiglia e all'intera equipe del reparto di Medicina VI – Ecografia interventistica dell'Ospedale Policlinico S. Matteo di Pavia per aver ispirato e supportato la ricerca sulla termoablazione epatica a radiofrequenza.

Ringrazio inoltre il Professor Amedeo Marini del Dipartimento di Chimica-Fisica dell'Università di Pavia per aver messo a disposizione la strumentazione per la misura della conducibilità termica del tessuto epatico e Chiara Milanese per il tempo che mi ha dedicato per svolgere le prove.

Una notevole gratitudine va all'Ing. Giuseppe Venchi e l'Ing. Olivier Gallati per aver fornito consigli e strumentazione indispensabile per l'esecuzione delle misure elettriche e termiche.

Un ringraziamento va a Invatec, al Dipartimento di Ingegneria Elettrica dell'Università di Pavia e al Gruppo Sapio per la fornitura di una parte della strumentazione impiegata.

Infine sono riconoscente a Pietro Raboni e Emanuela Torti per i numerosi confronti sugli argomenti trattati, nonché ai tesisti (Alen, Alessandra, Chiara, Denise, Filippo, Henri e Mariam) che hanno contribuito alla realizzazione di alcuni esperimenti contenuti in questo lavoro.

Elenco delle tesi – Previous PhD Theses

Battaini Marco (X Ciclo)	Sistemi strutturali controllati: progettazione e affidabilità (Novembre 1998).
Mariani Claudia (X Ciclo)	Problemi di ottimizzazione per strutture bidimensionali anisotrope (Novembre 1998).
Negri Antonella (X Ciclo)	Stima delle perdite idrologiche nei bacini di drenaggio urbani (Aprile 1999).
Pisano Aurora Angela (XI Ciclo)	Structural System Identification :Advanced Approaches and Applications (Aprile 1999).
Saltalippi Carla (XI Ciclo)	Preannuncio delle piene in tempo reale nei corsi d'acqua naturali (Aprile 1999).
Barbieri Eugenio (XI Ciclo)	Thermo fluid Dynamics and Topology: Optimization of an Active Thermal Insulation Structure (Aprile 2000).
Barbolini Massimiliano (XII Ciclo)	Dense Snow Avalanches: Computational Models, Hazard Mapping and Related Uncertanties (Aprile 2000).
Espa Paolo (XII Ciclo)	Moti atmosferici generati da forze di galleggiamento: simulazioni numeriche e studio su modello fisico (Aprile 2000).
Petrini Lorenza (XII Ciclo)	Shape Memory Alloys: Modelling the Martensitic Phase Behaviour for Structural Engineering Exploitation (Aprile 2000).

Podestà Stefano (XIII Ciclo)	Risposta sismica di antichi edifici religiosi: una nuova proposta per un modello di vulnerabilità.
Sturla Daniele (XIII Ciclo)	Simulazioni lagrangiane di flussi rapidamente variati nell'approssimazione di acque poco profonde.
Marazzi Francesco (XV Ciclo)	Semi -active Control of Civil Structures: Implementation Aspects (Gennaio 2003).
Nascimbene Roberto (XV Ciclo)	Sail Modelling for Maximal Speed Optimum Design (Gennaio 2003).
Giudici Massimo (XVI Ciclo)	Progettazione in regime non lineare di strutture in CAP a cavi aderenti e non aderenti (Aprile 2004).
Mutti Matteo (XVI Ciclo)	Stability Analysis of Stratified Three-phase Flows in Pipes (Febbraio 2004).
Petaccia Gabriella (XVI Ciclo)	Propagazione di onde a fronte ripido per rottura di sbarramenti in alvei naturali (Febbraio 2004).
D'Amico Tiziana (XVI Ciclo)	Ricerca e sviluppo di metodologie diagnostiche per il recupero di edifici monumentali: prove vibroacustiche sul tufo (Febbraio 2005).
Casciati Sara (XVII Ciclo)	Damage Detection and Localization in the Space of the Observed Variables (Febbraio 2005).
Barco Olga Janet (XVII Ciclo)	Modeling the Quantity and Quality of Storm Water Runoff Using SWMM (Marzo 2006).

Boguniewicz Joanna (XVIII Ciclo)	Integration of Monitoring and Modelling in the Surface Water State Evaluation Process of a Sub-Alpine Lake Watershed (Marzo 2006).
Bornatici Laura (XVIII Ciclo)	L'impiego degli algoritmi generici per la risoluzione dei problemi di progetto di reti di distribuzione idrica (Marzo 2006).
Collivignarelli M Cristina (XVIII Ciclo)	Trattamento di rifiuti liquidi mediante processi biologici aerobici termofili e mesofili e processi avanzati di ossidazione chimica in diversa (Marzo 2006).
Domaneschi Marco (XVIII Ciclo)	Structural Control of Cable-stayed and Suspended Bridges (Febbraio 2006).
Ráduly Botond (XVIII Ciclo)	Artificial Neural Network applications in Urban Water Quality Modeling (MArzo 2006).
Antoci Carla (XVIII Ciclo)	Simulazione numerica dell'interazione fluido-struttura con la tecnica SPH (Luglio 2006).
Cappabianca Federica (XVIII Ciclo)	La valutazione del rischio valanghivo attraverso la modellazione dinamica (Luglio 2006).
Callegari Arianna (XVIII Ciclo)	Applicazione di tecnologie di monitoraggio on-line per la gestione dei processi di trattamento reflui (Luglio 2006).
Gazzola Elisa (XVIII Ciclo)	Applicazione di processi biologici anaerobici al trattamento di acque reflue e fanghi di depurazione: aspetti tecnici ed energetici (Febbraio 2007).

Maranca Federica (XVIII Ciclo)	Valutazione del ciclo di vita (LCA): confronto tra sistemi di trasporto gas via gasdotto (Febbraio 2007).
Giuliano Fabio (XIX Ciclo)	Performance Based Design and Structural Control for Cable Suspension Bridges (Febbraio 2007).
Falappi Stefano (XIX Ciclo)	Simulazioni numeriche di flussi di fluidi viscosi e materiali granulari con la tecnica SPH (Febbraio 2007).
Zanaboni Sabrina (XIX Ciclo)	Pre-trattamento di rifiuti liquidi industriali mediante ossidazione ad umido (Febbraio 2007).
Bruggi Matteo (XX Ciclo)	Topology optimization using mixed finite elements (Febbraio 2008).
Cimellaro Gian Paolo (XX Ciclo)	Passive Control of Industrial Structures for Natural Hazard Mitigation: Analytical Studies and Applications (Febbraio 2008).
Pagliardi Matteo (XX Ciclo)	Application of PIV technique to the study of subaqueous debris flows (Febbraio 2008).
Todeschini Sara (XX Ciclo)	Il controllo degli scarichi fognari in tempo di pioggia mediante vasche di prima pioggia: aspetti progettuali e gestionali (Febbraio 2008).
Alessandro Abbà (XXI Ciclo)	Recupero dei rifiuti speciali nel settore delle costruzioni: studio delle possibilità di recupero e valutazione dei meccanismi di lisciviazione (Febbraio 2009).

Karim Hamdaoui (XXI Ciclo)	Experimental Applications on Cu-based shape Memory Alloys: Retrofitting of Historical Monuments and Base Isolation (Febbraio 2009).
Thomas Messervey (XXI Ciclo)	Integration of Structural Health Monitoring into the Design, Assessment, and Management of Civil Infrastructure (Febbraio 2009).
Filippo Ubertini (XXI Ciclo)	Wind Effects on Bridges: Response, Stability and Control (Febbraio 2009).
Clemente Fuggini (XXII Ciclo)	Using satellites systems for structural monitoring: accuracy, uncertainty and reliability (Febbraio 2010)

Indice

Abstract …… 1
Premessa ……. 3
Sommario …….. 5

Parte I: Termoablazione epatica a radiofrequenza

Capitolo 1.....11

La termoablazione epatica a radiofrequenza 11
1.1 Introduzione.....11
1.2 Il fegato e il tessuto epatico.....13
1.2.1 Struttura.....13
1.2.2 Le patologie tumorali.....15
1.3 La termoablazione a radiofrequenza.....16
1.3.1 La termoablazione.....16
1.3.2 L'impiego della radiofrequenza.....17
1.3.3 Tecnica di esecuzione della RFTA epatica.....19
1.4 Stato dell'arte sulla modellazione della RFTA.....21
1.5 Proprietà fisiche del tessuto epatico.....22
1.5.1 Proprietà termiche.....22
1.5.1.1 Cenni sulla trasmissione del calore.....22
1.5.1.2 Calore specifico: analisi bibliografica.....27

1.5.1.3 Conducibilità termica: analisi bibliografica 28
1.5.2 Proprietà elettriche 34
1.5.2.1 Cenni di elettrologia 34
1.5.2.2 L'influenza della struttura cellulare sulle proprietà elettriche dei tessuti 41
1.5.2.3 Analisi bibliografica 46
1.5.3 Densità e contenuto d'acqua 53
1.6 Osservazioni e obiettivi della tesi 54

Capitolo 2 57

Modello concettuale e modello matematico 57

2.1 Introduzione 57
2.2 Esperimenti 58
2.2.1 Esperimenti preliminari 59
2.2.2 Esperimenti di visualizzazione 62
2.3 Interpretazione del fenomeno e descrizione del modello concettuale 73
2.4 Modello matematico 78
2.4.1 Campo elettrico 78
2.4.1.1 Erogazione di una determinata potenza 80
2.4.2 Campo termico 81
2.4.3 Modellazione della vaporizzazione e interruzione del procedimento 82
2.4.3.1 Modello 0 83
2.4.3.2 Modello 1 83
2.4.3.3 Modello 2 84
2.4.3.4 Modello 3 86
2.5 Osservazioni conclusive 88

Capitolo 3 89

Determinazione delle proprietà del tessuto epatico 89

3.1 Introduzione 89
3.2 Proprietà elettriche 91
3.2.1 Descrizione generale degli esperimenti 91

3.2.1.1 Apparato sperimentale e tecniche di misura 92
3.2.1.2 Modalità di riscaldamento 94
3.2.1.3 Strategia di misura globale 96
3.2.1.4 Strategia di misura locale 98
3.2.2 Esperimenti preliminari 101
3.2.2.1 Variabilità tissutale 101
3.2.2.2 Dipendenza dall'invecchiamento 104
3.2.2.3 Osservazioni 106
3.2.3 Esperimenti in funzione della temperatura 107
3.2.3.1 Risultati 107
3.2.3.2 Sintesi dei risultati 120
3.2.3.3 Interpretazione dei risultati 122
3.2.3.4 Modello del comportamento elettrico del tessuto epatico durante il riscaldamento 128
3.3 Proprietà termiche 135
3.3.1 Calore specifico 135
3.3.1.1 Tecnica cp A 135
3.3.1.2 Tecnica cp B 143
3.3.2 Conducibilità termica 146
3.3.2.1 Misure con tecnica kEQ 1 147
3.3.2.2 Misure con tecnica kNEQ 1 150
3.3.2.3 Misure con tecnica kNEQ 3 159
3.3.2.4 Analisi dei risultati 165
3.4 Osservazioni conclusive 168

Capitolo 4 171

Simulazioni ed esperimenti 171

4.1 Introduzione 171
4.2 Modello numerico 172
4.2.1 Modellazione del campo elettrico 172
4.2.2 Modellazione della fase di riscaldamento 173
4.2.2.1 Modellazione delle perdite di calore attraverso le superfici 174

4.2.3 Modellazione della fase di vaporizzazione 174
4.3 Caso 2D piano 175
4.3.1 Esperimenti 175
4.3.1.1 Apparato sperimentale 175
4.3.1.2 Risultati 176
4.3.2 Simulazione del fenomeno 177
4.3.2.1 Adattamenti del modello numerico legati alla geometria 177
4.3.2.2 Risultati della simulazione 178
4.3.3 Osservazioni 182
4.4 Caso bidimensionale assialsimmetrico 183
4.4.1 Esperimenti 183
4.4.1.1 Apparato sperimentale 183
4.4.1.2 Risultati 184
4.4.2 Simulazione del fenomeno 186
4.4.2.1 Adattamenti del modello numerico legati alla geometria 186
4.4.2.2 Risultati della simulazione 188
4.4.3 Osservazioni 190
4.5 Caso 3D 190
4.5.1 Esperimenti 190
4.5.1.1 Apparato sperimentale 190
4.5.1.2 Esperimenti 192
4.5.2 Simulazione del fenomeno 201
4.5.3 Risultati della simulazione 203
4.5.4 Osservazioni 205
4.6 Osservazioni conclusive 206

Capitolo 5 207

Conclusioni e principali problemi aperti 207

Parte II: Flusso turbolento acqua-ossigeno in ambiente confinato e diffusione dell'ossigeno in acqua

Capitolo 6.....217

Flussi turbolenti multifase in ambienti confinati.....217

6.1 Introduzione.....217
6.2 Idrodinamica dei getti turbolenti.....220
6.3 Azioni dinamiche sulla bolla.....221
6.3.1 Forza di galleggiamento.....223
6.3.2 Forza di resistenza.....223
6.4 Meccanismi di trasferimento di materia.....225
6.4.1 La legge di Henry.....225
6.4.2 Trasferimento di materia nella fase liquida.....227
6.4.3 Trasferimento di materia attraverso un'interfaccia.....228
6.4.3.1 Modello del doppio film.....229
6.4.3.2 Modello della penetrazione.....231
6.4.3.3 Osservazioni sui modelli di trasferimento della materia.....232
6.4.3.4 Modellazione dell'area interfacciale specifica.....233
6.5 Modello concettuale.....235
6.6 Osservazioni conclusive.....235

Capitolo 7.....239

Analisi idrodinamica.....239

7.1 Introduzione.....239
7.2 Apparato sperimentale.....240
7.3 Misure sperimentali.....242
7.3.1 Misure di portata.....242
7.3.2 Misure di velocità puntuali.....243
7.3.2.1 Profilo 1.....244
7.3.2.2 Profilo 2.....246

7.3.2.3 Osservazioni 249
7.4 Simulazioni 249
7.4.1 Modello numerico 249
7.5 Discussione dei risultati 250
7.5.1.1 Velocità 250
7.5.1.2 Energia cinetica turbolenta 252
7.6 Osservazioni conclusive 253

Capitolo 8 255

Determinazione della distribuzione dimensionale delle bolle. 255

8.1 Introduzione 255
8.2 Cenni sulle immagini digitali 256
8.2.1 Istogramma e regolazione di intensità e luminosità 258
8.2.2 Riconoscimento dei contorni: l'algoritmo di Canny 260
8.2.3 Trasformata di Hough circolare 261
8.3 Apparato sperimentale 264
8.3.1 Iniezione dell'ossigeno puro 264
8.3.1.1 Sistema di iniezione 264
8.3.1.2 Misura della portata gassosa 264
8.3.2 Fotocamera 265
8.3.3 Illuminazione 265
8.4 Procedimento di esecuzione delle foto 265
8.5 Elaborazione delle immagini digitali 267
8.5.1 Analisi delle immagini 267
8.5.2 Metodo A: riconoscimento di archi di circonferenza 270
8.5.3 Metodo B: riconoscimento dei riflessi delle bolle 273
8.5.4 Metodo C: riconoscimento di bolle presenti in un database 275
8.5.5 Discussione dei risultati e scelta del metodo 277
8.6 Distribuzione dimensionale delle bolle 278
8.7 Osservazioni conclusive 281

Capitolo 9 283

Modello numerico dell'ossigeno: risultati e validazione 283
9.1 Introduzione 283
9.2 Descrizione del modello numerico 284
9.2.1 Dinamica delle bolle 284
9.2.2 Trasferimento di materia 288
9.2.3 Diffusione dell'ossigeno 288
9.3 Esperimento di validazione 290
9.3.1 Apparato sperimentale 290
9.3.2 Discussione dei risultati 293
9.4 Risultati 294
9.4.1 Analisi di sensitività 296
9.4.1.1 Distribuzione dimensionale delle bolle 296
9.5 Osservazioni conclusive 298

Capitolo 10 299

Conclusioni 299

Bibliografia 301
Parte I: Termoablazione epatica a radiofrequenza 301
Parte II: Flusso turbolento acqua-ossigeno in ambiente confinato e diffusione dell'ossigeno in acqua 307

Appendice A 313

Strumentazione impiegata negli esperimenti di RFTA 313

A.1 Sistema di acquisizione e filtraggio dei segnali 313
A.2 Sensori di temperatura 314
A.3 Calorimetro 318
A.4 Sensore di misura di effusività e conducibilità termica 319
A.5 Misuratore di impedenza e fase 319
A.6 Oscilloscopio 320
A.7 Sonde differenziali di tensione 322
A.8 Generatore a radiofrequenza 322

Appendice B 327

Controllo e misura di potenza elettrica e impedenza 327

B.1 Potenza elettrica 327
B.1.1 Verifiche di funzionamento e misura della potenza elettrica 327
B.1.2 Dettagli sulla misura della potenza 331
B.1.3 Controllo della potenza elettrica durante gli esperimenti 332
B.2 Impedenza 334
B.2.1 Misura e registrazione dell'impedenza 334

Appendice C 335

Approfondimenti connessi alle misure elettriche di tipo puntuale 335

C.1 Introduzione 335
C.2 Costante di cella degli elettrodi 335
C.2.1 Valutazione della costante di cella mediante tecnica numerica 336
C.2.2 Misura della costante di cella mediante tecnica sperimentale 339
C.2.2.1 Procedimento esatto 339
C.2.2.2 Procedimento semplificato 341
C.2.2.3 Conclusioni 342
C.3 Valutazione delle impedenze parassite 343

C.3.1 Procedimento di valutazione delle impedenze parassite 344
C.3.2 Risultati 345

Appendice D 347

Risultati prove elettriche eseguite con strategia globale 347

D.1 Introduzione.....347
D.2 Transitorio termico quasi-statico (QSTT) 347
D.3 Transitorio termico veloce (*QSTT*).....350
D.3.1 Analisi statistica 353
D.4 Esperimenti in funzione della pressione e della temperatura 353

Appendice E 357

Verifica e validazione del procedimento di misura del calore specifico mediante tecnica *cp A* 357

E.1 Introduzione.....357
E.2 Esperimenti di validazione 357
E.3 Verifica della potenza erogata 362
E.4 Valutazione delle perdite.....363
E.5 Osservazioni conclusive 365

Appendice F.....367

Descrizione delle tecniche di misura della conducibilità termica nei tessuti biologici.....367

F.1 Introduzione.....367
F.2 Tecnica in regime di equilibrio.....368
F.2.1 Tecnica *kEQ*.....368
F.3 Tecniche in regime di non equilibrio.....368
F.3.1 Tecnica *kNEQ 1* 369
F.3.2 Tecnica *kNEQ 2* 370
F.3.3 Tecnica *kNEQ 3* 376
F.3.3.1 Parte I: impiego della soluzione analitica.....376
F.3.3.2 Fase II: impiego della legge empirica.....382

Appendice G 385

Proprietà fisiche dei materiali impiegati negli esperimenti 385

G.1 Acqua e composti a base d'acqua 385
G.1.1 Proprietà termiche e termodinamiche 385
G.1.1.1 Calore specifico 385
G.1.1.2 Conducibilità termica 386
G.1.1.3 Parametri dell'equazione di Antoine 388
G.1.2 Densità 388
G.1.3 Proprietà elettriche 389
G.2 Altri materiali 392

Appendice H 393

Misura della portata di ricircolo 393

H.1 Introduzione 393
H.2 Metodo volumetrico 393
H.3 Metodo basato su bilancio dell'energia 394
H.3.1 Stima dell'accuratezza della misura 398

Appendice I 403

Velocimetro ad ultrasuoni ADV 403

I.1 Introduzione 403
I.2 Specifiche tecniche 404
I.3 Output dello strumento 406
I.4 Metodo di elaborazione dei dati 407

Appendice J 409

Modello numerico euleriano 409

J.1 Modelli di turbolenza 409
J.1.1 Introduzione 409
J.1.2 I modelli *k-ε* 413
J.1.2.1 Modello k-ε standard 414

J.1.2.2 Modello k-ε RNG 417
J.2 Funzioni di parete (wall-function).....420
J.2.1 Introduzione 420
J.2.2 Trattamento analitico 422
J.2.2.1 Implementazione numerica.....426
J.3 Codice di calcolo e cenni sui metodi di calcolo 427
J.3.1 Il metodo dei volumi finiti 428
J.3.2 Discretizzazione spaziale del flusso.....431
J.3.3 Formulazione del flusso convettivo 432
J.3.3.1 Schemi di discretizzazione spaziale.....433
J.3.4 Soluzione delle equazioni ai volumi finiti.....434
J.3.5 Algoritmi di soluzione: algoritmo SIMPLE.....435
J.3.5.1 Equazioni.....436
J.3.5.2 Sequenza di soluzione 437

Abstract

This PhD thesis is about the analysis of two multiphysics phenomena by means of numerical and experimental techniques.

The first part concerns the RadioFrequency Thermal Ablation (RFTA) applied to hepatocellular carcinomas (HCC).

After a description of the technique, Chapter 1 shows the state of the art of RFTA numerical simulation and of physical properties of liver tissue: specific heat, electrical and thermal conductivity.

Chapter 2 describes the physical and mathematical model of RFTA obtained from the observation of *ex-vivo* experiments on liver tissue specimens.

Ascertained the lack of useful data regarding the physical properties of liver tissue, Chapter 3 describes the techniques and shows the results obtained in the measurement of *ex-vivo* liver thermal and electrical properties.

In Chapter 4 data collected are used to develop the numerical model: the results are validated with *ex-vivo* RFTA experiments.

The second topic of the thesis concerns the study of dissolved oxygen behaviour into a tank mixed by means of a two-phase (water-oxygen) turbulent jet.

After a brief dissertation about mass transfer and diffusion mechanism, Chapter 6 presents the Eulerian-Lagrangian model developed to describe the case-study.

In Chapter 7, Eulerian model results, used to describe flow field inside the tank, are validated using velocity profiles inside a scale-model acquired with an Acoustic Doppler Velocimeter (ADV).

Bubble size distribution inside the water-oxygen turbulent jet is obtained adopting a semi-automatic technique based on a digital imaging algorithm of circular object detection (Chapter 8).

The results of the Lagrangian model are validated using dissolved oxygen measurements on the scale-model setup (Chapter 9).

Premessa

I fenomeni multiphysics sono regolati da un insieme di fenomeni fisici (che coinvolgono, ad esempio, la fluidodinamica, la termodinamica, la conduzione del calore e l'elettromagnetismo), chimici e biologici che interagiscono tra loro e si influenzano reciprocamente, rendendo non lineare il comportamento dei sistemi di cui fanno parte.

La presente tesi descrive l'analisi e la modellazione di due sistemi basati su fenomeni multiphysics: la termoablazione epatica a radiofrequenza e il trasferimento di materia dell'ossigeno tra la componente gassosa e l'acqua associato al flusso turbolento acqua-ossigeno di un getto in ambiente confinato.

La termoablazione epatica a radiofrequenza è una delle modalità più promettenti e maggiormente diffuse fra le tecniche non chirurgiche per il controllo locale dei tumori epatici.

La tecnica ha alcuni limiti, tra i quali la dimensione massima dei noduli trattabili e la possibilità di trattare organi e tessuti con caratteristiche fisiche (soprattutto di tipo elettrico) incompatibili con la strumentazione e la procedura attuale.

Il secondo filone di indagine riguarda una delle problematiche presenti nella gestione degli impianti di trattamento a fanghi attivi delle acque reflue: la disuniforme ossigenazione dei comparti biologici.

La ricerca esposta in questa tesi ha l'obiettivo di contribuire alla soluzione dei problemi presenti in entrambi i settori indagati, fornendo conoscenze e strumenti (il modello concettuale e la simulazione numerica validata dalle attività sperimentali).

Gli strumenti messi a punto hanno lo scopo non tanto di prevedere con esattezza i fenomeni studiati (fortemente influenzati dalla variabilità intrinseca di ciascun individuo, per la termoablazione a radiofrequenza, o di ciascun fango attivo, nel caso degli impianti di trattamento a fanghi attivi), ma di fornire utili

indicazioni sulla validità delle diverse proposte di miglioramento delle tecniche attuali.

Sommario

La *prima parte* della tesi, svolta con la supervisione del Prof. M.Gallati, riguarda l'attività svolta nell'analisi della termoablazione epatica a radiofrequenza, una tecnica per la cura dei carcinomi epatici.

Nel primo capitolo si introduce la tecnica e le problematiche ad essa connesse, nonché lo stato dell'arte sulla modellazione dei fenomeni.

Sono inoltre presentati alcuni cenni sull'anatomia, le patologie tumorali, la fisiologia e l'attuale conoscenza delle proprietà fisiche del tessuto epatico.

Il secondo capitolo descrive i fenomeni fisici connessi alla termoablazione epatica attraverso esperimenti di visualizzazione eseguiti in laboratorio su campioni *ex-vivo* di tessuto epatico.

Si espone il modello concettuale e il modello matematico descrivente il campo elettrico ed il campo termico.

Il terzo capitolo mostra le tecniche di misura adottate e i risultati ottenuti negli esperimenti eseguiti per lo studio delle proprietà elettriche (resistività e angolo di fase) e delle proprietà termiche (il calore specifico a pressione costante e la conducibilità termica).

Il quarto capitolo descrive le modalità di esecuzione e i risultati degli esperimenti di termoablazione epatica condotti *in vitro* e il modello numerico ottenuto implementando le equazioni del modello matematico.

Gli esperimenti, impiegati per la taratura e la validazione dei risultati numerici, sono stati eseguiti con tre geometrie: bidimensionale piana, bi-dimensionale assial-simmetrica e tridimensionale.

Per ogni geometria si descrive l'apparato sperimentale, i risultati ottenuti dagli esperimenti (evoluzione nel tempo della temperatura e dell'impedenza del tessuto epatico), il modello numerico e i risultati della simulazione.

Il quinto capitolo riporta le conclusioni tratte dall'attività sperimentale e dalla simulazione numerica e propone alcuni possibili sviluppi futuri della ricerca.

La *seconda parte*, svolta con la supervisione del Prof. S.Sibilla, ha come oggetto la dissoluzione dell'ossigeno in un flusso liquido caratterizzato da un getto turbolento bifase in ambiente confinato. Il sistema studiato è un modello di una vasca di ossidazione di un impianto di trattamento dei reflui a fanghi attivi.

Il sesto capitolo introduce le problematiche connesse all'idrodinamica di getti turbolenti in ambienti confinati, alla dissoluzione dell'ossigeno in acqua e al trasferimento di materia.

Il settimo capitolo descrive i risultati dell'approccio utilizzato per lo studio del comportamento idrodinamico del modello fisico di una vasca di ossidazione a fanghi attivi miscelata mediante getti.

Il campo di velocità è stato ottenuto mediante la simulazione numerica di tipo euleriano con un codice di calcolo ai volumi finiti.

I risultati del codice sono stati validati attraverso misure sperimentali costituite da profili di velocità e di energia turbolenta, eseguite con un velocimetro Doppler ad ultrasuoni.

L'ottavo capitolo tratta l'approccio sperimentale e i risultati ottenuti circa la determinazione della distribuzione dimensionale delle bolle presenti nel getto turbolento.

Il nono capitolo descrive in sintesi il modello numerico lagrangiano sviluppato per descrivere i meccanismi di trasporto che determinano il moto delle singole bolle e degli aspetti legati al trasferimento di massa dell'ossigeno che passa dallo stato gassoso allo stato disciolto.

Nell'ultima parte del capitolo sono mostrati e discussi i risultati ottenuti mediante il modello e il confronto con le misure di validazione di ossigeno disciolto eseguite sul modello fisico di laboratorio.

Il decimo capitolo riporta le conclusioni tratte dall'attività sperimentale e dalla simulazione numerica e propone alcuni possibili sviluppi futuri della ricerca.

Parte I

La termoablazione epatica a radiofrequenza

Capitolo 1

La termoablazione epatica a radiofrequenza

1.1 Introduzione

L'ablazione termica a radiofrequenza (RFTA, *RadioFrequency Thermal Ablation*) è una delle modalità più promettenti e maggiormente diffuse fra le tecniche non chirurgiche che si stanno sviluppando con lo scopo di fornire un controllo locale dei tumori epatici inoperabili (McGahan *et al.*, 2001).

Il principale effetto tumoricida di questo metodo è dovuto al deposito intratissutale di energia elettromagnetica, che provoca una ferita termica nell'intorno del nodulo canceroso senza alcun danno sistemico e senza pregiudicare le strutture vitali adiacenti a quelle di interesse.

Si tratta pertanto di una tecnica minimamente invasiva e con una bassa percentuale di rischio. Può essere effettuata più volte nella stessa seduta sino ad ottenere la cosiddetta "necrosi coagulativa", che denota il danno irreversibile del tessuto tumorale e del circostante parenchima epatico che evolvono in fibrosi.

Questa tecnica nacque in Italia non molti anni fa: il Dott. Sandro Rossi (attuale Direttore del reparto di Medicina VI dell'IRCCS Policlinico S.Matteo di Pavia) fu il primo al mondo ad applicare questa terapia al trattamento delle neoplasie epatiche verso la fine degli anni Ottanta (Rossi *et al.*, 1990). Nel 1986 sono iniziati i primi esperimenti sui suini e, nel 1988, si è arrivati al primo intervento sull'uomo. La tecnica è rimasta allo stato sperimentale per altri 4 o 5 anni. Dal 1990 ad oggi l'intesse per questa tecnica è sempre più in crescendo grazie anche alla riduzione della morbilità e dei costi, al miglioramento della qualità di vita ed alla possibilità di effettuare tale procedura su pazienti non ricoverati. Basti pensare che nel 2004 si stima che siano state eseguite 70 000 ablazioni di tumori (Webster, 2006).

La RFTA è associata inoltre ad un alto tasso di necrosi completa e necessita di un basso numero di sedute.

Nonostante l'organo più comune per il trattamento rimanga il fegato, la RFTA viene impiegata anche per il controllo di altre neoplasie (polmone, reni, osso, prostata e cervello; Webster, 2006).

La RFTA è inoltre impiegata anche nella correzione delle disfunzioni cardiache.

In questo capitolo si forniscono alcune sintetiche informazioni sul fegato e la natura dei tumori che lo colpiscono.

Successivamente è descritta la tecnica della RFTA e gli aspetti fisico-chimico-biologici coinvolti.

Nel terzo paragrafo si sintetizza l'attuale stato dell'arte riguardante la modellazione della RFTA e la sua implementazione numerica.

Il capitolo prosegue con cenni di elettrologia e di trasmissione del calore.

Si riportano le attuali conoscenze riguardanti le proprietà fisiche del parenchima epatico inerenti lo studio della RFTA: resistività, calore specifico e conducibilità termica.

Alla luce dello stato dell'arte sull'argomento, nell'ultimo paragrafo si identificano gli obiettivi principali del lavoro svolto.

1.2 Il fegato e il tessuto epatico

1.2.1 Struttura

Il fegato è una ghiandola posta nel lato destro dell'ipocondrio fra il diaframma, in alto, lo stomaco e l'intestino, in basso, e le ultime tre vertebre toraciche, indietro.

Il suo peso varia con l'età; si aggira sui 1570 g nell'uomo e 1500 g nella donna. Circa 500 g sono costituiti da sangue.

Come dimensioni ha un diametro massimo trasversale di 28 cm, sagittale di 17 cm e verticale di 8 cm. Ha colore rosso-scuro, più roseo nei giovani, rosso-grigiastro nei vecchi.

Ha consistenza relativa; durante l'accrescimento si è modellato sugli organi vicini che vi hanno lasciato la loro impronta; è friabile e lacerabile nei traumi sul vivente.

La presenza di fosse divide la faccia inferiore del fegato in quattro lobi: uno destro e uno sinistro, che rimangono fuori dalle fosse sagittali, e in due lobi mediani che rimangono dentro a queste due fosse: uno anteriore (lobo quadrato) e uno posteriore (lobo caudato), separati dalla fossa trasversa.

È una ghiandola altamente permeata di sangue; infatti, per il fegato passa la vena porta, da cui arrivano le sostanze assorbite dall'intestino, e la vena epatica, che trasporta le sostanze tossiche e di scarto per poi proseguire verso i reni. Anche l'arteria epatica, da cui arriva il sangue ricco di ossigeno, scorre attraverso il fegato.

La caratteristica principale del parenchima epatico è di avere una struttura lobulare: se si esamina il fegato in superficie o in una sezione, si riconoscono piccole aree poligonali, dette lobuli epatici.

I lobuli sono strutture a forma di prisma esagonale; all'interno di essi passano la vena epatica (o centro lobulare), mentre all'esterno scorrono i rami della vena porta, dell'arteria epatica e i canalicoli che portano alcune sostanze prodotte dalle cellule epatiche alla cistifellea, detti dotti biliari interlobulari.

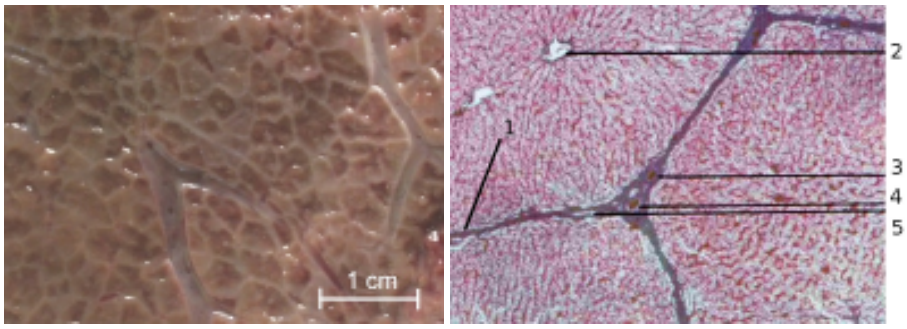


Figura 1.2.1. Parenchima epatico: a sinistra, una sezione; a destra, un ingrandimento al microscopio: sono visibili il setto connettivale interlobulare (1), la vena centro lobulare (2), i rami della vena porta (3), il ramo dell'arteria epatica (4) e i dotti biliari interlobulari (5).

Il fegato, come qualsiasi tessuto biologico soffice, è composto da cellule immerse in un liquido extracellulare costituito da una sospensione di proteine e polisaccaridi in soluzione salina (un conduttore ionico).

Le cellule epatiche (o epatociti), che fanno parte del tessuto epiteliale ghiandolare, hanno una struttura del tutto simile alle altre cellule: sono perciò formate da una membrana cellulare che racchiude il citoplasma e il nucleo.

La membrana cellulare è una membrana semipermeabile costituita da proteine, fosfolipidi e ioni potassio spessa circa 7-10 nm. Attraverso la membrana avvengono scambi di molecole d'acqua (mediante *osmosi*), ioni idratati e molecole (mediante *osmosi selettiva* e *trasporto attivo*).

Il citoplasma è costituito da organuli cellulari e dal succo plasmatico, un liquido composto da una soluzione acquosa di ioni e molecole.

Il nucleo si trova all'interno del citoplasma e racchiude in sé il contenuto genetico della cellula (i cromosomi).

1.2.2 Le patologie tumorali

I tumori epatici si distinguono in primitivi, relativamente rari, e secondari, oltremodo frequenti.

I tumori primitivi possono essere benigni o maligni; quelli secondari sono soprattutto metastasi a primitività del tratto gastroenterico (il fegato è l'organo più frequentemente colpito da metastasi tumorali).

I sarcomi primitivi del fegato (o HCC, acronimo di *HepatoCellular Carcinoma*) si osservano soprattutto nell'infanzia e nei soggetti anziani, con preferenza per il sesso maschile. Possono presentarsi come una massa unica, che occupa una parte o anche un intero lobo, oppure sotto forma di noduli multipli di grandezza variabile.

Secondo le più estese casistiche, il 25-50 % di tutti i tumori danno metastasi al fegato. La più alta percentuale di metastasi epatiche proviene da tumori di organi appartenenti al territorio portale (specie dello stomaco e dell'intestino) ma anche del pancreas, dell'esofago e della colecisti.

La diffusione metastatica al fegato può avvenire per via portale, attraverso l'arteria epatica, per via linfatica, per contiguità, ed eccezionalmente per via venosa retrograda dalle vene sopraepatiche.

Macroscopicamente le metastasi epatiche possono presentarsi in forma nodulare multipla, in forma diffusa e in forma solitaria.

Le metastasi nodulari multiple sono le più frequenti e possono portare a notevolissimi ingrandimenti del fegato, fino ad un peso anche di molto superiore ai 4-5 kg.

Nelle metastasi diffuse, l'infiltrazione neoplastica può estendersi ad un intero lobo, mentre le metastasi solitarie sono a nodo unico voluminoso.

Si osserva quindi che le dimensioni dei noduli possono essere da pochi millimetri di diametro fino a interessare interi lobi del fegato.

1.3 La termoablazione a radiofrequenza

1.3.1 La termoablazione

La termoablazione è la distruzione di cellule tumorali presenti nell'organismo umano mediante riscaldamento.

La temperatura corporea di un essere umano sano si aggira attorno ai 36÷38 °C. Con la febbre, essa può raggiungere anche i 42 °C, la massima temperatura che un uomo può sopportare; al di sopra di questa soglia le cellule subiscono danneggiamenti o la morte (la cosiddetta "necrosi coagulativa") se il tempo di residenza a queste temperature è sufficientemente elevato.

La causa principale è la coagulazione (o denaturazione) delle proteine, di cui sono composte, ad esempio, le membrane cellulari e gli enzimi.

A partire da 43 °C. il tempo necessario alla coagulazione delle proteine ad una determinata temperatura dimezza ogni grado (Webster, 2006). Sapendo che a circa 45 °C, a seconda del tipo di proteine, la coagulazione avviene in 1-2 h, a temperature superiori a 60 °C la coagulazione è pressoché immediata (figura 1.3.1).

Per una corretta distruzione del nodulo tumorale, è opportuno che l'intero volume della lesione sia sottoposto a temperature citotossiche. La letteratura medica prescrive di sottoporre l'intera zona tumorale a temperature superiori a circa 50 °C per almeno 10'.

Qualora la necrosi non riproduca la forma ellittica della neoplasia può rimanere attiva qualche propaggine che, se non trattata, deriverà in un secondo tumore con un alto rischio di recidiva. È richiesto pertanto un riscaldamento effettivo di tutto un volume target che comprende, oltre al tumore, anche un margine di sicurezza di tessuto epatico sano (generalmente di 5-10 mm di spessore).

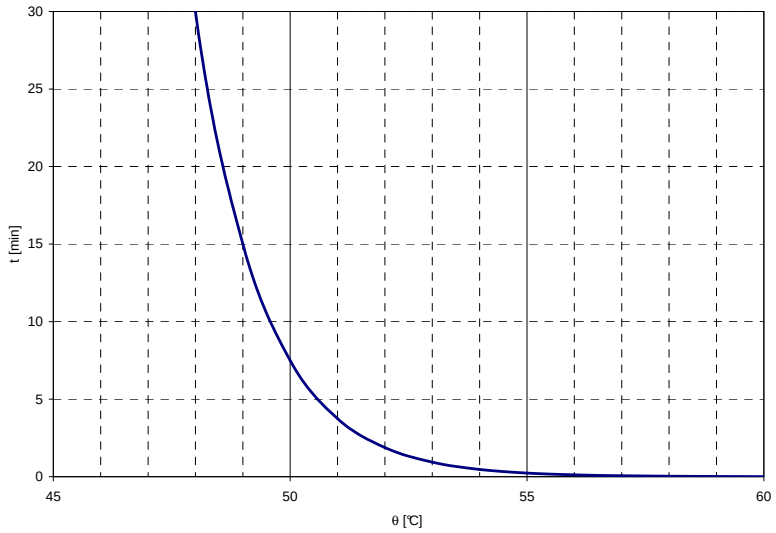


Figura 1.3.1. Tempo necessario alla coagulazione delle proteine in funzione della temperatura a cui sono sottoposte.

1.3.2 L'impiego della radiofrequenza

Per raggiungere e mantenere queste temperature si possono impiegare diversi principi fisici: campi elettrici alternati a radiofrequenza (solitamente tra 450 e 500 kHz), microonde (tra 915 MHz e 2.45 GHz), laser e ultrasuoni.

Fra queste fonti, la radiofrequenza è la più utilizzata per una serie di vantaggi operativi riconducibili essenzialmente alla possibilità di trattare efficacemente la lesione tumorale mediante l'inserzione sotto guida ecografica di un singolo ago in un'unica seduta.

Il campo elettrico alternato a radiofrequenza induce un'oscillazione degli ioni sodio, potassio e cloro; il movimento degli ioni crea attrito che porta al riscaldamento del tessuto (*effetto Joule*). Si ricorda che nel campo della radiofrequenza l'energia è trasferita principalmente mediante conduzione ohmica, nella quale la corrente è generata dal movimento di cariche da un elettrodo all'altro attraverso un percorso resistivo.

Da un punto di vista elettrico, durante l'intervento di RFTA si crea un circuito chiuso costituito da un generatore a RF, un ago (detto *catetere*, *sonda*, o *elettrodo attivo*, di diametro variabile tra gli 0.5 e i 2.5 mm) inserito nel nodulo tumorale, il paziente (elemento resistivo) e un grande piatto dispersivo (detto *elettrodo passivo*) posizionato su una superficie glabra del malato.

La figura 1.3.2 schematizza la configurazione con sonda monopolare, cioè con un unico elettrodo e con l'elettrodo di terra posto sul dorso del paziente.

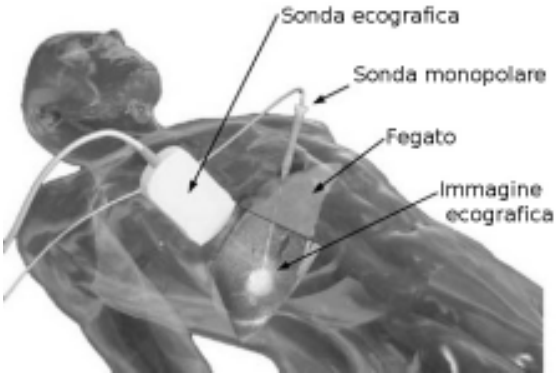


Figura 1.3.2. Schema di intervento di RFTA con sonda monopolare guidato da sonda ecografica.

Alla generazione di un campo elettrico a RF è associata un'elevata densità di corrente nell'intorno dell'ago-elettrodo.

La quantità di calore che si produce è direttamente proporzionale alla resistività e al quadrato della densità di corrente, quindi diminuisce fortemente al crescere della distanza dall'elettrodo.

Il calore generato riscalda il tessuto, portandolo verso la necrosi coagulativa.

Il riscaldamento prosegue fino ad un aumento della impedenza oltre i limiti di funzionamento del generatore a RF; l'aumento di impedenza è dovuto alla formazione di vapore, un isolante elettrico.

L'uso di elettrodi di terra di grande superficie fa sì che la densità di corrente sia alta solamente vicino alla sonda e che il danno termico diminuisca sempre di più allontanandosi da esso.

1.3.3 Tecnica di esecuzione della RFTA epatica

L'ipertermia a radiofrequenza è impiegata su pazienti che non sono adatti alla chirurgia o che rifiutano il trattamento chirurgico.

I candidati comprendono pazienti con: (a) diagnosi certa di HCC con cirrosi epatica, (b) presenza di nodulo singolo con diametro inferiore a 5 cm ben visibile alla valutazione ecografica, (c) HCC multinodulare (fino a 3 noduli) di diametro inferiore a 3 cm, (d) assenza di trombosi portale o di metastasi extraepatiche. La RFTA epatica è inoltre impiegata per prolungare la vita di pazienti in attesa di trapianto (Higgins *et al.*, 2006).

Inoltre, mentre i pazienti sottoposti a resezione chirurgica difficilmente resistono a interventi multipli, la RFTA può essere ripetuta più volte (Higgins *et. al.*, 2006).

L'inserzione dell'ago-elettrodo nel nodulo da trattare costituisce una fase cruciale della procedura: il catetere deve essere ben visualizzato durante l'inserimento nel tessuto epatico e la sua punta deve penetrare nel nodulo solo quando la sua direzione nel tessuto al di fuori del nodulo appare corretta.

La via di approccio al nodulo deve essere la più breve possibile tra la lesione ed il piano cutaneo con l'accortezza di evitare l'attraversamento di strutture vitali come, ad esempio, grossi vasi e colecisti.

Il generatore a radiofrequenza viene attivato: le dosi di energia ed i tempi di applicazione vengono adattate sulla base delle dimensioni della lesione e delle modificazioni dell'impedenza tissutale che, se troppo elevata, produce fenomeni di disidratazione che impediscono la diffusione del calore e l'estensione della necrosi. Alla fine della procedura, il catetere viene definitivamente estratto con il dispositivo a RF ancora attivo al fine di "sterilizzare" con il calore il tragitto di inserzione della sonda ed evitare la disseminazione di cellule cancerose lungo esso (*seeding*).

Le lesioni hanno un diametro non più grande di 1.6 cm. Queste dimensioni sono chiaramente troppo piccole per poter debellare i tumori con un diametro di 2.5-5 cm che vengono incontrati non inusualmente nella pratica clinica.

È possibile aumentare fino al 25 % il diametro della dimensione dei tumori trattabili sovrapponendo più lesioni con baricentro contiguo, come si può osservare dalla figura 1.3.3b. Questa tecnica aumenta la possibilità di lasciare intatte alcune zone tumorali, inficiando il trattamento.

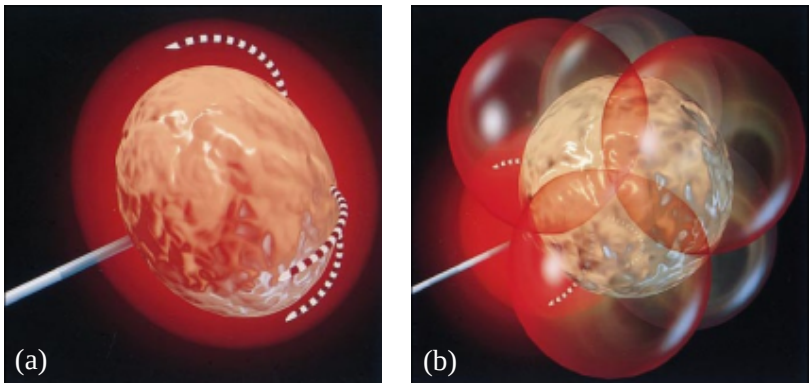


Figura 1.3.3. Rappresentazione (a) di una singola lesione (colore chiaro) e (b) di lesioni multiple sovrapposte ottenute in un intervento di RFTA (McGahan *et al.*, 2001).

Un'altra metodologia impiegata per i noduli di HCC di diametro superiore a 3 cm è la riduzione delle dissipazioni termiche per convezione occludendo temporaneamente i vasi che irrorano il tumore.

Per migliorare le prestazioni della tecnica sono stati introdotti anche aghi con geometrie particolari e sonde dotate di un circuito di raffreddamento in grado di ritardare la vaporizzazione dei liquidi tissutali (paragrafo 1.3.2).

Ciononostante le lesioni massime che attualmente si possono ottenere con la termoablazione epatica a radiofrequenza sono di circa 6 cm (Webster, 2006).

1.4 Stato dell'arte sulla modellazione della RFTA

La modellazione e le simulazioni numeriche della RFTA individuate in letteratura descrivono i fenomeni fino alla fase di riscaldamento del tessuto senza addentrarsi negli eventi che ne scatenano l'interruzione (Berjano, 2006).

Nella maggior parte dei lavori sono stati impiegati codici di calcolo commerciale: l'attenzione è stata focalizzata sulla discretizzazione raffinata della geometria (Panescu *et al.*, 1995) e sugli effetti di forme particolari di sonde (Haemmerich *et al.*, 2001, 2002, 2003; Tungjitkusolmun *et al.*, 2002).

In molti casi si evidenzia, mediante analisi di sensitività, l'importanza che hanno i parametri fisici di conducibilità termica ed elettrica sul risultato (Lobo *et al.*, 2005; Liu *et al.*, 2005); mancano però misure sui parametri (soprattutto la resistività elettrica) in relazione ai cambiamenti di temperatura (Chang *et al.*, 2004). Per ovviare a queste difficoltà, la maggior parte degli autori ha mantenuto i parametri costanti.

Alcuni autori hanno simulato la variabilità dei parametri elettrici mediante soluzioni saline di cloruro di sodio (Chang, 2003; Barauskas *et al.*, 2007) oppure con una variabilità costante in funzione della temperatura (-2% /°C) (Haemmerich *et al.*, 2003). Per il comportamento elettrico delle soluzioni saline di cloruro di sodio si rimanda all'Appendice G.

In generale, è dedicata un'attenzione insufficiente alla modellazione di fenomeni fisici importanti o addirittura essenziali, quali la variabilità delle proprietà fisiche del tessuto in funzione della temperatura, la formazione ed il moto dei liquidi e del vapore nel tessuto, l'evaporazione, la sua dipendenza dalla pressione e l'influenza sulla conducibilità elettrica.

Per di più è apparso che la modellazione non è stata adeguatamente affiancata da un'attività di validazione basata su misure sperimentali sistematiche atte a evidenziare il livello di attendibilità della simulazione numerica. Solo Chang *et al.* (2004) hanno svolto alcuni esperimenti su tessuto epatico *ex-vivo*.

1.5 Proprietà fisiche del tessuto epatico

1.5.1 Proprietà termiche

1.5.1.1 Cenni sulla trasmissione del calore

La termodinamica tratta di sistemi in equilibrio: può essere usata, ad esempio, per prevedere quanta energia è necessaria ad un sistema per passare da un equilibrio ad un altro.

La termocinetica (scienza della trasmissione del calore) integra la prima e la seconda legge della termodinamica fornendo le leggi che presiedono al trasferimento dell'energia termica.

Come è noto, il trasferimento del calore può avvenire in tre modi: per conduzione, per convezione e per irraggiamento.

Nel contesto di queste ricerche, l'irraggiamento è assolutamente trascurabile. La convezione presumibilmente interviene in modo significativo solo a seguito della vaporizzazione del liquido cellulare e quindi a determinare la fine del procedimento.

La conduzione, per contro, è determinante in tutta la fase di riscaldamento ed è la modalità di trasferimento di calore tra corpi a contatto dovuta alla presenza di un gradiente di temperatura: il calore fluisce dalla zona ad alta temperatura verso quella a bassa temperatura. Il flusso termico ($q=Q/A$) è proporzionale al gradiente di temperatura normale alla superficie considerata (A) ai sensi della legge di Fourier:

$$Q = -k\ A \frac{\partial \theta}{\partial x} \tag{1.5.1}$$

in cui:

Q è la quantità di calore che attraversa la superficie A nell'unità di tempo (in Watt);

k è la conducibilità termica (in Watt su metro grado centigrado) ed è una proprietà del materiale;

$\partial\theta / \partial x$ è il gradiente di temperatura nella direzione del flusso di calore.

Il segno meno è inserito nell'equazione per rispettare il secondo principio della termodinamica.

Applicando il bilancio di energia ad un volume solido sottoposto ad un flusso di calore e avente una sorgente di energia interna possiamo ottenere l'equazione della trasmissione del calore (semplicemente detta *equazione del calore*)

$$\rho\, c_p\, \frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(k\, \frac{\partial\theta}{\partial x} \right) + w \tag{1.5.2}$$

dove

w è la sorgente (positiva o negativa) di energia per unità di volume (in Watt su metro cubo);

ρ è la densità del materiale (in kilogrammi su metro cubo);

c_p è il calore specifico a pressione costante del materiale (in Joule su kilogrammo grado centigrado);

t è il tempo (in secondi).

Il prodotto di densità e calore specifico è anche detto capacità termica specifica.

L'equazione del calore può essere scritta in forma generale nel seguente modo:

$$\rho\, c_p\, \frac{\partial\theta}{\partial t} = div\left(k\ grad\ \theta\right) + w \tag{1.5.3}$$

Nel caso di conducibilità termica costante, la (1.5.3) si può semplificare:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \alpha\, \nabla^2\theta + \frac{w}{\rho\, c_p} \tag{1.5.4}$$

in cui $\alpha = k/(\rho\ c_p)$ (in metri quadrati al secondo) è la diffusività termica. Maggiore è la diffusività termica, maggiore è la velocità di diffusione del calore attraverso il materiale, poiché ciò denota una ottima conducibilità termica (al numeratore) e una scarsa propensione ad immagazzinare il calore (bassa capacità termica specifica).

Per quanto riguarda la trasmissione del calore per convezione:

$$Q = h\ A\left(\theta_{sup} - \theta_{fluido}\right) \tag{1.5.5}$$

dove:

h è il coefficiente di trasferimento del calore per convezione (in Watt su metro quadrato grado centigrado);

θ_{sup} è la temperatura della superficie investita dal fluido (in gradi centigradi);

θ_{fluido} è la temperatura del fluido che investe la superficie che scambia per effetto della convezione (in gradi centigradi).

Trattando tessuti biologici, si cita la cosiddetta conducibilità termica effettiva (k_{eff}, in Watt su metro grado centigrado): è una conducibilità termica che tiene conto dell'effetto di convezione dovuto al flusso sanguigno.

Esiste una perfetta analogia tra le leggi che regolano la trasmissione del calore e le leggi dei moti di filtrazione nei mezzi porosi, tradizionale argomento dell'idraulica. In seguito si descrive un caso particolare: la filtrazione negli acquiferi (le grandezze sono definita dal pedice "gw").

La legge di Darcy ha una struttura analoga alla legge di Fourier (1.5.1):

$$Q_{gw} = -K\ A\frac{\partial h_{gw}}{\partial x} \tag{1.5.6}$$

in cui:

Q_{gw} è la portata (quantità di acqua nell'unità di tempo) che attraversa una sezione di area *A* dell'acquifero (in metri cubi al secondo);

K è il coefficiente di permeabilità ed è una proprietà dell'acquifero (in metri al secondo), funzione della permeabilità (k_{gw}), dell'accelerazione di gravità (g) e della viscosità cinematica (υ) del liquido filtrante:

$K = \frac{k_{gw}\ g}{\nu}$;

h_{gw} è la quota piezometrica del liquido all'interno del mezzo poroso (in metri).

L'equazione del calore (1.5.3) ha la stessa struttura dell'equazione che descrive le acque sotterranee in regime non stazionario in un acquifero con letto orizzontale:

$$S\frac{\partial h_{gw}}{\partial t} = div\left(T\ grad\ h_{gw}\right) + N \qquad (1.5.7)$$

in cui

S (adimensionale) è il coefficiente di immagazzinamento (o storatività), una proprietà dell'acquifero che misura il volume di acqua rilasciato o accumulato ($\Delta\forall_w$) per unità di area orizzontale (A) e per unità di caduta della piezometrica (Δh_{gw}): $S = \Delta\forall_w / A\,\Delta h_{gw}$;

T è la trasmissività (in metri quadrati al secondo), una proprietà dell'acquifero che esprime la capacità di un acquifero di trasmettere acqua al suo interno; è il risultato del prodotto tra il coefficiente di permeabilità e lo spessore dell'acquifero (b, in metri): $T = K\,b$;

N è una sorgente o prelievo puntuale di liquido dalla falda, funzione dello spazio e del tempo (in metri al secondo).

L'analogia tra le grandezze che descrivono la trasmissione del calore e il moto di filtrazione in mezzi porosi è illustrata in tabella 1.5.1.

Tabella 1.5.1. Trasmissione del calore e moti di filtrazione nei mezzi porosi: analogia tra le grandezze presenti nelle equazioni che regolano i due fenomeni.

Trasmissione del calore			**Moti di filtrazione in mezzi porosi**		
	Grandezza	**Unità di misura**		**Grandezza**	**Unità di misura**
θ	Temperatura	℃	h_{gw}	Quota piezometrica	m
Q	Potenza termica	W	Q_{gw}	Portata	m³/s
$\rho\, c_p$	Capacità termica specifica	J/(m³ ℃)	S / b	Coefficiente di immagazzinamento (storatività) per unità di spessore dell'acquifero	m
k	Conducibilità termica	W/(m ℃)	K	Coefficiente di permeabilità	m/s
W	Potenza per unità di volume	W/m³	N	Sorgente o prelievo di fluido	m/s

Il calore specifico (c_p) è l'analogo della storatività per unità di spessore (S/b): entrambe sono legate all'immagazzinamento (o alla perdita) rispettivamente, di calore e acqua.

La conducibilità termica (k) è l'analogo del coefficiente di permeabilità (K): entrambe descrivono la capacità di trasferire, rispettivamente, calore e fluido attraverso una superficie normale al flusso.

Questa analogia è molto utile per effettuare parallelismi tra i due fenomeni: essa permette infatti di calare la logica utilizzata nelle tecniche di misura dei parametri degli acquiferi (S e T nelle prove dinamiche sui pozzi) per ricavare i parametri termici (calore specifico e conducibilità termica) del tessuto epatico, come mostrato nell'Appendice F.

1.5.1.2 Calore specifico: analisi bibliografica

In letteratura esistono, da tempo, dati riguardanti le proprietà termiche del fegato, in grande maggioranza riferiti alla temperatura e alla pressione corporea dei mammiferi in cui sono stati misurati; in rari casi si trovano misure effettuate al variare della temperatura corporea al fine di ottenere informazioni utili a risolvere problemi legati all'ipotermia. In tabella 1.5.2 sono riportati i dati raccolti.

Tabella 1.5.2. Calore specifico misurato in tessuti epatici.

Fegato	θ_{misura} [°C]	c_p [J/(kg °C)]	Fonte
Bovino	ND	3370	Robinson, 1972
Umano	37	3600	Cooper et *al.*, 1972
Cane	5-20	3510	Cooper *et al.*, 1972

I valori misurati sono di circa il 15-21% inferiori rispetto a quello dell'acqua distillata (c_{pw} = 4186 J/(kg °C), Appendice G). Vi è una discreta variabilità tra i valori misurati e dai dati raccolti pare che il fegato umano abbia un calore specifico superiore rispetto a quello dei bovini e dei cani.

Solo negli ultimi anni, con l'avvento di tecniche che sfruttano l'ipertermia per distruggere le cellule tumorali, sono comparse le prime ricerche sulla variabilità delle proprietà termiche al variare della temperatura al di sopra di quella corporea.

Un recente lavoro (Haemmerich *et al.*, 2006) riporta i risultati di misure *in vitro* del calore specifico di fegato bovino in funzione della temperatura fino a 83.5 °C in campioni di grandi dimensioni (50x50x40 mm); i valori misurati a 25 °C (c_p = 3411 J/(kg °C)) sono comparabili con quelli trovati da Robinson.

Riscaldando il campione fino a 65 °C non vengono riscontrate particolari variazioni del calore specifico, mentre a temperature superiori si nota un aumento del 17%, che lo fa avvicinare a quello dell'acqua (figura 1.5.1).

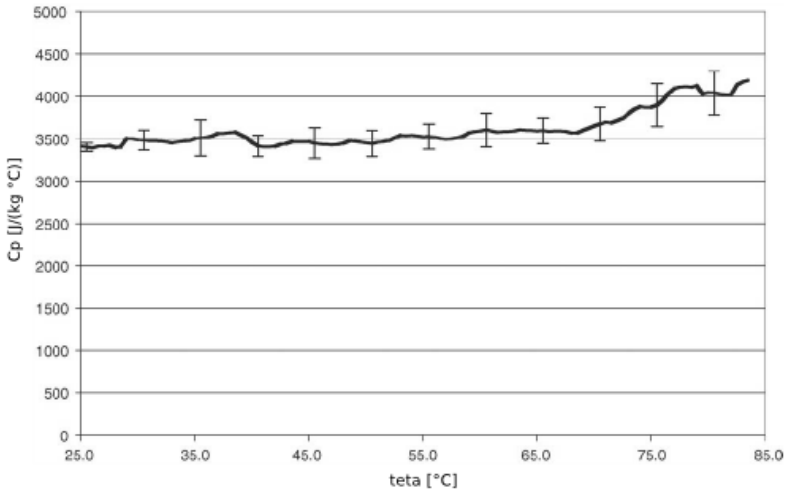


Figura 1.5.1. Calore specifico in funzione della temperatura in campioni di fegato bovino (Haemmerich *et al.*, 2006).

Per quanto riguarda invece il comportamento termico dei tessuti al variare della pressione, non è presente alcuna informazione.

Nel contesto di questo studio è significativo il calore di ablazione. Il calore di ablazione è l'energia necessaria per aumentare la temperatura del tessuto, partendo dalla temperatura ambiente, affinché la sua struttura venga distrutta. Il calore di ablazione per il fegato è di 610 J/g (Duck, 1990).

1.5.1.3 Conducibilità termica: analisi bibliografica

Esistono alcuni dati in letteratura relativi alla conducibilità termica del tessuto epatico, sia umano che di altri mammiferi con misure effettuate sia *in-vivo* che *ex-vivo*.

In tabella 1.5.3 sono riportati i valori misurati, ricavati a temperature prossime a quella corporea dedotti dalla letteratura. Nella tabella è riportata: la provenienza del tessuto epatico, le condizioni in cui sono state eseguite le prove, la temperatura (θ_{misura}, in gradi centigradi), il valore della conducibilità termica ed il metodo di misura.

Tabella 1.5.3. Misure dedotte dalla letteratura di conducibilità termica di tessuti epatici di alcuni mammiferi (in assenza di perfusione).

Fegato	θ_{misura} [°C]	Condizioni di prova	k [W/(m °C)]	Metodo di misura*	Fonte
Uomo	37	ND	0.467-0.527	ND	Bowman, 1981
	37	*ex-vivo*	0.512	*kNEQ* 2 (sfera)	Valvano *et al.*, 1985
	37	*ex-vivo*	0.565	*kNEQ* 2 (cilindro)	Cooper *et al.*, 1972
Cane	38	*in-vivo*	0.510	ND	Chen *et al.*, 1981
	5-20	*ex-vivo*	0.56-0.59	*kNEQ* 2 (cilindro)	Cooper *et al.*, 1972
	21	*ex-vivo*	0.550±0.010	*kNEQ* 2 (sfera)	Balasubramaniam *et al.*, 1977
	20-21	*ex-vivo*	1.3816	*kEQ*	Ponder, 1962
Mucca	24-38	ND	0.488	ND	Poppendiek *et al.*, 1966
Suino	37	*ex-vivo*	0.528	*kNEQ* 2 (sfera)	Valvano *et al.*, 1985
	15	ND	0.507	ND	Liang, 1991
Coniglio	37	*ex-vivo*	0.563	*kNEQ* 2 (sfera)	Valvano *et al.*, 1985

ND: informazione non disponibile.

***: per maggiori dettagli sui metodi di misura di *k* consultare l'Appendice F.**

Si può notare che i valori di conducibilità termica per gli esseri umani, i bovini e i suini (utilizzati solitamente negli esperimenti di termoablazione) in assenza di perfusione sono mediamente attorno a 0.5 W/(m °C).

Esistono due studi dedicati alla conducibilità termica all'aumentare della temperatura.

Il primo (Valvano *et al.*, 1985), di poco interesse visto l'intervallo di variazione della temperatura (3÷45 °C), è stato effettuato su due campioni di

fegato suino e quattro di fegato umano: attraverso una regressione lineare dei dati ottenuti gli autori ricavano le seguenti due formule

$$k_{suino} = 0.4981 + 0.000800\ \theta \qquad R^2 = 0.88$$
$$k_{umano} = 0.4692 + 0.001161\ \theta \qquad R^2 = 0.64$$

dove R^2 è il coefficiente di correlazione lineare.

Le due curve ottenute (esposte in figura 1.5.2) mostrano una variazione sostanzialmente irrilevante rispetto al valore alla temperatura corporea.

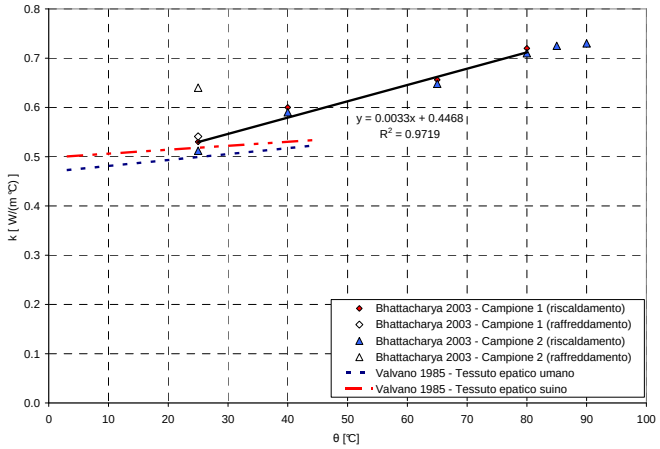


Figura 1.5.2. Rappresentazione grafica dei dati sulla conducibilità termica al variare della temperatura (Bhattacharya *et al.*, 2003; Valvano *et al.*, 1985).

Bhattacharya *et al.* (2003) hanno misurato la conducibilità termica da 25 a 90 °C su due campioni di tessuto epatico di mucca, cercando di individuare anche un supposto effetto di isteresi su questa proprietà: i dati sono riportati in tabella 1.5.4 e rappresentati in figura 1.5.2.

Tabella 1.5.4. Dati esperimento di misura della conducibilità termica al variare della temperatura (Bhattacharya *et al.*, 2003) eseguito su tessuto epatico di mucca.

θ [°C]	k [W/(m °C)]	
	Campione 1	Campione 2
25	0.530	0.512
40	0.600	0.590
65	0.656	0.648
80	0.720	0.710
85	-	0.725
90	-	0.730
25	0.541	0.640

Gli autori affermano che vi è un effetto di isteresi oltre gli 80 °C, dalle cause non spiegate, che porterebbe la conducibilità del fegato a non diminuire al diminuire della temperatura. Viene ricavata una legge di variazione della conducibilità termica impiegando i risultati ottenuti a temperature inferiori a 80 °C:

$$k_{mucca} = 0.4468 + 0.0033\ \theta \qquad R^2 = 0.96$$

Gli autori motivano la differenza di coefficiente angolare tra la propria retta interpolare e quelle di Valvano *et al.* con la differenza di composizione tra fegati anche dello stesso tipo di essere vivente, che può essere influenzata dalle condizioni di salute e dall'età dell'individuo.

Per quanto riguarda la misura della conducibilità termica effettiva (tabella 1.5.5), si può notare che essa aumenta poco per un esperimento sui cani (Cooper *et al.*, 1972) ma circa di quattro volte per i maiali (Bhattacharya *et al.*, 2003): ciò viene spiegato dalla maggiore circolazione sanguigna del maiale rispetto a quella di un cane.

Tabella 1.5.5. Misure dedotte dalla letteratura di conducibilità termica effettiva di tessuti epatici di alcuni mammiferi.

Fegato	θ_{misura} [℃]	k_{eff} [W/(m ℃)]	Metodo di misura	Fonte
Cane	34-37	0.663 (0.49÷0.90)	*kNEQ* 2 (cilindro)	Cooper *et al.*, 1972
Suino	38.6	2.175	*kNEQ* 2 (cilindro)	Bhattacharya *et al.*, 2003

Per quanto concerne il comportamento del tessuto dopo la morte dell'individuo, esperimenti effettuati su diversi esseri viventi e organi non mostrano sostanziali cambiamenti (Duck, 1990).

Il tessuto epatico malato pare invece avere piccole differenze rispetto al tessuto sano, almeno per quanto riguarda prove *ex-vivo*, come mostrato dai risultati riportati in tabella 1.5.6 (Bowman, 1981).

Tabella 1.5.6. Dati di conducibilità termica di tessuto epatico umano sano e malato (Bowman, 1981).

Fegato umano	θ [℃]	k [W/(m ℃)]
Sano	37	0.572±0.009
Sano	37	0.508±0.011
Metastatico, al colon	37	0.520±0.008
Metastatico, al pancreas	37	0.562±0.021

Uno studio di Spells (1960) cerca di correlare la conducibilità termica di diversi tessuti (fegato, reni, muscolo e grasso) e liquidi biologici (sangue, plasma e latte) con il contenuto d'acqua: in figura 1.5.3 sono esposti i risultati, a cui sono stati aggiunti quelli riguardanti fegato, rene, cuore, milza, materia bianca e materia grigia del cervello ottenuti da Cooper *et al.* (1972).

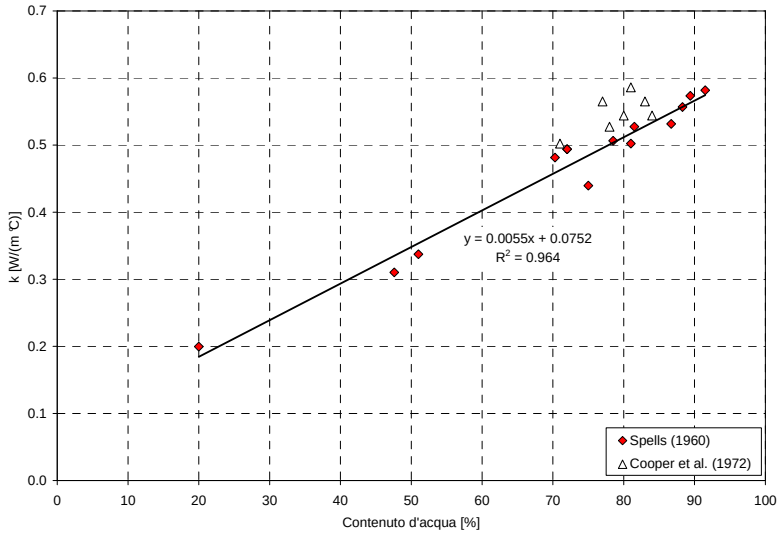


Figura 1.5.3. Conducibilità termica in funzione del contenuto d'acqua di una serie di tessuti e liquidi biologici.

Il tessuto epatico in condizioni ordinarie ha un contenuto d'acqua del 70÷80%, quindi la curva interpolare di Spells descrive correttamente il comportamento termico del fegato.

Il diagramma tuttavia mostra che una variazione del contenuto di acqua nel tessuto per vaporizzazione, che avviene a temperature di circa 100 °C, comporterebbe una sensibile riduzione della conducibilità termica.

Si nota inoltre che i valori di conducibilità misurati sono molto simili a quelli dell'acqua e del gel di agarosio, principalmente formato da acqua (vedi Appendice G).

Per quanto riguarda il tessuto epatico, non esistono studi noti riguardanti l'anisotropia e la variabilità con la pressione della conducibilità termica.

1.5.2 Proprietà elettriche

1.5.2.1 Cenni di elettrologia

In questo paragrafo sono enunciate alcune nozioni di elettrologia necessarie per la comprensione delle proprietà elettriche del tessuto epatico e delle misure elettriche descritte in seguito.

Si considerino due superfici (d'ora in poi chiamate elettrodi) costituite da un materiale conduttore, ciascuna ad un potenziale elettrico V_1 e V_2 (con $V_1>V_2$) e separate da un mezzo *m*.

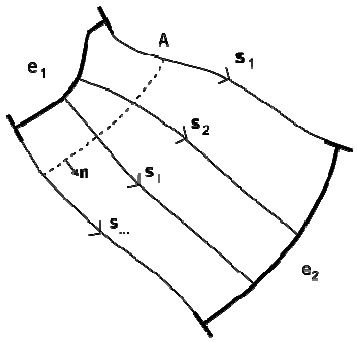


Figura 1.5.4. Campo elettrico generico presente tra due elettrodi (e_1 ed e_2) posti a due potenziali V_1 e V_2. *A* è una generica superficie equipotenziale che racchiude uno dei due elettrodi mentre *s* sono i vettori che descrivono le linee di corrente.

La differenza di potenziale tra le due superfici genera un campo elettrico $\boldsymbol{E}$ con una densità di corrente $\boldsymbol{j}$ (in Ampere su metro quadrato).

La corrente *I* (in Ampere) che attraversa il campo si ricava integrando le componenti della densità di corrente normali ad una superficie equipotenziale *A* (in metri quadrati) in grado di racchiudere uno dei due elettrodi:

$$I = \int_A \mathbf{j} \cdot \mathbf{n}\, dA \tag{1.5.8}$$

in cui $\boldsymbol{n}$ è il versore normale uscente dalla superficie *A*.

Il mezzo tra i due elettrodi è caratterizzato da due proprietà intensive: la conducibilità elettrica (σ, in Ohm^{-1} $metri^{-1}$ o in Siemens su metro) e la permettività (ε, in Farad su metro).

La conducibilità descrive l'attitudine del mezzo a farsi attraversare dalle cariche elettriche; è legata all'intensità del campo elettrico e alla densità di corrente dalla seguente relazione:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \tag{1.5.9}$$

Si definisce resistività (ρ', in Ohm metro) l'inverso della conducibilità:

$$\rho' = \frac{1}{\sigma} \tag{1.5.10}$$

La permettività, o costante dielettrica, (ε) rappresenta la capacità di un materiale a polarizzarsi quando è sottoposto ad un campo elettrico. La polarizzazione riduce l'intensità del campo elettrico all'interno del materiale, quindi la permettività quantifica la predisposizione di un mezzo a trasmettere il campo elettrico.

La costante dielettrica di ogni materiale è solitamente espressa in relazione alla costante dielettrica del vuoto ($\varepsilon_0 = 8.85410\ 10^{-12}$ Farad su metro):

$$\varepsilon = \varepsilon' \varepsilon_0 \tag{1.5.11}$$

in cui ε' è la costante dielettrica relativa del materiale (adimensionale).

Le proprietà estensive relative alla conducibilità e alla permettività sono la conduttanza (*G*, in Siemens o in Ohm^{-1}) e la capacità elettrica (*C*, in Farad).

La conduttanza, su cui è applicata una tensione V_1 e V_2 rispettivamente sugli elettrodi e_1 ed e_2:

$$G = \frac{\int_A \mathbf{j} \cdot \mathbf{n}\, dA}{-\int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}} \tag{1.5.12}$$

in cui

s è il vettore che descrive il percorso di una generica linea di corrente che va dall'elettrodo e_1 all'elettrodo e_2;

i ed *f* sono il punto iniziale (posto sull'elettrodo e_1) e finale (posto sull'elettrodo e_2) di una qualsiasi linea di corrente ***s***.

È possibile sostituire il numeratore della (1.5.12) con la (1.5.8), mentre:

$$-\int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = V_1 - V_2 \tag{1.5.13}$$

ossia la differenza di tensione tra i due elettrodi; la (1.5.12) diventa quindi:

$$G = \frac{I}{V_1 - V_2} \tag{1.5.14}$$

Sostituendo la (1.5.9) nella (1.5.12) e considerando la conducibilità costante in tutto il mezzo, si ricava:

$$G = \sigma \frac{\int_A \mathbf{E} \cdot \mathbf{n}\, dA}{-\int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}} \tag{1.5.15}$$

Il termine che moltiplica la conducibilità dipende sia dal campo elettrico (quindi dalle condizioni al contorno) sia dalla geometria del campo e del mezzo che si considera.

L'inverso della conduttanza è la resistenza (*R*, in Ohm):

$$R = \frac{V_1 - V_2}{I} \tag{1.5.16}$$

che non è altro che la legge di Ohm per materiali ohmici.

Il passaggio di corrente attraverso un materiale resistivo (o conduttore) comporta una dissipazione di energia sotto forma di calore direttamente proporzionale all'intensità di corrente: questo fenomeno è chiamato *effetto Joule*. La potenza dissipata (*W*, in Watt) è:

$$W = (V_1 - V_2)\, I \tag{1.5.17}$$

Sostituendo la (1.5.16) nella (1.5.17) si ottiene:

$$W = R\, I^2 \tag{1.5.18}$$

L'effetto Joule riscritto per un volume infinitesimo di mezzo è il seguente:

$$w = \rho' \, j^2 \tag{1.5.19}$$

in cui *w* è la potenza termica per unità di volume, o potenza specifica (Watt su metro cubo).

La capacità elettrica è il rapporto tra le cariche presenti (q, in Coulomb) su una superficie A e la caduta di tensione tra i due elettrodi (V_1-V_2):

$$C = \frac{q}{V_1 - V_2} \tag{1.5.20}$$

in cui q, per mezzi omogenei, è definibile attraverso la legge di Gauss come

$$q = \varepsilon \int_A \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, dA \tag{1.5.21}$$

La (1.5.20) diventa:

$$C = \varepsilon \frac{\int_A \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} \, dA}{-\int_i^f \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}} \tag{1.5.22}$$

Anche nel caso della capacità elettrica, il termine che moltiplica la costante dielettrica dipende sia dal campo elettrico (quindi dalle condizioni al contorno) sia dalla geometria del campo e del mezzo che si considera.

Questo rapporto di integrali (presente anche nella (1.5.15) è detto *costante di cella* (K, in metri) ed è legato alle caratteristiche geometriche del campo e degli elettrodi.

Per geometrie semplici, è possibile determinare K per via analitica. Ad esempio, nel caso di due elettrodi piani e paralleli, ciascuno di area A, disposti ad una distanza l, si viene a creare un campo elettrico uniforme, che in ogni punto vale E.

In questo caso la (1.5.15) diventa:

$$G = \sigma \frac{E \int_A dA}{-E \int_i^f ds} = \sigma \frac{A}{l} \tag{1.5.23}$$

mentre la (1.5.22) diventa:

$$C = \varepsilon \frac{E \int_A dA}{-E \int_i^f ds} = \varepsilon \frac{A}{l} \tag{1.5.24}$$

In questo caso la costante di cella *K* è il rapporto tra l'area di uno degli elettrodi e la loro distanza.

Per campi elettrici con geometrie complesse *K* non si ricava analiticamente ma si impiegano prove sperimentali o simulazioni numeriche (per un approfondimento, si consulti il paragrafo 3.2 e l'Appendice C).

Nel caso di un campo elettrico in corrente alternata sinusoidale, le proprietà dielettriche (σ e ε') possono variare in funzione della frequenza (*f*, in Hertz).

Qualsiasi materiale sottoposto ad un campo elettrico in frequenza comporta uno spostamento delle cariche al suo interno. Il tempo di risposta delle cariche dipende dalle caratteristiche del materiale e dalla frequenza a cui sono emessi gli impulsi. La risposta può essere l'attenuazione ("rilassamento") o l'esaltazione ("risonanza") del fenomeno.

Nei tessuti biologici i fenomeni di rilassamento sono frequenti mentre quelli di risonanza sono stati osservati solo occasionalmente (Foster *et al.*, 1989).

Le proprietà elettriche estensive di corpi sottoposti a correnti alternate si possono esprimere in termini di ammettenza e impedenza. (Foster *et al.*, 1989; Halliday *et al.*, 2002)

Impiegando la notazione complessa, l'ammettenza (***Y***, in Ohm^{-1}) è:

$$\mathbf{Y} = G + \omega C\,\mathbf{i} \tag{1.5.25}$$

in cui

$\omega = 2\pi f$ (in radianti al secondo) è la frequenza angolare;

i è l'unità immaginaria.

Dall'ammettenza si può ricavare la conducibilità elettrica complessa (o ammettenza specifica, σ, in Ohm^{-1} $metro^{-1}$):

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\mathbf{Y}}{K} = \sigma + \omega\varepsilon_o\varepsilon'\,\mathbf{i} \tag{1.5.26}$$

L'impedenza (***Z***, in Ohm) è l'inverso dell'ammettenza:

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{\mathbf{Y}} = R + X\mathbf{i} \tag{1.5.27}$$

in cui X è la reattanza. La reattanza può essere sia capacitiva ($X<0$) che induttiva ($X>0$), a seconda delle proprietà elettriche del mezzo. Nel caso di mezzi con proprietà capacitive, l'impedenza si può scrivere nel seguente modo:

$$\mathbf{Z} = R - X_C\mathbf{i} = \frac{G}{G^2 + (\omega C)^2} - \frac{\omega C}{G^2 + (\omega C)^2}\mathbf{i} \tag{1.5.28}$$

Dalla (1.5.27) si ricava l'impedenza specifica complessa (**z**, in Ohm metro):

$$\mathbf{z} = \frac{\mathbf{Z}}{K} = \frac{1}{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\sigma}{\sigma^2 + (\varpi\varepsilon_0\varepsilon')^2} - \frac{\varpi\varepsilon_0\varepsilon'}{\sigma^2 + (\varpi\varepsilon_0\varepsilon')^2}\mathbf{i} \qquad (1.5.29)$$

1.5.2.2 Influenza della struttura cellulare sulle proprietà elettriche dei tessuti

Dal punto di vista elettrico, la sospensione extracellulare presente nei tessuti biologici ha una conducibilità che dipende principalmente dalla mobilità e dalla concentrazione degli ioni sodio (Na^+) e cloruro (Cl^-). Anche il liquido citoplasmatico si può considerare un conduttore ionico (Webster, 2006).

Al contrario, le membrane cellulari si possono considerare degli isolanti elettrici (Foster *et al.*, 1989).

Il tessuto epatico può essere modellato attraverso diversi tipi di circuito elettrico (Webster, 2006); uno dei più semplici è un circuito con due rami in parallelo: uno costituito da un componente puramente resistivo (R_{ext}) e l'altro composto da due condensatori (C_{m1} e C_{m2}) e una resistenza (R_{cit}) in serie (figura 1.5.5b).

R_{ext} e R_{cit} descrivono, rispettivamente, il comportamento resistivo della soluzione ionica extracellulare e del citoplasma; C_{m1} e C_{m2} descrivono il comportamento capacitivo delle membrane cellulari. C_{m1} e C_{m2} *si possono sostituire con una capacitanza equivalente (*C_m), come descritto in figura 1.5.5c.

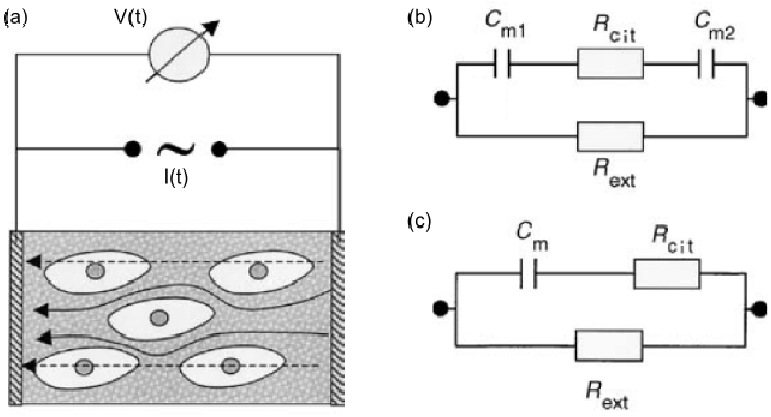


Figura 1.5.5. Schema di apparato sperimentale per la misura dell'impedenza di materiali biologici (a), modello elettrico del tessuto in versione estesa (b) e semplificata (c). (Webster, 2006)

Il comportamento dell'impedenza del circuito equivalente appena descritto varia in funzione della frequenza del campo elettrico: le caratteristiche si possono rappresentare impiegando il diagramma di Nyquist e il diagramma di Bode.

Il diagramma di Nyquist rappresenta il modulo, la parte reale o immaginaria dell'impedenza (Z, $Re(\mathbf{Z})$ o $Im(\mathbf{Z})$, in Ohm) e l'angolo di fase (φ, in gradi) in funzione della frequenza (f, in Hertz).

Il diagramma di Bode (o di Cole) rappresenta la componente immaginaria dell'impedenza ($Im(\mathbf{Z})$) in funzione della componente reale ($Re(\mathbf{Z})$).

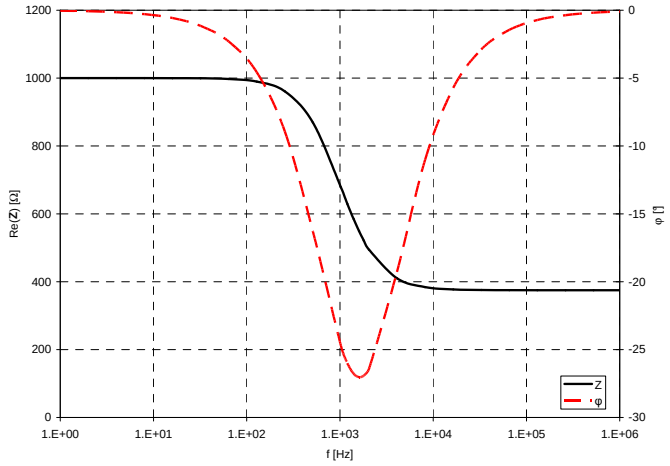
In figura 1.5.6 si mostrano i diagrammi di Nyquist e di Bode per un circuito identico a quello descritto in figura 1.5.5c.

A basse frequenze, il circuito ha una resistenza alta poiché la caratteristica capacitiva delle membrane cellulari (descritta da C_m) fa sì che il campo elettrico fluisca solamente attraverso il liquido extracellulare (descritto da R_{ext}).

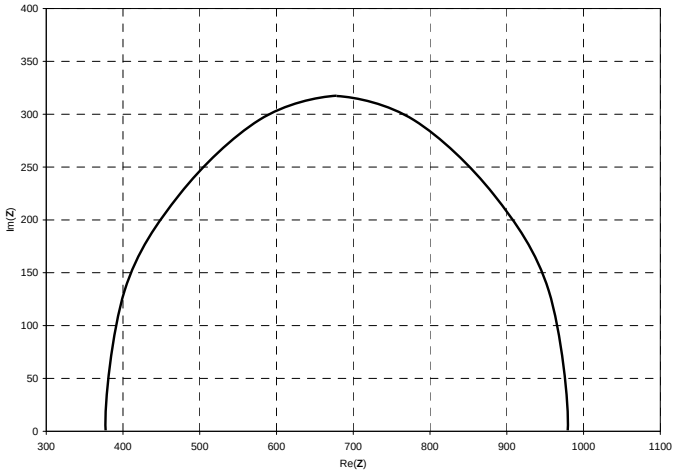
Ad alte frequenze, l'impedenza dell'elemento capacitivo è bassa e la corrente può fluire anche attraverso il liquido extracellulare e citoplasmatico.

Tra le due situazioni limite vi è una transizione: questo fenomeno è chiamato *dispersione*.

La frequenza a cui avviene il dimezzamento della transizione è detta frequenza caratteristica (f_c). L'inverso della frequenza caratteristica è detto costante di tempo ($\tau = 1/f_c$). È possibile ricavare la frequenza caratteristica dal diagramma di Bode attraverso il punto in cui l'angolo di fase ha il suo minimo.



(a)



(b)

Figura 1.5.6. Diagramma di Nyquist (a) e di Bode (b) che descrivono un circuito analogo a quello di figura 1.5.5c (R_{ext} = 1 kΩ; R_{cit} = 600 Ω; C_m = 100 nF).

Da evidenze sperimentali si è osservato che il modello appena descritto presenta un difetto nella capacità elettrica che descrive le membrane cellulari: a questo proposito C_m è sostituito da un elemento capacitivo non ideale chiamato CPE (*Constant Phase Element*).

In letteratura il modello elettrico del fegato è descritto dall'equazione di Cole-Cole (Foster *et al.*, 1989):

$$\mathbf{Z} = R_\infty + \frac{\Delta R}{1 + \Delta R\,(i\omega k_c)^\alpha}, \text{ con } \Delta R = R_0 - R_\infty \qquad (1.5.30)$$

in cui

R_0 e R_∞ sono i valori di resistenza a bassa e alta frequenza del tessuto; si possono ricavare dal diagramma di Nyquist.

k_c è una costante, che si ricava conoscendo la costante di tempo e ΔR: $\tau = \Delta R\, k_c$

α è il parametro che descrive l'elemento CPE; se $\alpha = 1$, l'elemento CPE si comporta come un condensatore ideale.

Per tessuti biologici macroscopicamente eterogenei, l'impedenza è scritta come una somma di equazioni di Cole-Cole. Ne consegue che i tessuti hanno diverse dispersioni.

Nel 1957 Schwann definì tre principali regioni di dispersione nello spettro delle frequenze: α, β e γ (figura 1.5.7).

La dispersione α (visibile a frequenze inferiori a 1 kHz) è legata alla polarizzazione che avviene tra le membrane cellulari e il liquido extracellulare (Pething, 1987).

A basse frequenze, infatti, le membrane riescono a caricarsi e scaricarsi durante un ciclo di oscillazione del campo elettrico, comportando un'alta capacità elettrica che si riflette in un alto valore della costante dielettrica.

La dispersione β (visibile tra 10 kHz e 1 MHz; per molti tessuti si manifesta a circa 100 kHz) è dovuta principalmente al cambiamento di proprietà elettriche delle membrane cellulari che agiscono come barriera al flusso degli ioni tra l'interno e l'esterno delle cellule. Altri contributi provengono dalla polarizzazione delle proteine (che sono dipoli permanenti) e di altre macromolecole organiche (Gabriel *et al.*, 1996a).

La dispersione γ (presente alle frequenze dei GHz) è dovuta principalmente alla polarizzazione delle molecole d'acqua (Pething, 1987; Gabriel *et al.*, 1996a).

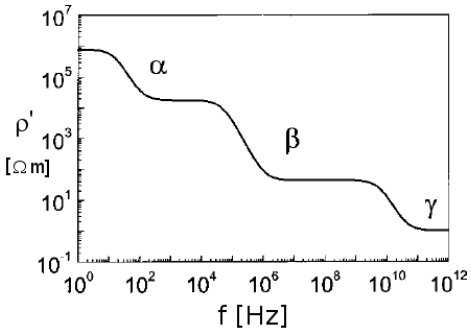


Figura 1.5.7. Rappresentazione grafica della dispersione α, β e γ nei tessuti biologici (Fonte: Webster, 2006).

Quindi, è possibile interpretare la diminuzione di resistività all'aumentare della frequenza come un progressivo aumento della porzione di volume di sospensione conduttrice accessibile al passaggio del campo elettrico. Per frequenze inferiori a 100 kHz, le membrane cellulari (costituite da fosfolipidi) hanno una conducibilità nettamente inferiore rispetto al liquido extracellulare; di conseguenza, solo il fluido extracellulare è disponibile al passaggio di corrente elettrica. Ciò spiega, ad esempio, la bassa resistività del sangue, un tessuto ricco di liquido extracellulare.

Per tessuti molli, quali quello epatico, la conducibilità si può ricavare attraverso la teoria delle miscele di Maxwell-Fricke (Foster *et al.*,1989), che permette il calcolo delle proprietà elettriche di un mezzo attraverso una media pesata delle proprietà elettriche dei suoi costituenti. Il tessuto è modellato come una frazione di volume p di cellule (a conducibilità nota) in sospensione all'interno di una soluzione (anch'essa a conducibilità nota).

A titolo di esempio, si enuncia la formula per la stima della resistività elettrica in corrente continua (ρ'_{DC}):

$$\rho'_{DC} = \left(\rho'^{-1}_{sol} \frac{1-p}{1+0.5p} + \rho'^{-1}_{cellule} \frac{9p}{(2+p)^2} \right)^{-1} \tag{1.5.31}$$

dove

ρ'_{DC} è la resistività soluzione (in Ohm metro);

$\rho'_{cellule}$ è la resistività delle cellule (in Ohm metro).

Se si considera un fluido extracellulare con $\rho'_{sol} = 2\ \Omega$ m e una frazione di volume di cellule (a resistività infinita per via della natura delle membrane cellulari) $p = 0.9$, si ricava un valore di conducibilità in corrente continua di 7.2 Ω, tipico di tessuti molli ad alto contenuto acquoso a basse frequenze (Foster *et al.*, 1989).

Per frequenze tra 1 e 100 MHz le membrane cellulari non offrono più una barriera al passaggio del campo elettrico: solo le proteine impediscono il flusso elettrico. È quindi possibile stimare la conducibilità elettrica impiegando una soluzione equivalente costituita da un elettrolita e da particelle in sospensione non conduttive (proteine e altri solidi).

1.5.2.3 Analisi bibliografica

L'indagine bibliografica esposta in questo paragrafo è concentrata sulle proprietà del tessuto epatico a radiofrequenza, e in particolare sulla resistività a

460÷480 kHz, la frequenza a cui operano la maggior parte dei generatori per termoablazione impiegati negli interventi (McGahan *et al.*, 2001).

Per quanto riguarda la variabilità con la frequenza, la resistività del tessuto epatico è stata misurata a temperatura ambiente o corporea per diversi mammiferi (esseri umani, ovini, suini, bovini, conigli, felini e cani) sia *in vivo* che *ex-vivo* (Gabriel *et al.*,1996a, b; Faes, 1999): in figura 1.5.8 si espongono i risultati.

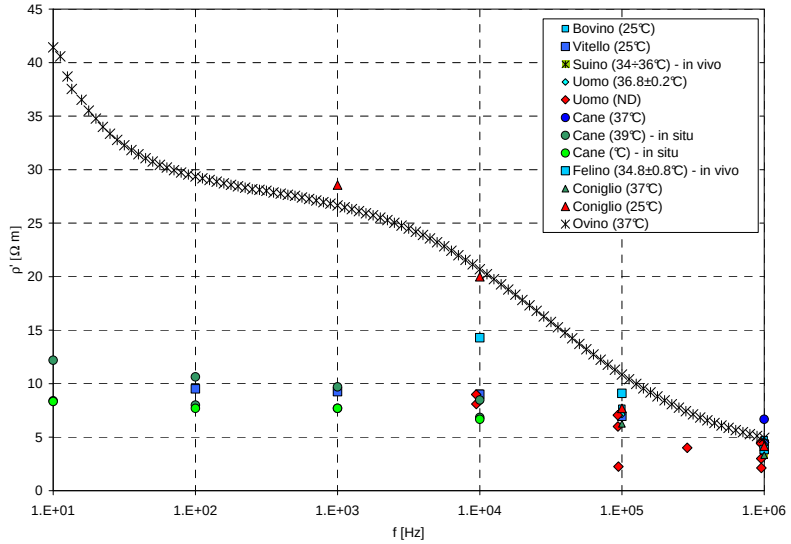


Figura 1.5.8. Misure sperimentali di resistività in funzione della frequenza svolte su campioni di tessuto epatico *in-vivo* ed *ex-vivo* di mammiferi.

Nonostante l'eterogeneità delle temperature, delle tecniche di misura e dello stato di conservazione dei campioni, si osserva una diminuzione monotona della resistività all'aumentare della frequenza; il fenomeno è spiegabile con la struttura cellulare del tessuto descritta nel paragrafo 1.5.2.2. Soprattutto attraverso i dati di tessuto ovino (indagati in modo approfondito da Gabriel *et al.*, 1996b) si può notare chiaramente la dispersione α e β: la prima avviene tra 10 e 100 Hz, mentre la seconda avviene tra 1 kHz e 1 MHz.

Concentrandosi sui risultati tra 100 kHz e 1MHz, i valori di resistività del tessuto epatico sono compresi tra 10 e 2 Ω m: un valore medio ricavabile per interpolazione indica che a frequenze di 460-500 kHz la resistività del tessuto epatico è di circa 4.5÷5 Ω m.

La variabilità dei risultati appena osservata è il riflesso di numerosi fattori:

- la variabilità locale all'interno dello stesso organo e una variabilità da un individuo all'altro;
- la temperatura;
- il tempo intercorso tra la misura e l'asportazione del tessuto;
- il contenuto di acqua;
- la presenza di cellule tumorali.

Innanzitutto, esiste una **variabilità** locale all'interno dello stesso organo e una variabilità da un individuo all'altro, riscontrabile soprattutto nella resistività e nell'angolo di fase (Foster *et al.*, 1989). Questo fenomeno è stato osservato anche nel cervello, nei reni, nel cuore e nelle arterie.

La variabilità può essere talmente elevata da obnubilare le differenze di proprietà elettriche tra tessuti di diverso tipo (Surowiec *et al.*, 1987).

Alcuni autori hanno evidenziato la variazione della resistività in funzione della **temperatura**.

Duck (1990) riporta un coefficiente di variazione percentuale della resistività in funzione della temperatura per tessuti epatici bovini e suini pari a -1.5 %/°C, senza però definire l'intervallo di validità.

Foster *et al.* (1989) hanno misurato una variazione della resistività per tessuti epatici umani di -0.6 %/°C nell'intervallo 20÷40 °C.

Pop *et al.* (2003) hanno investigato su tessuto renale e grasso peritoneale suino ad una frequenza di 460 kHz in un intervallo di temperature compreso tra 22 e 80 °C. I campioni sono stati sottoposti a cicli di riscaldamento immergendo i campioni all'interno di una vasca termostatata fino al raggiungimento della

stazionarietà delle misure elettriche (circa 30'); successivamente i campioni sono stati raffreddati per 15'.

Si è osservato che per riscaldamenti a temperature inferiori a 50 °C le proprietà elettriche (conducibilità e costante dielettrica relativa) ritornavano alle condizioni iniziali una volta che i campioni venivano raffreddati.

Per temperature di riscaldamento superiori a 50 °C (temperatura a cui inizia la coagulazione delle proteine in tempi ragionevoli) si è ottenuto un aumento di conducibilità fino a 2 volte rispetto alle misure effettuate con cellule vive. Ciò è stato spiegato attraverso un danneggiamento strutturale permanente delle cellule, mostrato anche attraverso immagini al microscopio ottico. Nel tessuto avviene la rottura delle membrane cellulari e la fuoriuscita del citoplasma e degli organuli cellulari, tra cui il nucleo. Il fenomeno comporta l'aumento di liquido conduttivo disponibile al passaggio del campo elettrico a radiofrequenza e la conseguente diminuzione della resistività. Inoltre, la distruzione delle membrane cellulari spiega l'irreversibilità delle proprietà elettriche del tessuto una volta riportato alla temperatura iniziale.

Impiegando le misure di resistività ottenute a regime, Pop ha proposto una legge di variazione lineare della conducibilità in funzione della temperatura di 1.62 %/°C, molto vicina ai dati di Duck (1990).

Pop conclude che l'effetto di riduzione della resistività è dovuto a due fattori: uno legato ad un fenomeno irreversibile, che porta all'aumento della disponibilità di materiale conduttivo, e l'altro legato ad un fenomeno reversibile quale è il cambiamento delle proprietà dielettriche delle soluzioni saline al variare della temperatura.

Chin *et al.* (2001) hanno investigato sul comportamento elettrico del tessuto epatico bovino a 915 MHz a seguito di cicli di riscaldamento e raffreddamento.

Come ha osservato Pop per il tessuto renale, il riscaldamento a 80 °C comporta un aumento della conducibilità di 1.1 volte rispetto alla condizione iniziale.

Inoltre, con tempi di esposizione inferiori ai 30', non si sono osservati cambiamenti nella conducibilità a seguito del raffreddamento fino a 66 °C.

Anche in questo caso, la spiegazione del fenomeno viene attribuita alla denaturazione delle proteine che, essendo di tipologie e caratteristiche diverse, fa avvenire il cambiamento di resistività in modo graduale.

Chin e Pop osservano entrambi che il cambiamento irreversibile delle proprietà elettriche (che avviene a circa 55°C) coincide con un cambiamento cromatico del tessuto, che per il fegato consiste in un viraggio da rosso intenso a marrone chiaro.

Le variazioni di proprietà elettriche dovute al tempo intercorso tra la misura e l'**asportazione del tessuto** dall'essere vivente sono legate alla rottura delle membrane cellulari e all'aumento di liquido conduttore disponibile per il passaggio del campo elettrico. Questo fenomeno è molto visibile a basse frequenze e tende a scomparire all'aumentare della frequenza poiché si riducono gli effetti legati alla presenza delle membrane cellulari (Pething, 1987).

Surowiec *et al.* (1985) hanno eseguito misure elettriche su campioni di tessuto epatico bovino a 24.5 °C durante la fase di "invecchiamento" (figura 1.5.9).

Si nota che ad audiofrequenza (20 kHz) dopo un giorno vi è una riduzione della resistività di un terzo, mentre alle frequenze di interesse (tra i 400 e i 600 kHz) la riduzione è di un quinto.

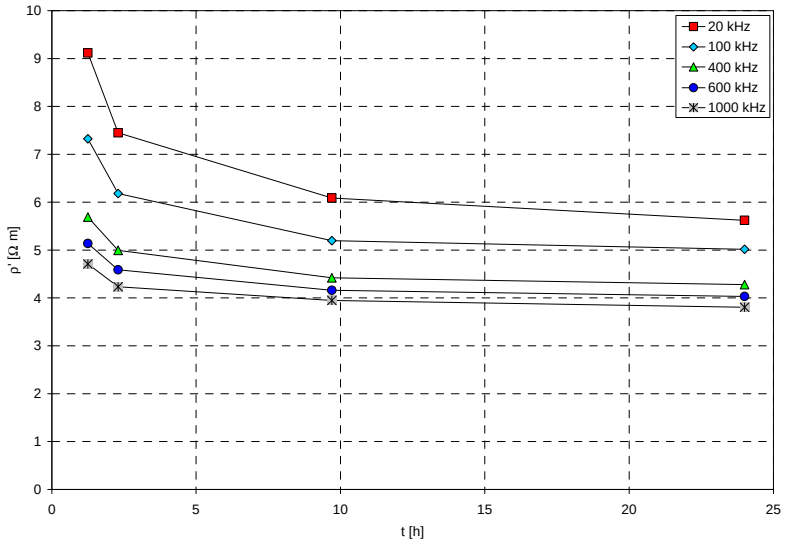


Figura 1.5.9. Resistività del tessuto epatico a 24.5 °C in funzione del tempo trascorso dall'asportazione dell'organo (Surowiec *et al.*, 1985).

Successivamente, Surowiec *et al.* (1986) hanno osservato che la resistività *in vitro* è inferiore rispetto a quella *in-vivo* solo dopo 10 h.

La causa del fenomeno è da ricercare nella necrosi cellulare. Con la recisione del tessuto, le cellule interrompono le loro attività poiché vengono mano a mano a mancare i nutrienti e l'ossigeno. La disgregazione delle membrane cellulari comporta il rilascio di abbondanti quantità di sali di potassio che aumentano la conducibilità del liquido extracellulare (Surowiec *et al.*, 1985).

Tuttavia, si è osservato che la variabilità dovuta all'invecchiamento del tessuto è compresa nel range di variabilità che vi è tra animale e animale della stessa specie (Foster *et al.*, 1989).

La variazione di resistività è legata anche al **contenuto di acqua** presente nel campione.

In una revisione dei dati riguardanti le proprietà elettriche dei tessuti umani, Faes (1999) ha mostrato che la conducibilità ha una buona correlazione con la percentuale d'acqua (figura 1.5.10).

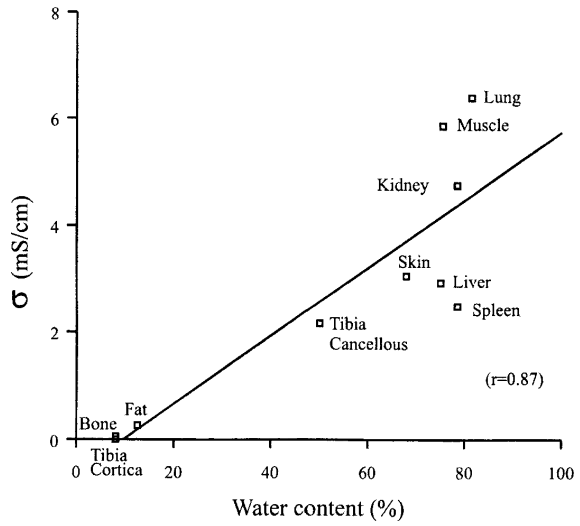


Figura 1.5.10. Conducibilità dei tessuti umani (σ) in funzione del contenuto d'acqua (water content). (Faes, 1999)

Quindi, il contenuto d'acqua influenza fortemente la conducibilità.

A questo proposito si sottolinea il fatto che gli animali giovani (quelli allevati e macellati, quindi impiegati negli esperimenti) hanno un contenuto di acqua tendenzialmente maggiore rispetto agli adulti, ma che per la vendita il sangue viene drenato (Hamilton, 1998). Nelle sue misure su 46 campioni di tessuto epatico animale, Hamilton ha riscontrato una percentuale media di acqua pari al 67.3% (con una deviazione standard dell'1.2%) contro il 74.6% (con deviazione standard dell'1.0%) dei 41 campioni di tessuto epatico umano.

Le **cellule tumorali** hanno una diversa struttura della membrana cellulare e hanno un contenuto di acqua e di ioni sodio maggiore rispetto a quelle sane (Pething, 1987).

Foster *et al.* (1989) riportano che un tessuto epatico sano di ratto ha un contenuto di acqua del 71.4% mentre uno affetto da epatoma ha una percentuale del 81.9%.

Haemmerich *et al.* (2003) hanno misurato a 500 kHz la resistività del tessuto epatico di alcuni ratti sani e malati ottenendo, rispettivamente 2.86 Ω m e 2.30 Ω m. La spiegazione della minore resistività del tessuto malato è spiegata dal fatto che le cellule, essendo già in necrosi, hanno le membrane cellulari disgregate.

Haemmerich ha osservato anche la maggiore variabilità dei risultati delle misure di tessuti epatici tumorali rispetto a quelli sani: ciò è spiegato con la notevole variabilità della struttura cellulare.

La resistività dei tessuti biologici può avere caratteristiche di **anisotropia**. Questa proprietà, tipica dei muscoli, dei nervi e delle ossa, nel fegato non è mai stata riscontrata (Duck, 1990).

1.5.3 Densità e contenuto d'acqua

La densità del tessuto epatico (ρ, in kilogrammi su metro cubo) ed il contenuto d'acqua (w_c, in percentuale sulla massa del campione) sono stati misurati per alcuni mammiferi, tra cui l'uomo. In tabella 1.5.7 sono riportati i risultati raccolti.

Tabella 1.5.7. Densità e contenuto d'acqua di alcuni tessuti epatici animali.

Tessuto epatico	ρ [kg/m³]	w_c [%]	Fonte
Agnello, Bovino e Suino	1080	74.2	Hamilton, 1998
Umano	1050	77.0	Cooper *et al.*, 1972
Cane	1078	73.5	Cooper *et al.*, 1972
Ratto	ND	72.0	Spells, 1960
Coniglio	ND	72.0	Spells, 1960

La densità del fegato è quindi maggiore di circa il 10% rispetto a quella dell'acqua.

1.6 Osservazioni e obiettivi della tesi

La termoablazione a radiofrequenza è una tecnica promettente per la cura mini-invasiva dei tumori tra cui quelli del fegato.

Attualmente la RFTA riesce ad essere applicata su noduli di dimensione massima di circa 6 cm. Ma non sempre è possibile eseguire lesioni di queste dimensioni.

La RFTA fino ad ora è stata modellata solo nella fase di riscaldamento del tessuto ma manca una vera e propria modellazione fisica e matematica del fenomeno a temperature prossime ai 100 °C.

Queste temperature si instaurano solo nella parte finale dell'intervento, ma se lo scopo dello studio è capire completamente i fenomeni che partecipano all'evoluzione della lesione causata dalla termoablazione a RF per poi poter intervenire e migliorare la tecnica, si dovrebbe capire cosa avviene a queste temperature e perché; in altri termini, quali sono le cause scatenanti dell'interruzione di erogazione di potenza e come agiscono precisamente?

Nel capitolo 2 si definisce un modello concettuale della RFTA per tessuti epatici *ex-vivo* fino all'interruzione del procedimento. Il modello è frutto dell'osservazione di alcuni esperimenti di termoablazione.

Successivamente è definito il modello matematico in grado di rappresentare mediante formule ed equazioni il modello concettuale.

Dal punto di vista delle proprietà fisiche, quasi tutti gli autori simulano la termoablazione mantenendo costanti resistività, calore specifico e conducibilità termica.

Osservando i risultati dell'analisi bibliografica effettuata sulle proprietà elettriche del tessuto epatico nel campo delle microonde e di alcuni tessuti molli (rene) a radiofrequenza, risulta che la resistività cambi con la temperatura.

Per questo motivo, sono state condotte prove sperimentali per determinare le proprietà elettriche del parenchima epatico al variare della temperatura (capitolo 3).

Si sono eseguite anche verifiche sulla variabilità delle proprietà termiche (calore specifico e conducibilità termica) di tessuto epatico bovino e suino con la temperatura.

Una volta in possesso del modello matematico e delle proprietà fisiche del tessuto epatico, nel capitolo 4 viene descritto ed impiegato il modello numerico.

La validazione del modello e del codice di calcolo è stata eseguita per mezzo di una serie di esperimenti su campioni *ex-vivo* di fegato bovino e suino.

Capitolo 2

Modello concettuale e modello matematico

2.1 Introduzione

Con il termine *modello concettuale* si intende una rappresentazione (spesso una semplificazione) di un sistema capace di spiegarne il funzionamento. In altri termini, il modello concettuale è la schematizzazione di ciò che si osserva.

Se ci si pone l'obiettivo di modellare la formazione della termolesione epatica *in-vivo* si deve affrontare un problema eccessivamente complesso in cui interagiscono, insieme a fattori fisici soggetti a leggi generali che ne permettono la modellazione (come il campo elettrico, il riscaldamento e la conduzione termica), fattori fisici che possono essere compresi qualitativamente ma difficilmente quantificabili (come l'ebollizione, la convezione ad opera del flusso sanguigno) e fattori casuali legati al problema specifico (come la presenza di grandi vasi e i contorni non bene identificabili).

Si deve inoltre verificare che le proprietà fisiche dei materiali coinvolti nei fenomeni descritti siano costanti o siano funzione delle variabili di stato del sistema.

L'indagine esposta in questa tesi riguarda la fase iniziale della ricerca, in cui il problema è stato semplificato eseguendo esperimenti *ex-vivo*, ossia eliminando il fenomeno della convezione termica dovuta alla circolazione sanguigna.

Il presente capitolo descrive il modello concettuale ideato per rappresentare lo sviluppo delle lesioni epatiche prodotte dalla termoablazione a radiofrequenza. Il modello è il frutto delle osservazioni compiute durante esperimenti condotti nel laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale dell'Università di Pavia su campioni *ex-vivo* di parenchima epatico.

Il modello matematico descritto nella seconda parte del capitolo non è altro che la traduzione e, in alcuni casi, la semplificazione di ciò che è descritto nel modello concettuale.

Per quanto riguarda l'implementazione numerica del modello matematico e le particolarità dovute alla simmetria del problema che si vuole studiare, si rimanda al capitolo 4.

2.2 Esperimenti

Il modello concettuale dell'evoluzione delle termolesioni epatiche a radiofrequenza è stato elaborato osservando e misurando alcune grandezze durante esperimenti di termoablazione chiamati "esperimenti preliminari" e "esperimenti di visualizzazione".

Gli esperimenti sono stati realizzati impiegando apparati sperimentali e tecniche di misura che verranno spiegati nel dettaglio nel quarto capitolo e nelle Appendici A e B.

I campioni di parenchima epatico sono stati scelti in modo tale da essere omogenei e non presentare eccessiva vascolarizzazione.

In questa parte ci si concentra quindi solo sull'osservazione e l'interpretazione dei fenomeni.

2.2.1 Esperimenti preliminari

Gli esperimenti preliminari riproducono in modo semplificato una RFTA su tessuto epatico *ex-vivo* in campo tridimensionale.

Si è posto un campione di parenchima epatico bovino al di sopra di una lastra metallica (in grado di fungere da elettrodo passivo) e si è infilato al suo interno una sonda-catetere (elettrodo attivo) in modo tale che fosse lontana qualche centimetro dall'elettrodo passivo (figura 2.2.1).

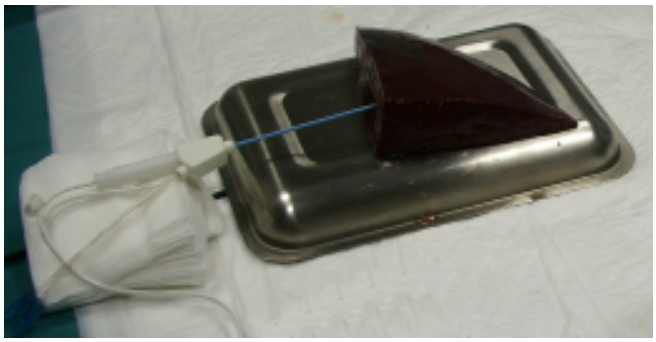


Figura 2.2.1. Disposizione della sonda-catetere all'interno del campione di parenchima epatico negli esperimenti preliminari di osservazione della RFTA.

Si sono collegati i due elettrodi ad un generatore a RF del tutto identico a quelli impiegati nella pratica medica (Appendice A) e si è praticata una termoablazione ad una determinata potenza.

Si sono eseguiti 12 esperimenti erogando diverse potenze. Si è presa nota delle potenze medie erogate (W), delle durate (t) e delle evoluzioni nel tempo del modulo dell'impedenza (Z).

In figura 2.2.2 e figura 2.2.3 sono rappresentate, rispettivamente, le durate degli esperimenti in funzione della potenza media e la variazione delle impedenze durante alcune di queste prove.

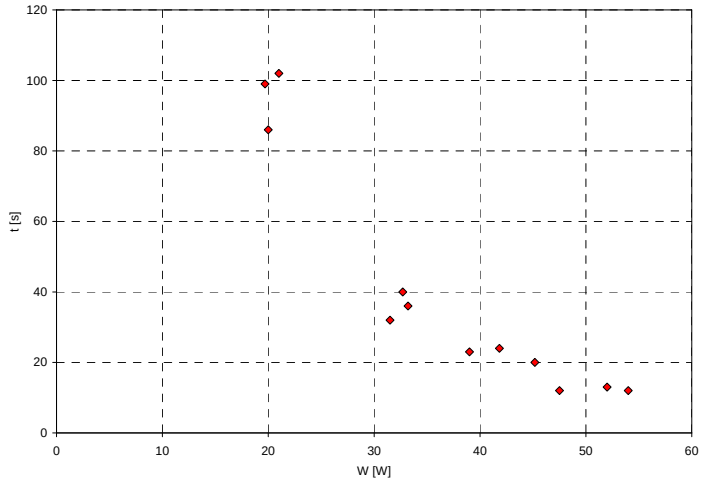


Figura 2.2.2. Esperimenti preliminari 3D di RFTA: andamento delle durate (*t*) in funzione della potenza media erogata (*W*).

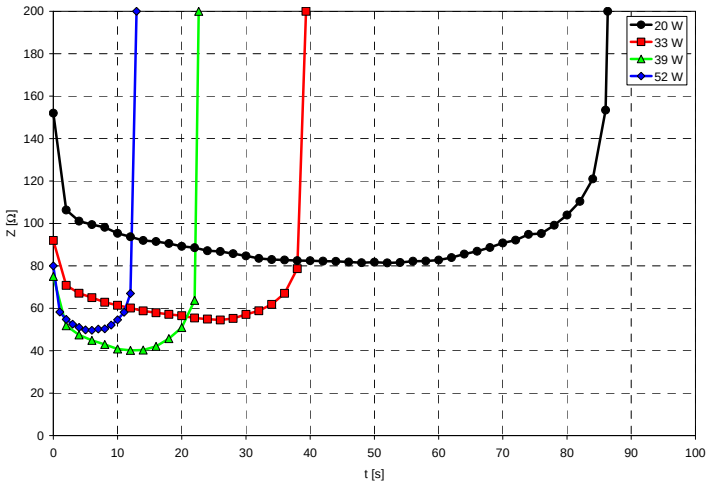


Figura 2.2.3. Esperimenti preliminari 3D di RFTA: andamento del modulo dell'impedenza (*Z*) in funzione del tempo (*t*).

Come già riscontrato in letteratura, la variabilità dei risultati è notevole: da prove eseguite nelle stesse condizioni e con la medesima potenza si ottengono risultati diversi come durate (figura 2.2.2) e dimensione delle lesioni.

Dal punto di vista delle durate, si osserva che gli esperimenti eseguiti alle potenze maggiori durano meno rispetto agli esperimenti condotti a basse potenze.

Eseguendo il calcolo dell'energia immessa (*Q*, in Joule) per i quattro esperimenti mostrati in figura 2.2.3:

$$Q = \int_{0}^{tfin} W \, dt \tag{2.2.1}$$

risulta che l'energia totale erogata durante gli esperimenti a bassa potenza è maggiore di quella erogata nelle prove ad alta potenza (tabella 2.2.1).

Tabella 2.2.1. Risultati di quattro dei 12 esperimenti preliminari di RFTA con geometria 3D.

W_{media} [W]	t [s]	Q [J]
20	86	1720
33	39	1287
39	23	897
52	13	676

Osservando i valori di impedenza del tessuto (figura 2.2.3), si evince che l'impedenza del campione tende a diminuire rapidamente, assestandosi a valori pari a circa la metà della misura iniziale per tutta la parte centrale dell'esperimento.

Nell'ultima parte delle prove l'impedenza sale fino a raggiungere il limite del generatore (200 Ω) oltre al quale si arresta l'erogazione della potenza.

Si nota che negli esperimenti eseguiti ad alta potenza la risalita dell'impedenza è più repentina rispetto alle prove eseguite a bassa potenza.

Al termine degli esperimenti, i campioni si sono sezionati longitudinalmente e trasversalmente rispetto all'elettrodo attivo: le lesioni, di colore marrone chiaro che sfumano verso il colore rossastro del tessuto epatico intatto, sono mediamente di forma ellissoidale con asse maggiore coincidente con l'asse del catetere figura 2.2.4). L'asse minore interseca il baricentro dell'elettrodo attivo.

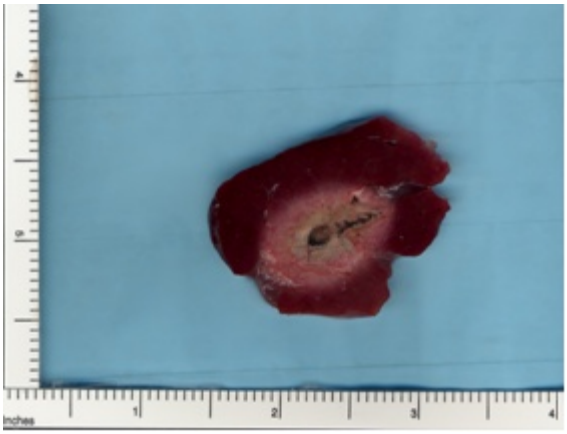


Figura 2.2.4. Esempio di termo lesione ottenuta durante gli esperimenti.

Per quanto concerne le dimensioni dell'asse minore delle lesioni, esso è minore per gli esperimenti eseguiti ad alta potenza.

L'andamento dei volumi delle lesioni in funzione della potenza concorda con quanto visto per le energie erogate; infatti, le lesioni sono il risultato del riscaldamento del tessuto avvenuto per immagazzinamento di energia sotto forma di calore: lesioni piccole sono il risultato dell'immagazzinamento di piccole quantità di energia; viceversa, grandi lesioni sono il risultato di un maggiore immagazzinamento di energia sotto forma di calore.

2.2.2 Esperimenti di visualizzazione

Dagli esperimenti preliminari risulta evidente che la termoablazione a radiofrequenza contiene effetti di tipo non lineare: un aumento della potenza

erogata non aumenta l'energia immagazzinata e nemmeno la dimensione delle lesioni.

Per una migliore interpretazione dei fenomeni che si manifestano durante la RFTA è necessaria una visualizzazione dell'evolversi della lesione all'interno del tessuto e, in particolare, in prossimità dell'elettrodo attivo.

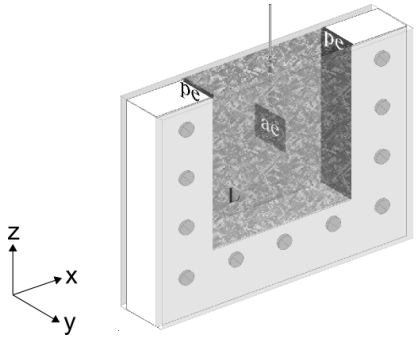
Si è deciso perciò di semplificare il problema dal punto di vista geometrico, trasformandolo in bidimensionale piano in cui poter vedere lo sviluppo della lesione: nella terza dimensione il fenomeno avverrà in modo identico poiché $\partial u / \partial z = 0$ (dove u è una qualsiasi grandezza in gioco nel nostro problema: temperatura, tensione e corrente).

Questa scelta altera in qualche modo i fenomeni. Ad esempio, il taglio di una fetta di tessuto comporta la formazione di una superficie da cui la fuoriuscita di liquido (intracellulare, extracellulare e sangue) è facilitata: ciò potrebbe comportare l'aumento degli effetti di trasmissione del calore per convezione. Questa alterazione è pressoché assente nel caso clinico e negli esperimenti tridimensionali come quello descritto in precedenza.

Inoltre, la presenza di due lastre a contatto con l'ambiente comporterà scambi di calore con l'esterno del tutto assenti nei casi reali.

Nonostante ciò, il caso piano 2D mantiene l'indubbio vantaggio di permettere di osservare ciò che avviene in prossimità dell'elettrodo attivo, fondamentale per cercare di modellare correttamente il fenomeno.

Lo schema del campionatore è mostrato in figura 2.2.5. Per informazioni riguardanti le dimensioni si rimanda al capitolo 4.1.



Legenda

L: fegato
ae: elettrodo attivo
pe: elettrodo passivo

Figura 2.2.5. Campionatore impiegato negli esperimenti bidimensionali piani.

Si è racchiusa una fetta di tessuto (*L*) prelevato da un fegato bovino entro due lastre trasparenti.

Si è posto l'elettrodo attivo (*ae*) all'interno del tessuto. L'elettrodo attivo è costituito da una lastrina ricoperta di materiale conduttore (rame) collegata all'esterno da una bacchetta di rame isolata elettricamente in superficie. L'elettrodo attivo ha quindi una superficie conduttrice che si sviluppa nelle direzioni *y* e *z*.

L'elettrodo passivo (*ep*) è stato posto attorno alla superficie laterale della fetta di tessuto epatico.

Si è posto il campione in posizione verticale.

La parte superiore del campione è a contatto con l'atmosfera, quindi è sottoposta ad una pressione relativa nulla.

Nel campione si sono inseriti due sensori di temperatura NTC (Appendice A) e mediante un sistema di acquisizione si sono registrate le temperature in due punti diversi rappresentati in figura 2.2.6 dal simbolo +.

Si sono collegati gli elettrodi al generatore a radiofrequenza e si è mantenuta una potenza costante fino all'interruzione dovuta al raggiungimento dell'impedenza di 200 Ω all'interno del campione.

In seguito si mostrano i risultati ottenuti in tre esperimenti: due a 50 W ed uno a 20 W per controllare se gli effetti sulla dimensione delle lesioni e sulle

durate osservati negli esperimenti preliminari si verificano anche in questo caso semplificato.

L'evoluzione del fenomeno è stata ripresa con una videocamera digitale per poterla successivamente analizzare nel dettaglio. Inoltre, attraverso la ripresa è possibile associare la temperatura (misurata dai sensori) al cambiamento di colore del tessuto.

Le immagini mostrate in figura 2.2.6 sono ricavate dalla ripresa eseguita durante il primo esperimento a 50 W.

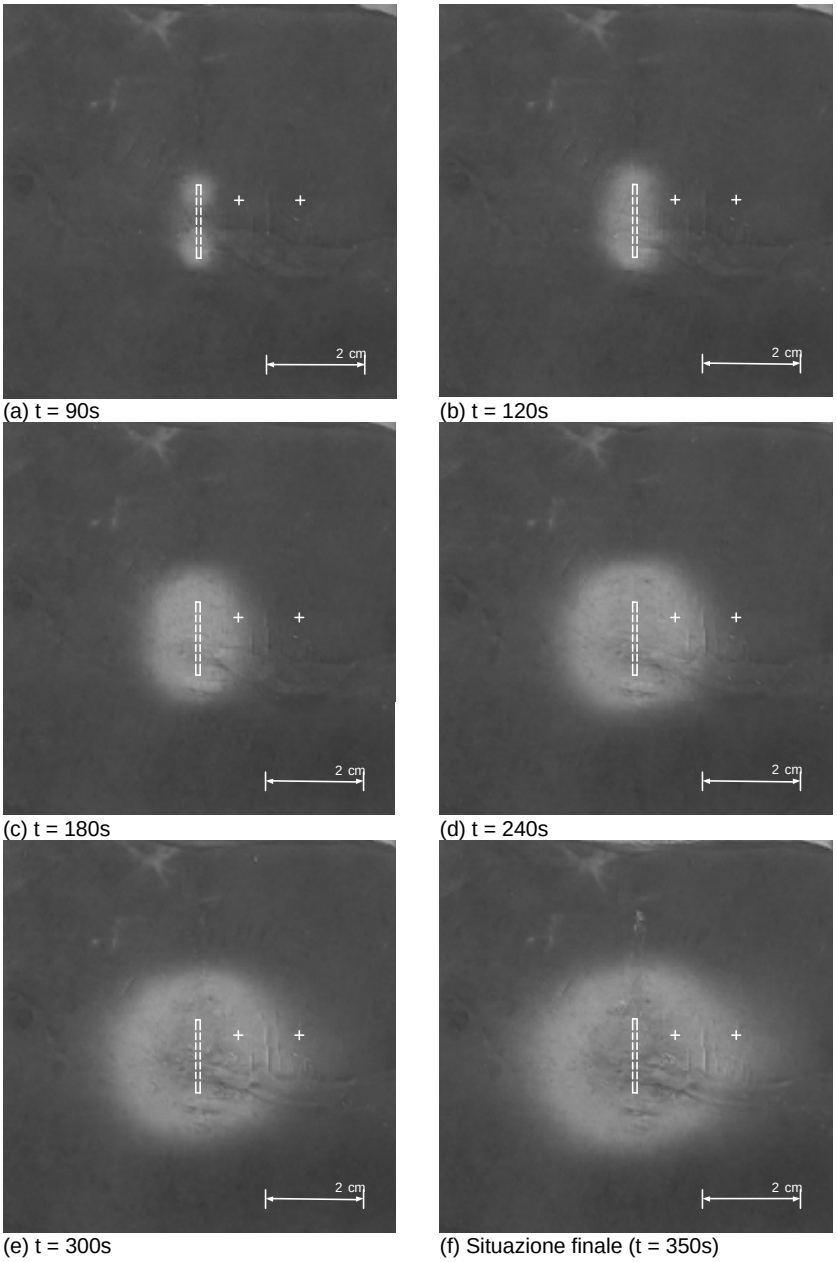
Inizialmente si può osservare che il tessuto è di un colore uniforme. Dopo qualche secondo, si inizia ad osservare una variazione di colore del tessuto in prossimità dei due estremi dell'elettrodo attivo, che tende a schiarirsi e a passare ad un colore marrone chiaro. La situazione dopo 90 s è esposta in figura 2.2.6a.

Successivamente, il cambiamento di colore inizia ad interessare il tessuto vicino alla parte centrale dell'elettrodo attivo (figura 2.2.6b).

Attorno agli estremi dell'elettrodo il cambiamento di colore del tessuto interessa zone maggiori.

Globalmente, il tessuto di colore più chiaro tende ad assumere una forma di ellisse allungato.

La macchia di tessuto leso aumenta le proprie dimensioni fino a raggiungere la posizione del primo sensore di temperatura: la variazione di colore avviene a circa 65 °C (figura 2.2.6c).



(a) t = 90s (b) t = 120s

(c) t = 180s (d) t = 240s

(e) t = 300s (f) Situazione finale (t = 350s)

Figura 2.2.6. Evoluzione della termolesione nel primo esperimento di visualizzazione a 50 W.

Le figure successive (figura 2.2.6e, f) si riferiscono alla situazione in cui il fronte di lesione raggiunge il secondo sensore e la massima distanza dall'elettrodo.

L'interruzione della potenza elettrica per raggiungimento della massima impedenza consentita avviene a 350 s.

Si può osservare la sostanziale simmetria del fenomeno.

Le immagini presentate sono per chiarezza le migliori ottenibili in quanto si è appoggiata contro la lastra trasparente la superficie esterna del fegato, provvista di un tessuto epiteliale che non trasuda sangue e liquido.

Sulla faccia retrostante, parallela alla prima, la superficie che appare è ottenuta da un taglio del tessuto: l'immagine relativa alla situazione finale dell'esperimento è riportata nella figura 2.2.7.

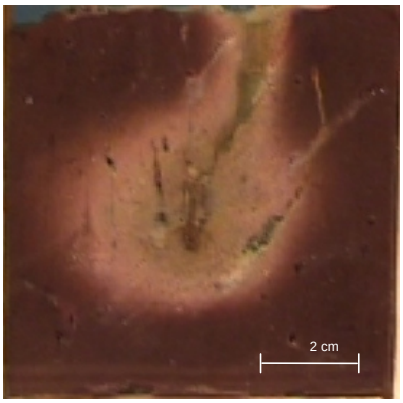


Figura 2.2.7. Faccia posteriore del campione di tessuto mostrato in figura 2.2.6 (primo esperimento a 50 W).

La dimensione della lesione è pressoché simile a quella misurabile sul lato ripreso con la videocamera.

Si osserva l'effetto della convezione termica associata all'acqua fuoriuscita dal tessuto e alla sovrappressione conseguente al riscaldamento. Il liquido, trovando sfogo lungo la parete in corrispondenza della incisione eseguita inizialmente per inserire l'elettrodo attivo e i sensori termici, ha raggiunto la

superficie superiore asportando calore dalla zona centrale e "cuocendo" il tessuto lungo il suo cammino.

In questo esperimento la fuga di calore è facilitata dalla presenza della parete: situazione non presente nel caso 3D.

Il gruppo di immagini mostrato in figura 2.2.8 è relativo ad un secondo esperimento eseguito a 50 W.

Come durata, gli esperimenti sono piuttosto simili: 370 s contro i 350 s del precedente. Le prime due immagini della sequenza sono del tutto simili a quelle di figura 2.2.7.

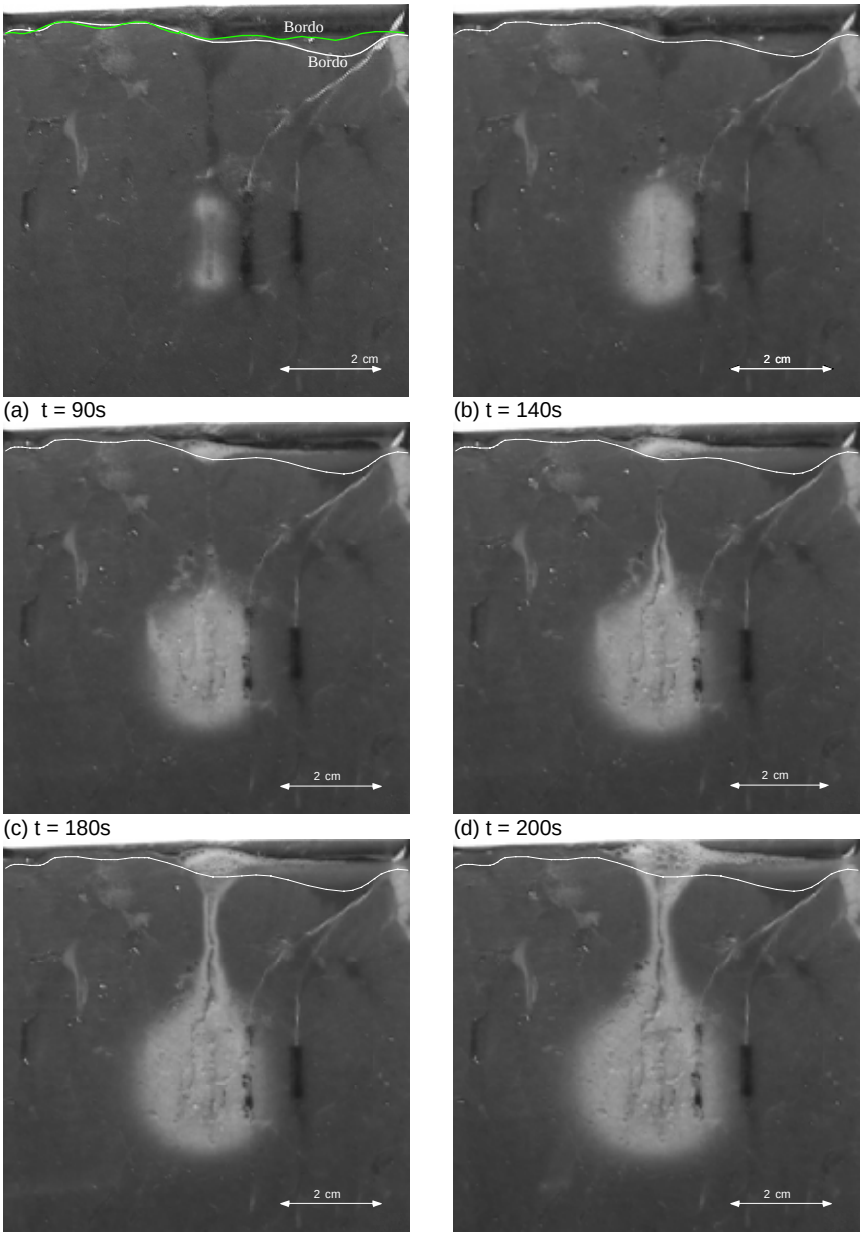
Si osserva che dopo tre minuti (figura 2.2.8c) il liquido formatosi in prossimità dell'elettrodo tende a risalire verso la parte superiore del campione attraverso il taglio eseguito per inserire l'elettrodo attivo. Il punto di arrivo in superficie del liquido è dove si osserva una schiuma chiara.

Il liquido inizia ad accumularsi in un avvallamento della superficie superiore del campione. Il percorso compiuto dall'acqua inizia ad essere visibile dalla figura 2.2.8d a causa della cottura del tessuto circostante.

Il fenomeno diventa sempre più vistoso, come mostrato nelle immagini successive.

In prossimità dell'elettrodo attivo si nota la formazione di bolle che tendono a salire verso l'alto attraverso il taglio per poi collassare e trasformarsi in liquido.

La formazione di bolle diventa sempre più insistente e l'impedenza aumenta sempre più rapidamente fino a che, raggiunto il limite di impedenza, il generatore blocca l'erogazione di potenza.



(a) t = 90s (b) t = 140s

(c) t = 180s (d) t = 200s

(e) t = 220s (f) t = 270s

Figura 2.2.8. Evoluzione della termolesione nel secondo esperimento bidimensionale piano a 50 W.

Le bolle, presenti soprattutto vicino all'elettrodo, quasi immediatamente collassano: si osservano le cavità che si sono create vicino all'elettrodo: esse vengono lentamente riempite del liquido giallastro opaco.

Il risultato al termine dell'esperimento è una porzione di tessuto attorno all'elettrodo di colore marrone chiaro che passa al colore rosso mano a mano che ci si avvicina all'elettrodo passivo esterno.

Attorno alla bacchetta conduttrice vi è un "camino" attorno al quale il parenchima ha assunto il colore marrone chiaro fino in superficie.

In sommità rimane una discreta quantità di liquido giallastro e schiuma.

In figura 2.2.9 sono esposte le due facce del campione al termine dell'esperimento.

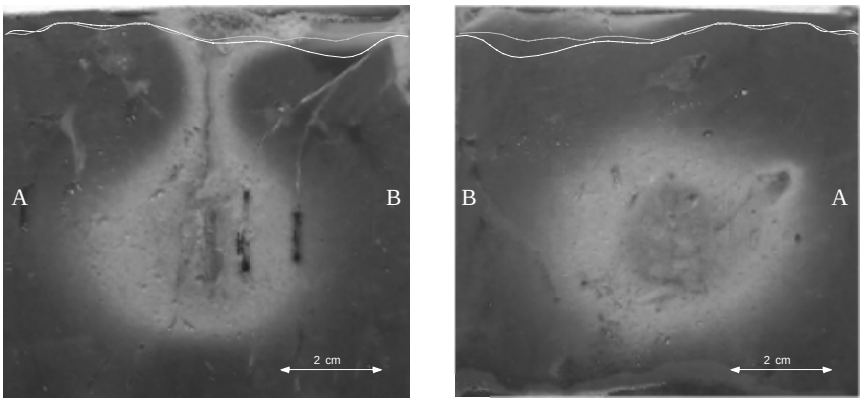


Figura 2.2.9. Risultato finale del secondo esperimento di visualizzazione a 50 W: vista delle due facce del campione.

L'effetto di trasporto di acqua calda dalla zona dell'elettrodo a quella esterna, visibile nella faccia appena descritta è solo superficiale: nella faccia posteriore, la lesione ha una forma chiusa e non comunicante con la superficie finale.

Osservando i bordi superiori iniziali e finali, si osserva che il campione ha subito un rigonfiamento.

L’evoluzione dello stesso esperimento, condotto erogando una potenza inferiore (20 W), è illustrata in figura 2.2.10.

Per controllare l’espansione del campione, il tessuto epatico è stato confinato anche nella parte superiore.

In questo esperimento è ben visibile ciò che accade al tessuto in prossimità dell’ago e, in generale, al tessuto riscaldato.

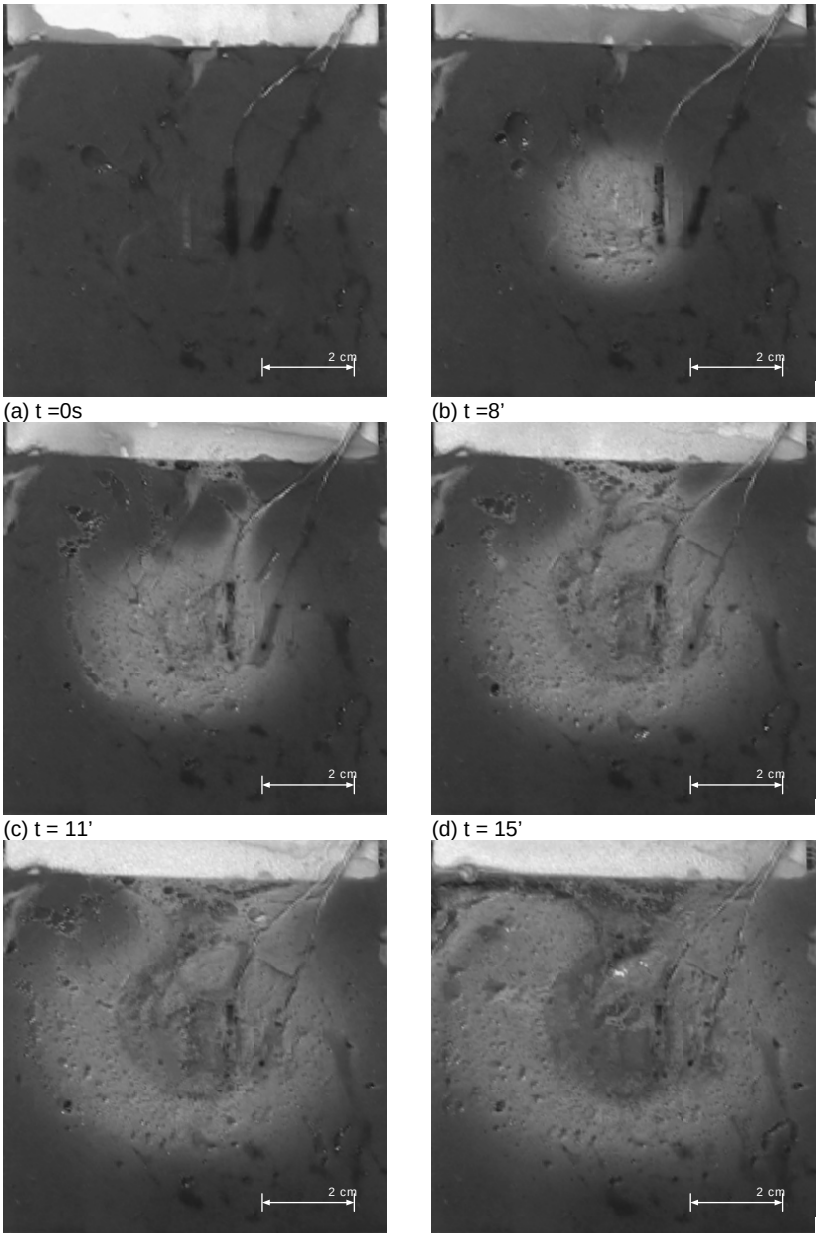
Mano a mano che il tessuto si scalda, rilascia liquido (di colore chiaro) che inizia a muoversi a causa di gradienti di pressione che si instaurano tra le zone riscaldate e le zone fredde o a contatto con la pressione atmosferica.

Si può notare chiaramente il flusso di liquido che esce dal campione e va verso l’ambiente esterno passando tra la lastra ed il coperchio: nella prima immagine il coperchio è visibile, mentre nella seconda immagine il coperchio è in parte oscurato dal liquido rossastro (sangue) che sale dal campione. Nelle immagini successive si osserva che il liquido uscente cambia colore, diventando più chiaro.

Si nota ancora più chiaramente l’ebollizione del liquido in prossimità dell’elettrodo attivo, con il continuo formarsi di bolle che tendono a salire verso l’alto per poi collassare.

Tutto ciò crea una notevole circolazione all’interno del tessuto, con formazione di moti convettivi di liquido che dalle vicinanze dell’elettrodo si muove verso l’alto per poi ridiscendere.

Si osserva che la durata del procedimento è ben maggiore che nei casi precedenti (t = 1200 s) e l’energia depositata è maggiore anche se la potenza è minore (24 kJ contro i circa 18 kJ degli esperimenti a 50 W). Anche la zona termolesa è molto maggiore.



(a) t =0s (b) t =8'

(c) t = 11' (d) t = 15'

(e) t = 18' (f) t = 20'

Figura 2.2.10. Evoluzione della termolesione nell'esperimento di visualizzazione a 20 W.

Inoltre, il volume globale del campione ha subito una riduzione a causa della fuoriuscita di liquido dal tessuto e che la quantità di acqua estratta e non evaporata, raccolta nelle cavità prodotte dal ritiro del tessuto, è maggiore che nei casi precedenti.

2.3 Interpretazione del fenomeno e descrizione del modello concettuale

Inizialmente, nel tessuto vi è un campo termico uniforme ed un campo elettrico nullo. Il tessuto ha medesima resistività in tutto il campo poiché è a temperatura uniforme e si assume omogeneo.

Con l'erogazione della potenza, si genera un campo elettrico dovuto alla differenza di potenziale elettrico tra l'elettrodo attivo (centrale) e l'elettrodo passivo (laterale).

Il campo elettrico assume densità di corrente (***j***) diversa da punto a punto: la densità di corrente massima è vicino all'elettrodo attivo perché in quella zona la corrente passa tutta per la piccola superficie equipotenziale della sonda, e diminuisce mano a mano che ci si avvicina all'elettrodo passivo, dove la superficie di passaggio è massima.

Ne consegue che il tessuto si riscalda per effetto Joule in modo non uniforme: maggiormente attorno all'elettrodo attivo e via via sempre meno avvicinandosi all'elettrodo passivo.

La sorgente termica è quindi diffusa all'interno del tessuto e la sua potenza per unità di volume diminuisce velocemente mano a mano che ci si avvicina all'elettrodo passivo, visto che dipende dal quadrato della densità di corrente: in altri termini, il riscaldamento per effetto Joule è pressoché concentrato in prossimità dell'ago-elettrodo.

La disuniformità della distribuzione delle sorgenti termiche (w) genera un campo di temperatura disomogeneo; ciò comporta l'instaurarsi di gradienti di

temperatura che provocano flussi di calore per conduzione dalle zone prossime all'ago verso la periferia del mezzo.

Il riscaldamento provoca un cambiamento della struttura del tessuto a circa 50-60 °C (come osservato in letteratura): le membrane cellulari perdono le loro proprietà strutturali a causa della coagulazione delle proteine di cui sono composte.

L'aumento di acqua libera che si nota durante le riprese degli esperimenti è quindi citoplasma fuoriuscito dalle cellule.

L'effetto è enfatizzato negli esperimenti di visualizzazione in campo bidimensionale piano dalla presenza delle lastre, che offrono una via preferenziale al movimento del liquido.

Il tessuto è principalmente composto da acqua: con l'aumento di temperatura, l'acqua tende ad espandersi (anche a pressione ambiente, come mostrato in Appendice G); in ambiente confinato, l'acqua aumenta di pressione e, con essa, tutto il tessuto in cui si trova.

Questo aumento di pressione avviene vicino all'ago, mentre in altre parti la pressione è fissata a quella ambiente (ad esempio, in prossimità della superficie libera a contatto con l'atmosfera).

Ciò implica l'instaurarsi di un gradiente di pressione che comporta il movimento dell'acqua libera (ad alta temperatura) presente in prossimità dell'ago verso zone a minore pressione, come la superficie superiore del campione.

Nel caso bidimensionale piano questo fenomeno è certamente esaltato dalla presenza delle lastre, che confinano il tessuto impedendogli di espandersi, al contrario di ciò che avviene nel caso tridimensionale.

L'acqua calda, muovendosi verso zone del tessuto a temperature inferiori, cede calore per convezione e diminuisce la propria temperatura. Abbassando la propria temperatura, il liquido diventa più denso e tende a precipitare verso il

basso, dove vi sono la sorgente elettrica e i tessuti caldi che riscaldano nuovamente il liquido e lo fanno di nuovo salire verso l'alto.

Vi è quindi un trasporto di massa e di calore dalle zone vicino all'ago (più calde) alle zone periferiche (più fredde): questo spiega il formarsi di pozze di liquido giallastro (formato da acqua, sali e proteine coagulate) lontano dall'ago e il cambiamento di colore del tessuto (riscaldamento oltre i 65 °C) nelle zone attraversate dal liquido in risalita.

Il riscaldamento per effetto Joule aumenta la temperatura del tessuto e del liquido fino a quando si raggiunge la temperatura di ebollizione dei liquidi presenti.

La temperatura di ebollizione dipende dalla salinità della soluzione e dalla pressione presente nel punto del tessuto che si sta considerando (Kirillin, 1980).

Una volta raggiunta questa temperatura, la sorgente termica (w) fornisce l'energia che fa avvenire l'evaporazione, cioè il passaggio dell'acqua dallo stato liquido a vapore. Questo passaggio di stato necessita del calore latente di evaporazione.

Il passaggio di stato provoca un aumento enorme di volume dell'acqua (il rapporto tra la densità dell'acqua e del vapore è circa 1000): il vapore tende quindi a risalire verso l'alto attraverso la via già percorsa dall'acqua calda.

Il vapore passa attraverso zone di tessuto a temperatura inferiore rispetto alla propria: ne consegue che le bolle di vapore cedono calore al liquido e al tessuto circostante, si condensano e ritornano liquido.

La formazione di bolle di vapore è più o meno accentuata a seconda dell'energia per unità di volume della sorgente termica. La zona dove con maggiore probabilità si formano le bolle è certamente in prossimità dell'ago, dove la densità di corrente è massima. Poiché il vapore è un dielettrico, la superficie di passaggio della corrente si riduce notevolmente, aumentando la densità di corrente nelle zone ancora costituite da liquido e tessuto.

L'aumento di densità di corrente permette ad altro liquido di trasformarsi in vapore e aumentare ancora di più la densità di corrente attraverso le zone in cui è ancora presente liquido e tessuto.

Si instaura una reazione a catena che riduce sempre di più il passaggio di corrente attraverso il tessuto-liquido conduttore elettrico: l'impedenza aumenta fino a quando il generatore non riesce più a fornire potenza: in assenza di energia, il fenomeno si arresta e le bolle di vapore gradualmente collassano, ritornando liquido che va a riempire i vacui del tessuto.

Dalle osservazioni del fenomeno, il punto di formazione della o delle prime bolle sembra essere casuale.

La sospensione del fenomeno avviene se vi è continua formazione di bolle, ossia se l'energia immessa per effetto Joule è maggiore del calore trasportato per conduzione, convezione e dispersione termica (attraverso le pareti o per perdita di liquido o vapore caldo) è a favore del primo: è proprio questa una delle cause di differenza di durata tra l'esperimento condotto a bassa potenza e quello condotto ad alta potenza.

Non dobbiamo inoltre dimenticare le perdite di calore attraverso le superfici piane, che nell'esperimento a 20 W incidono maggiormente sulla quantità di energia immessa rispetto alla prova a 50 W.

L'ago-elettrodo non si riscalda per effetto Joule, poiché in esso la densità di corrente è alta (sezione ridotta) ma la resistività è molto bassa (metallo).

L'ago-elettrodo si riscalda poiché assorbe calore per conduzione dal tessuto adiacente.

Essendo un fenomeno di conduzione, l'entità del flusso di calore che dal tessuto fluisce entro l'ago dipende dal gradiente di temperatura e dalla superficie esposta al fenomeno.

Ne consegue che, a parità di gradiente di temperatura, aghi a superficie piccola assorbiranno meno calore rispetto ad aghi di grande superficie.

Riassumendo, l'evoluzione del procedimento di termoablazione si può scomporre in tre parti:

1. riscaldamento del tessuto;
2. essudazione del tessuto con formazione di liquido;
3. ebollizione e vaporizzazione del liquido.

Nella prima parte, il tessuto passa dalla temperatura iniziale a quella di circa 50-60 °C, in cui inizia la perdita di liquido citoplasmatico dalle cellule (la cosiddetta "essudazione del tessuto"). Vi è immagazzinamento di energia sotto forma di aumento della temperatura del tessuto.

Le cause del riscaldamento sono:

- la sorgente termica interna, descritta dall'effetto Joule;
- il trasporto di calore per conduzione termica.

La seconda parte è compresa tra i 50-60 °C e la temperatura di ebollizione del liquido contenuto nel tessuto.

Il liquido si muove per effetti dovuti ai gradienti di pressione.

La causa del riscaldamento è legata all'effetto Joule, alla conduzione e al trasporto di calore per convezione ad opera del liquido essudato caldo, che tende a spostarsi verso zone a temperatura e pressione minore.

Ricordiamo che la convezione è un fenomeno di trasmissione del calore molto più efficace della conduzione: anche se nel fenomeno di trasporto fossero interessate piccole quantità di liquido, la quantità di calore spostata nell'unità di tempo potrebbe essere superiore a quella per conduzione.

Nella terza parte, vi è la vaporizzazione del liquido presente nel tessuto.

La sorgente di calore di tipo elettrico fornisce ad una parte del liquido essudato che si trova alla temperatura di ebollizione l'energia necessaria (calore latente di evaporazione) per passare a vapore; la temperatura non varia.

Il vapore, avendo densità inferiore al liquido ed al tessuto, tende a muoversi verso l'alto, trasportando calore per convezione.

La formazione di vapore (ottimo dielettrico) vicino all'elettrodo attivo fa aumentare la resistività del mezzo nella stessa zona, provocando l'interruzione dell'erogazione di potenza.

L'esatto punto di formazione delle bolle non pare essere prevedibile con leggi deterministiche.

In tutte queste fasi intervengono fenomeni di dissipazione termica attraverso l'ago-elettrodo attivo o attraverso le superfici esterne del campione (influenzate dalla presenza o meno di materiali coibenti).

Nel caso bidimensionale piano impiegato negli esperimenti di visualizzazione le perdite di calore sono imputabili all'immagazzinamento e alla trasmissione di calore attraverso le pareti trasparenti.

2.4 Modello matematico

Il modello matematico descritto in questa sezione descrive il campo elettrico, il campo termico e il modello della ebollizione-vaporizzazione del tessuto.

2.4.1 Campo elettrico

Con riferimento ad un generico campione di tessuto epatico, si introduce la grandezza $\boldsymbol{r}$ che descrive il raggio vettore del punto considerato.

Le leggi fisiche che governano il campo elettrico in ogni punto a radiofrequenza sono le medesime della corrente continua (Webster, 2006):

- la conservazione della carica o *principio di continuità* della *corrente*

$$div\ \mathbf{j} = 0 \qquad (2.4.1)$$

- la *legge* di Ohm puntuale

$$\mathbf{j} = -\rho' \, gradV \tag{2.4.2}$$

L'insieme delle due leggi produce l'equazione quasi armonica:

$$div\left(\rho' \, gradV\right) = 0 \tag{2.4.3}$$

che, risolta con le appropriate condizioni al contorno, permette di determinare in ogni punto il valore della tensione (rispetto a un valore di riferimento).

Le condizioni al contorno da assegnare sono:
- il valore della tensione agli elettrodi (*condizione di Dirichlet*);
- l'annullamento della sua derivata normale sui bordi isolanti (*condizione di Neumann*).

Per imporre una potenza voluta, il valore di tensione da assegnare all'elettrodo attivo (condizione di Dirichlet) deve essere calcolato tempo per tempo con il procedimento descritto nel paragrafo successivo.

Una volta nota la tensione in ogni punto del campo, si determina il valore della densità di corrente per derivazione della (2.4.2).

Dalla densità di corrente si deduce il valore della potenza per unità di volume depositata nel tessuto e convertita in calore per effetto Joule mediante la (1.5.19):

$$w = \rho' \, j^2 \tag{1.5.19}$$

Se si assume che la resistività si mantenga costante nello spazio, e quindi non vari con la temperatura, il problema diventa armonico e la sua soluzione è indipendente dal tempo.

Il calcolo, invece, deve essere eseguito ad ogni istante se si ammette che le proprietà elettriche cambino con lo stato del tessuto e, in particolare, con la temperatura.

2.4.1.1 Erogazione di una determinata potenza

Volendo assegnare la potenza (W), la soluzione del problema elettrico richiede un procedimento iterativo.

Ad ogni passo di temporale:

1. si assegna una tensione di primo tentativo $V_{ea}^{(1)}$ all'elettrodo attivo e si risolve il problema determinando il campo di potenziale di primo tentativo $V^{(1)}(\boldsymbol{r})$;
2. si deduce per derivazione numerica il campo di densità di corrente di primo tentativo $\boldsymbol{j}^{(1)}(\boldsymbol{r})$;
3. si calcola la corrente circolante di primo tentativo $I^{(1)}$ come il flusso del vettore densità di corrente ($\boldsymbol{j}$) attraverso una superficie chiusa che contiene l'elettrodo attivo (A), attraverso integrazione numerica;
4. si determina un valore di tensione di secondo tentativo $V_{ea}^{(2)}$:

$$V_{ea}^{(2)} = W \big/ I^{(1)}$$

5. si controlla che questo valore sia "numericamente" uguale a quello di tentativo: in caso contrario si ripete il calcolo assumendo come tensione dell'elettrodo attivo

$$V_{ea}^{(3)} = \frac{\left(V_{ea}^{(1)} + V_{ea}^{(2)}\right)}{2}$$

e si procede con le iterazioni fino ad ottenere l'uguaglianza "numerica".

Si deducono, quindi, il valore dell'impedenza ($Z=V/I$) e della potenza per unità di volume depositata nel tessuto e convertita in calore per effetto Joule in ogni punto con la (1.5.19).

2.4.2 Campo termico

L'evoluzione della temperatura in ogni punto del campo è determinata dall'equazione del calore: la variazione nel tempo dell'energia termica immagazzinata in un volume è bilanciata dalla differenza tra la potenza termica generata all'interno del volume dalla sorgente e il flusso termico netto che esce per conduzione dal volume considerato.

Questo bilancio, riferito alla unità di volume, assume la forma:

$$\rho\, c_p\, \frac{\partial \theta}{\partial t} = div\left(k\ grad\ \theta\right) + \eta_r\ w \tag{2.4.4}$$

in cui η_r è il "rendimento" della sorgente termica. Esso tiene conto della parte di potenza immessa che non riscalda il tessuto ma che viene impiegata per altri scopi quali, ad esempio, reazioni chimiche o lavoro per spostare il liquido all'interno del tessuto.

Specificando le condizioni iniziali e al contorno, si risolve il problema differenziale e si determina l'evoluzione della temperatura in ogni punto del campo.

Le condizioni al contorno da assegnare sono tipicamente il valore della temperatura (*condizione di Dirichlet*) o l'annullamento della sua derivata normale sui bordi termicamente isolati (*condizione di Neumann*).

Sul contorno a contatto con l'elettrodo attivo si impone il flusso termico con l'ago (q_a):

$$q_a = k_a\left(\theta - \theta_a\right) \tag{2.4.5}$$

in cui

k_a è il coefficiente di trasmissione del calore tra il tessuto e l'ago;

θ_a è la temperatura a cui si trova l'ago.

La temperatura dell'ago si ottiene con un bilancio termico locale: si suppone che la temperatura dell'ago sia uniforme mentre la temperatura del tessuto a contatto in ogni punto sia controllata dal flusso termico; l'ago si riscalda secondo l'equazione di riscaldamento:

$$\forall_a \ \rho_a \ c_{pa} \frac{\partial \theta_a}{\partial t} = k_a \left(\bar{\theta} - \theta_a \right) A_a \tag{2.4.6}$$

dove

$\forall_a$, ρ_a, c_{pa} e A_a sono, rispettivamente, il volume, la densità, il calore specifico e la superficie di scambio termico dell'elettrodo attivo;

$\bar{\theta}$ rappresenta la temperatura media dei punti a contatto con la parte attiva dell'ago.

Il problema si risolve numericamente calcolando ad ogni tempo la temperatura dell'ago con l'equazione sopra scritta ove $\bar{\theta}$ è valutato in modo esplicito con la soluzione nota del tempo precedente.

2.4.3 Modellazione della vaporizzazione e interruzione del procedimento

Dopo la fase di riscaldamento, rappresentata coi principi sopra descritti, il problema cruciale per la simulazione riguarda la modellazione della interruzione di potenza conseguente alla vaporizzazione dei liquidi in prossimità dell'elettrodo attivo.

La simulazione della vaporizzazione locale dell'acqua liberatasi entro il tessuto con la sua cottura e del conseguente effetto sulle proprietà elettriche dello stesso (che induce l'interruzione del campo elettrico), è un aspetto critico della simulazione. Una prova di ciò è il fatto che i modelli di simulazione riportati nella letteratura tecnica non contemplano la modellazione di questa fase critica.

Innanzitutto la temperatura di vaporizzazione (θ_{vap}) è definita in relazione alla pressione e viene ricavata attraverso il *diagramma di Mollier* per il vapore conoscendo la pressione dell'ambiente (Kirillin, 1980). Naturalmente, dal punto di vista fisico, la vaporizzazione che qui si vuole simulare non è quella dell'acqua distillata in condizioni di campo termico omogeneo soggetto a variazioni quasi-statiche, alla quale si riferisce il diagramma di Mollier. Tuttavia si ritiene che eventuali correzioni, ad esempio per tenere conto del tenore salino, siano di seconda approssimazione.

Il diagramma di Mollier è stato calcolato mediante una sua espressione analitica approssimata, nota come equazione di Antoine (Appendice C).

In seguito si descrivono quattro livelli di modellazione del fenomeno della vaporizzazione e dell'interruzione del procedimento.

2.4.3.1 Modello 0

Al livello più basso si aumenta (enormemente) la resistività del tessuto nel punto non appena viene raggiunta la temperatura di vaporizzazione.

Questo provvedimento produce un effetto catastrofico sul fenomeno negli istanti successivi, a cui consegue, quasi immediatamente, l'interruzione del procedimento per eccesso di impedenza. Questa strategia non consente la gradualità del fenomeno che è stata osservata, specialmente operando con piccole potenze.

2.4.3.2 Modello 1

Quando la temperatura in un punto raggiunge o supera quella di vaporizzazione:

- si aumenta il valore del calore specifico (c_{pvap}) per rallentare (artificialmente) la velocità di riscaldamento (il che equivale a introdurre una sorgente negativa di potenza proporzionale alla velocità di riscaldamento);

- si aumenta la resistività con conveniente funzione monomia della temperatura stessa per mimare l'aumento di impedenza.

Naturalmente il valore di calore specifico artificiale (c_{pvap}) e la curva di crescita della resistività si ottengono per taratura impiegando risultati sperimentali di RFTA.

2.4.3.3 Modello 2

Ad un livello ancora superiore si introduce il *titolo di vapore* ed un bilancio locale per il calcolo dello stesso.

Il titolo di vapore (X_v) è la massa di vapore contenuta in un determinato volume.

Infatti, per interpretare la gradualità del fenomeno osservata negli esperimenti, si può supporre idealmente che, raggiunta localmente la temperatura di vaporizzazione, l'energia conferita al tessuto, in un dato intervallo di tempo, vada essenzialmente a trasformare in vapore una quota dell'acqua presente fornendo calore latente di vaporizzazione all'acqua stessa. La temperatura locale si manterrà, per conseguenza, invariata.

Ipotizzando il fatto a livello locale e in assenza di scambi con le zone circostanti, si può calcolare, istante per istante, la quantità di vapore trasformato in ragione della quantità di energia localmente depositata e interrompere il processo quando si è trasformata in vapore tutta l'acqua "disponibile" nel punto. Questo processo è relativamente facile da simulare semplicemente bilanciando nel punto il calore fornito e la conseguente variazione di tasso di vapore liberatosi in ragione del calore latente di evaporazione (C_v): in termini matematici si scrive una equazione di evoluzione del tipo:

$$\rho_w \, C_v \frac{dX_v}{dt} = S_v \tag{2.4.7}$$

dove

ρ_w è la densità dell'acqua;

S_v è la sorgente di energia impiegata per fornire calore latente di vaporizzazione al liquido. La sorgente termica utile per l'evaporazione è una frazione della sorgente termica secondo un appropriato rendimento (η_v, adimensionale):

$$S_v = \eta_v \; w \tag{2.4.8}$$

Questo bilancio deve rispettare il contenuto massimo locale di acqua che può vaporizzare (una frazione di quella presente), che viene prefissato.

Al crescere del titolo di vapore (X_v) deve poi corrispondere l'aumento della resistività elettrica con una funzione $\Delta\rho' = f(X_v)$ da assegnare con apposita curva ricavata mediante esperimenti di taratura.

Per quanto riguarda il calcolo della temperatura, si impone localmente l'isotermica di vaporizzazione (θ_{vap}) come vincolo.

Operando punto per punto, quando localmente si raggiunge la temperatura di vaporizzazione (θ_{vap}), si ipotizza che inizi la formazione di vapore e si procede come segue:

1. si impone la temperatura di vaporizzazione (θ_{vap}) come condizione interna di Dirichlet nel punto considerato nell'equazione del calore;
2. si calcola il contenuto di vapore X_v formatosi nel punto in ragione della energia depositata;
3. si calcola l'incremento di resistività $\Delta\rho'$ conseguente alla presenza del vapore;
4. si incrementa la resistività locale con la formula

$$\rho' = \rho'_{vap} + \Delta\rho'$$

dove ρ'_{vap} è il valore di resistività corrispondente alla temperatura di evaporazione.

2.4.3.4 Modello 3

Al livello più alto, nel senso di simulare il fenomeno in modo più realistico, si rilassa il vincolo di località nel calcolo del titolo di vapore.

Il fenomeno evolutivo sopra descritto si rappresenta con una equazione differenziale di bilancio introducendo anche gli effetti di trasporto diffusivo e convettivo di X_v.

Il primo darebbe conto della possibilità che il vapore possa migrare verso zone a contenuto inferiore di vapore passando attraverso piccoli vasi (e cavità interconnesse) a priori distribuiti casualmente nel tessuto. Il fenomeno è controllato dal parametro di dispersività β_v.

Il secondo potrebbe mimare il flusso di vapore pilotato dalla velocità di filtrazione ($\mathbf{v}_f$), legata al galleggiamento e al gradiente di pressione.

L'equazione differenziale di bilancio è la seguente:

$$\rho_w \, C_l \left(\frac{\partial X_v}{\partial t} + \mathbf{v}_f \cdot grad \; X_v \right) = S_v + div\left(\beta_v \; grad \; X_v\right) \tag{2.4.9}$$

Il cui la sorgente termica di vaporizzazione è una porzione della sorgente termica (w) secondo quanto espresso nella (2.4.9).

Questo livello di modellazione agisce anche sulla fase di riscaldamento oltre una determinata temperatura di pre-evaporazione, abbassando con legge monomia (funzione della temperatura) il rendimento η_r.

Allo stesso modo, raggiunta la condizione di evaporazione, si riduce la sorgente con appropriato rendimento η_v variabile con il contenuto di vapore per dare conto di perdite energetiche associate a fughe di vapore e perdite di liquido tissutale.

Con questo provvedimento la modellazione della dinamica dell'evaporazione può essere resa graduale.

Al crescere della complicazione del modello aumenta il numero dei parametri da assegnare e sottoporre a taratura. Ovviamente l'uso di una

modellazione più complessa non è giustificato se un risultato ugualmente accettabile può essere ottenuto con una via più semplice.

È possibile semplificare il modello 3 escludendo l'effetto convettivo ($\boldsymbol{v_f}=0$), per attivare il quale occorrerebbe assegnare o calcolare il campo di velocità di trasporto.

Per ottenere X_v si integra numericamente la versione semplificata della (2.4.9)

$$\rho_w \, C_l \frac{\partial X_v}{\partial t} = \eta_v w + div\left(\beta_v \; grad \; X_v\right) \tag{2.4.10}$$

in tutto il campo partendo da valore nullo di X_v, con condizioni al contorno di Dirichlet (valore nullo) su tutti i contorni eccetto l'elettrodo attivo dove si impone condizione di Neumann omogenea.

In questa configurazione, il risultato è controllato da tre parametri:

- il calore latente di vaporizzazione (C_l) legata all'energia assorbita dal tessuto per cambiamenti di stato e lavoro interno;
- il rendimento (η_v), legato alle perdite di energia per essudazione/evaporazione;
- un parametro (β_v), che produce una diffusione del contenuto di vapore entro il tessuto; β_v mima l'effetto dispersivo tra la zona più calda e quella circostante associato alla variazione di contenuto di vapore tra zone vicine.

Il calcolo della resistività prevede l'assegnazione di una legge di crescita monomia dell'incremento di resistività:

$$\Delta\rho' = \Delta\rho'_{\max}\left(\frac{X_v - X_{v0}}{X_{v\max} - X_{v0}}\right)^n \qquad \text{per} \quad X_{v0} < X_v < X_{vmax} \tag{2.4.11}$$

in cui

$\Delta\rho'_{max}$ è una resistività convenientemente grande;

X_{v0} è il contenuto di vapore minimo oltre al quale si modifica sensibilmente la resistività (adimensionale);

X_{vmax} è il massimo contenuto di vapore possibile;

n è un esponente che controlla la crescita del fenomeno.

2.5 Osservazioni conclusive

L'osservazione di esperimenti in grado di riprodurre la RFTA epatica in laboratorio su campioni di parenchima epatico *ex-vivo* ha permesso di formulare un modello concettuale della procedura.

Il modello coinvolge fenomeni elettrici, termici e termodinamici e scompone la procedura di RFTA in tre parti: (1) riscaldamento del tessuto, (2) essudazione del tessuto e (3) ebollizione-vaporizzazione del liquido presente in forma libera nel tessuto.

Il modello concettuale è stato tradotto in equazioni e formule (modello matematico).

Oltre al modello del campo elettrico e termico, si propongono quattro possibili descrizioni matematiche della vaporizzazione del liquido contenuto nei tessuti a seguito del raggiungimento della temperatura di vaporizzazione, a cui è connesso l'aumento di resistività del tessuto e l'interruzione del procedimento di RFTA.

I quattro modelli differiscono per complessità e completezza nella descrizione del fenomeno.

I modelli più complessi, a fronte di una rappresentazione più dettagliata del fenomeno, richiedono la taratura di un numero sempre maggiore di parametri.

Capitolo 3

Determinazione delle proprietà del tessuto epatico

3.1 Introduzione

La conoscenza delle proprietà termiche (soprattutto calore specifico e conducibilità termica) sono importanti per la termoablazione, visto che l'intervento si basa sull'eliminazione delle cellule per mezzo del calore.

Non meno importanti sono le proprietà elettriche, visto che la deposizione del calore, nel caso della termoablazione a radiofrequenza, è ottenuta per mezzo di un campo elettromagnetico che attraversa il tessuto.

La sperimentazione descritta in questo capitolo riguarda le proprietà elettriche e termiche del tessuto epatico; lo scopo è la raccolta delle informazioni necessarie per la implementazione del modello matematico (decritto nel Capitolo 2) capace di descrivere i fenomeni essenziali coinvolti nel processo di termoablazione a radiofrequenza.

L'indagine sulle proprietà elettriche si è concentrata sulla misura della resistività (ρ') e dello sfasamento tra tensione e corrente (φ) in funzione della temperatura.

Le misure termiche hanno riguardato la valutazione della dipendenza del calore specifico (c_p) e della conducibilità termica (k) dalla temperatura.

Le prove sperimentali sono state svolte con diverse tecniche e talvolta sono state affiancate da simulazioni numeriche.

Si ribadisce quanto già espresso nel Capitolo 1: i campioni di tessuto epatico non si possono considerare a priori intercambiabili. Infatti, essi si differenziano per:

- il tempo trascorso tra la macellazione e l'esperimento;
- il tempo e la tipologia di conservazione del campione (alcuni campioni sono rimasti fuori dal frigorifero per tempi diversi);
- i capi da cui provengono (bovini o suini di età diverse);
- il grado di vascolarizzazione, che varia a seconda del punto dell'organo da cui è stato prelevato.

Ci si attende pertanto che gli esperimenti forniscano come risultati distribuzioni di valori piuttosto che singoli valori, oppure delineino fasce di variazione piuttosto che precisi diagrammi.

Questa precisazione è necessaria per la corretta interpretazione quantitativa dei risultati che, pur conseguenza deterministica di leggi fisiche, saranno necessariamente affetti dalle variabilità sopra elencate.

Si precisa che negli esperimenti si è sempre cercato di impiegare pezzi di parenchima possibilmente privi di tratti di grasso e di grandi vene o arterie.

Come consigliato da Foster e Schwann (1989), i campioni i sono stati conservati in frigorifero fino al momento di esecuzione dell'esperimento per mantenere il tessuto nelle condizioni più prossime a quelle presenti nell'essere vivente.

3.2 Proprietà elettriche

3.2.1 Descrizione generale degli esperimenti

Nell'indagine sulle proprietà elettriche ci si è concentrati sulla resistività (ρ') e lo sfasamento tra tensione e corrente (o angolo di fase, φ; d'ora in poi chiamata anche "fase") del tessuto epatico al variare della temperatura e della velocità di riscaldamento ($\partial\theta/\partial t$) a pressione ambiente.

Prima di passare all'esposizione dei risultati ottenuti, si descrive l'apparato sperimentale, le tecniche di misura e i risultati di alcune indagini preliminari.

Le indagini preliminari sono costituite da:

- la verifica della variabilità delle proprietà elettriche locali all'interno di uno stesso fegato e tra fegati diversi;
- prove a temperatura e pressione ambiente su campioni di tessuto epatico al variare del tempo intercorso tra la macellazione e la misura (le cosiddette "prove di invecchiamento") per verificare la validità di esperimenti ottenuti con lo stesso fegato ma in giorni diversi.

In Appendice D sono esposti i risultati di prove ottenute mediante una tecnica denominata "globale" riguardanti, tra l'altro, due esperimenti eseguiti con campione sottoposto a riscaldamento in condizioni di pressione superiore a quella atmosferica.

3.2.1.1 Apparato sperimentale e tecniche di misura

Si sottopongono i campioni a un campo elettrico generato da due elettrodi (tecnica di misura "bipolare", Nastuk 1963) e si misura:

- il modulo dell'impedenza Z e l'angolo di fase φ, da cui dedurre la resistività ρ';
- la temperatura θ.

La misura dell'impedenza e dell'angolo di fase sono state eseguite collegando i due elettrodi ad un misuratore di impedenza HP 4284A. I dettagli tecnici sullo strumento sono riportati in Appendice A.

L'effetto di riscaldamento del campione per effetto Joule dovuto all'uso dell'apparecchio è trascurabile poiché le correnti impiegate sono di alcuni milliA, la tensione è di 1 V e i tempi di misura sono ridotti (circa 1').

La frequenza di misura delle proprietà elettriche è di 480 kHz, un valore prossimo a quello a cui erogano potenza la maggior parte dei generatori impiegati nella RFTA.

Nelle misure elettriche si è inoltre cercato di ridurre al minimo gli effetti parassiti di tipo:

- resistivo, induttivo e capacitivo dei cavi e dei circuiti;
- capacitivo e resistivo dovuti alla polarizzazione degli elettrodi (Nastuk, 1963; Gabriel *et al.* 1996b; Pop *et al.*, 2003), un fenomeno che a radiofrequenza non dovrebbe influire eccessivamente.

Gli effetti dovuti a cavi e circuiti sono stati attenuati attraverso un'operazione di taratura del misuratore di impedenza che è stata ripetuta prima di ogni serie di prove.

Il resto degli effetti parassiti sono stati valutati in Appendice C.

Le strategie impiegate per le misure elettriche sono due.

La strategia *globale* (identificata dalla lettera *G*) impiega una misura con elettrodi piani e paralleli tra loro in grado di sottoporre i campioni cilindrici di tessuto epatico ad un campo elettrico uniforme.

In queste condizioni è possibile ricavare la resistività conoscendo la costante di cella *K* (in metri), l'impedenza e l'angolo di fase:

$$\rho' = R\,K = \left(Z\cos\varphi\right)K \tag{3.2.1}$$

È possibile determinare la costante di cella impiegando la (1.5.23):

$$K = \frac{A}{l} \tag{3.2.2}$$

ossia conoscendo l'area degli elettrodi (di forma circolare) e la lunghezza dei campioni.

La misura con campo elettrico uniforme si definisce globale perché è relativa alle proprietà elettriche del tessuto su un campione di dimensioni dell'ordine di qualche centimetro cubo.

La strategia globale si contrappone alla *strategia locale* (identificata dalla lettera *L*), in cui la misura avviene impiegando elettrodi cilindrici coassiali inseriti in piccoli volumi di tessuto. Per ulteriori dettagli si rimanda al paragrafo 3.2.1.3.

La resistività dei campioni è sempre calcolata impiegando la (3.2.1).

Il campo elettrico generato dalla misura con strategia locale è di difficile definizione dal punto di vista analitico; per questo motivo, la costante di cella è determinata prima di ogni esperimento mediante una tecnica sperimentale. Per ulteriori dettagli sul calcolo, si rimanda all'Appendice C.

La temperatura dei campioni è misurata mediante termistori NTC ed è registrata attraverso un sistema di acquisizione dei segnali collegato ad un PC. Ulteriori dettagli sono presenti nell'Appendice A.

Per le misure con strategia *G*, il sensore di temperatura è inserito all'interno del campione e, quindi, all'interno del campo elettrico. Ciononostante il sensore non influisce sulle misure elettriche, come hanno dimostrato alcuni esperimenti preliminari.

Per le misure con strategia *L*, il sensore è inserito in prossimità del punto di misura ma lontano dalla zona a massima densità di corrente perciò non altera le misure elettriche.

Il riempimento delle camere si esegue inserendo cilindri di tessuto epatico ritagliati con una fustellatrice.

L'introduzione del tessuto nei campionatori è fatta evitando la formazione di sacche d'aria.

Nei paragrafi seguenti sono mostrati solamente i dati di resistività (ρ') e non dell'impedenza (Z) poiché si vogliono mostrare le proprietà intensive del tessuto epatico e non le caratteristiche di ogni singolo campione analizzato.

3.2.1.2 Modalità di riscaldamento

Le modalità di riscaldamento dei campioni sono di due tipi.

Il metodo principale è per effetto Joule, applicando un campo elettrico uniforme a radiofrequenza all'interno di tessuto epatico racchiuso in un contenitore adiabatico.

Il transitorio termico ottenuto può essere più o meno rapido a seconda della potenza per unità di volume applicata (*w*, in Watt su metro cubo):

$$w = \frac{W}{\forall} \tag{3.2.3}$$

in cui

$\forall = l\,A$ è il volume del campione cilindrico (in metri cubi)

W è la potenza attiva (in Watt) assorbita dal campione.

La potenza è erogata mediante un generatore a radiofrequenza a 460kHz identico a quelli impiegati negli interventi di termoablazione epatica (Appendice A) ed è controllata mediante la tecnica descritta in Appendice B.

A causa delle interferenze tra i due strumenti, non è possibile eseguire la misura delle proprietà elettriche e la generazione di potenza in contemporanea. Perciò si procede prima al riscaldamento del campione fino ad una prefissata temperatura; si scollega il generatore dal campione e si connette il misuratore di impedenza; una volta terminata la misura, si ricollega il generatore e si prosegue con il riscaldamento del campione.

Il metodo è quello che più si avvicina alle condizioni che si verificano durante l'intervento di termoablazione, sia per la tecnica di riscaldamento (l'effetto Joule) sia per le alte potenze specifiche applicate; per questo motivo è stato denominato *RFTT, Radio-Frequency Thermal Transient*.

Nelle prove *RFTT* i campionatori sono in materiale adiabatico per ridurre le dissipazioni termiche.

Nelle prove *QSTT* (acronimo di *Quasi-Static Thermal Transient*) i campioni, contenuti in una camera stagna diabatica, sono riscaldati immergendoli in acqua a temperatura controllata da un calorimetro Haake F3S.

Il processo di riscaldamento avviene per conduzione, dalle pareti esterne verso l'interno, con una deposizione di energia (sotto forma di calore) che porta il campione ad una determinata temperatura con un transitorio termico quasi-statico.

Il fenomeno di riscaldamento del campione per conduzione ha durata teoricamente infinita (Holman, 1972); perciò si considera esaurita la durata del transitorio termico quando la temperatura al centro del campione differisce da quella di riferimento dell'acqua nel calorimetro per meno di 0.5 °C.

3.2.1.3 Strategia di misura globale

Le sonde di tipo *G* si differenziano come dimensione degli elettrodi e come coibentazione a seconda del loro impiego in riscaldamenti di tipo *RFTT* o *QSTT*.

La camera cilindrica impiegata per gli esperimenti con transitorio termico rapido (*RFTT*) è in polistirene estruso con basi conduttrici connesse al generatore, in fase di alimentazione, o al misuratore di impedenza, in fase di misura (figura 3.2.1).

Gli elettrodi attraverso cui si applica il campo elettrico per il riscaldamento coincidono quindi con gli elettrodi di misura.

All'interno della camera è possibile inserire uno o più sensori di temperatura.

La camera cilindrica diabatica con la quale sono stati effettuati gli esperimenti di deposizione quasi-statica di energia (*QSTT)* ha sottili pareti in materiale plastico ed è provvista di basi conduttrici (elettrodi) collegate al misuratore di impedenza (figura 3.2.2).

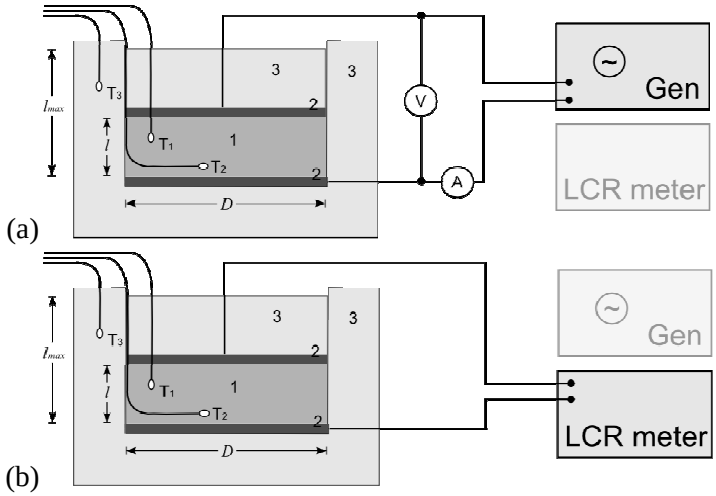
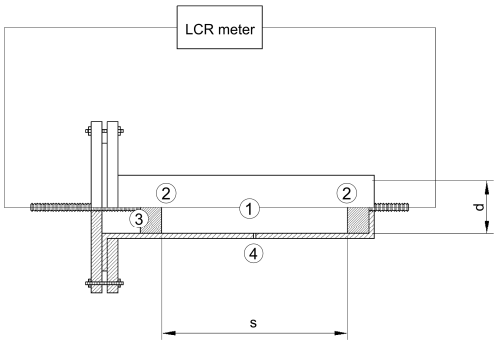


Figura 3.2.1. Schema dell'apparato sperimentale impiegato nelle prove elettriche con sonde di tipo G (a) in fase di riscaldamento e (b) in fase di misura. (1: tessuto epatico; 2: elettrodi; 3: materiale adiabatico; T: sensori di temperatura; Gen: generatore a RF; LCR meter: misuratore di impedenza e fase).



Legenda

1. Camera cilindrica per il contenimento dei campioni
2. Elettrodo piano di forma circolare
3. Pistone mobile
4. Foro per l'inserimento del sensore di temperatura

Figura 3.2.2. Schema dell'apparato sperimentale del campionatore diabatico utilizzato nelle prove elettriche di tipo *QSTT*.

Una di queste basi conduttrici è fissa, mentre l'altra può essere spostata in direzione longitudinale in modo consentire la regolazione dello spessore (*l*) del campione.

Il dispositivo è in grado di sopportare riscaldamenti fino a circa 90 °C.

Per ottenere la misura nel baricentro del campione e non alterare il campo elettrico, si impiega un dispositivo gemello, contenente anch'esso tessuto epatico. In questo secondo campionatore la parete laterale ha un foro per l'introduzione del sensore di temperatura.

Sono stati impiegate quattro sonde di tipo *G*, le cui caratteristiche principali sono descritte in tabella 3.2.1.

Tabella 3.2.1. Caratteristiche geometriche delle sonde G impiegate.

Campionatore	Transitorio termico	d [10^{-3} m]	l_{max} [10^{-3} m]
G QSTT a	*QSTT*	15.5	55
G QSTT b	*QSTT*	20.4	55
G RFTT a	*RFTT*	38	60
G RFTT b	*RFTT*	60	60

3.2.1.4 Strategia di misura locale

Le misure con sonda locale sono state eseguite solo con transitorio termico veloce (*RFTT*).

La sonda per le misure locali è costituita due elettrodi costituiti dalle superfici laterali di due cilindrici coassiali in rame separati da un materiale isolante elettrico (plastica termoresistente). La foto e lo schema dello strumento sono visibili in figura 3.2.3.

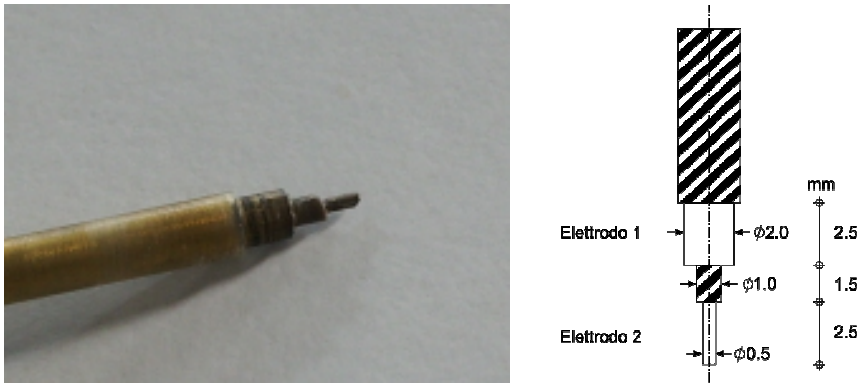


Figura 3.2.3. Sonda di tipo *L*: foto (a sinistra) e schema (a destra).

Date le ridotte dimensioni, lo strumento è minimamente intrusivo.

La parte sensibile della sonda è posizionata esattamente sull'asse longitudinale di un campione di tessuto epatico di forma cilindrica (di diametro 0.025m) racchiuso all'interno di una camera adiabatica e stagna (figura 3.2.4b).

In queste misure le connessioni elettriche campione-generatore e campione-misuratore di impedenza sono state eseguite impiegando un interruttore elettrico (figura 3.2.4).

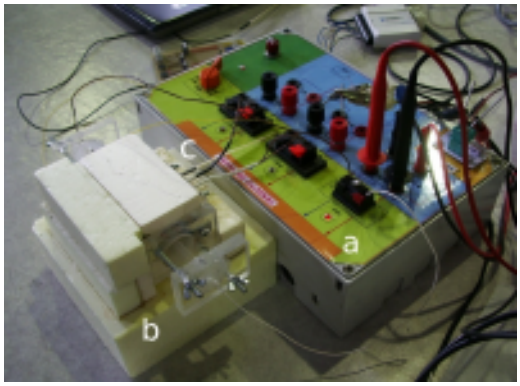


Figura 3.2.4. Apparato sperimentale impiegato durante le prove elettriche *RFTT* con sonde di tipo *L* (a: scatola di derivazione; b: campionatore adiabatico e stagno; c: punto di inserimento delle sonde elettriche e termiche).

Ciò ha introdotto indubbi vantaggi:

- l'annullamento di errori di misura dovuti al cattivo collegamento dei cavi al campione;
- la drastica riduzione dei tempi di misura dell'impedenza, rendendo la fase di riscaldamento del campione pressoché ininterrotta, quindi molto più simili alle condizioni presenti durante la procedura di RFTA.

Per quanto riguarda la sonda *L* è stata effettuata

- la misura della costante di cella (*K*) mediante due tecniche: una numerica e una sperimentale;
- la valutazione dell'impedenza parassita.

In seguito si riassumono i risultati. Per i dettagli si rimanda all'Appendice C.

L'impiego della simulazione numerica ha permesso di:

- calcolare la costante di cella (*K*), una volta note le dimensioni della sonda;
- analizzare la sensibilità della misura all'estensione del campo elettrico, permettendo di stimare la dimensione di tessuto epatico in cui effettuare la misura per poter definire il campo attorno ad esso pressoché indefinito, quindi non influenzato dai bordi.

Questo ultimo aspetto ha permesso anche di quantificare il volume di misura dello strumento.

Dai risultati ottenuti si può affermare che la sonda inserita in un campione cilindrico di 6 mm di raggio e 15 mm di altezza è più che sufficiente per considerare il risultato della misura eseguita pari a quella in campo indefinito.

Ciò significa che la misura di impedenza è principalmente influenzata dalle proprietà del tessuto contenuto entro questo cilindro.

Pertanto, per resistività misurata localmente si intende il valore significativo di resistività presente all'interno di un cilindro delle dimensioni suddette.

Si evidenzia che il valore della costante di cella ottenuto con la tecnica numerica non tiene conto delle imperfezioni costruttive o delle modifiche che la sonda può subire durante gli esperimenti.

Per questo motivo, prima e dopo ogni prova elettrica viene eseguita una operazione di misura indiretta della costante di cella con una tecnica sperimentale che impiega una soluzione a resistività nota di cloruro di sodio (Appendice B).

Dalle misure descritte in Appendice B, l'impedenza parassita relativa alla sonda *L* è risultata pari a:

$$\mathbf{Z}_{par} = 1.2 - 10\,i\ \Omega$$

La resistenza parassita è pressoché trascurabile mentre la reattanza parassita comporta errori rilevanti quando le reattanze misurate sono piccole.

Pertanto, ai risultati ottenuti negli esperimenti con sonda *L* è stata sottratta l'impedenza parassita.

3.2.2 Esperimenti preliminari

Le prove preliminari sono state eseguite con strategia *L*.

3.2.2.1 Variabilità tissutale

La prova di valutazione della variabilità del tessuto epatico consiste nella misura locale di resistività e angolo di fase in tre fegati suini macellati da meno di cinque ore.

La disposizione dei quattordici punti di misura è esibita in figura 3.2.5.

Figura 3.2.5. Fegato e disposizione dei punti di misura durante le prove di verifica della variabilità delle proprietà elettriche del tessuto epatico.

In tabella 3.3.2 sono elencate le caratteristiche dei tre fegati impiegati: il codice identificativo, il tempo intercorso tra la macellazione e la misura ($T_{macellazione}$) e la temperatura media al momento della misura (θ_{med}).

Tabella 3.2.2. Dati riguardanti gli organi impiegati negli esperimenti di valutazione della variabilità del tessuto da punto a punto del fegato e da individuo a individuo.

Fegato	$T_{macellazione}$ [h]	θ_{med} [°C]
F1	4.0	23
F2	4.5	24
F3	5.0	26

I risultati delle prove sono esposti in figura 3.2.6 e figura 3.2.7.

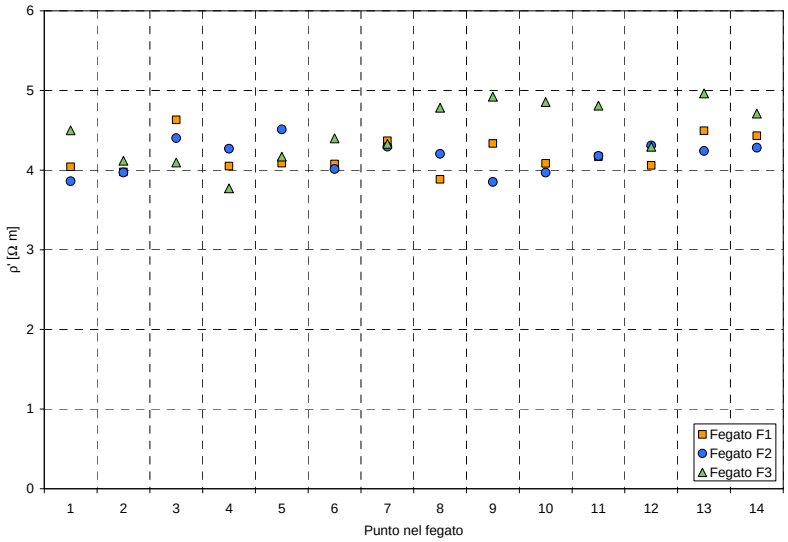


Figura 3.2.6. Resistività del tessuto epatico: variabilità locale e individuale.

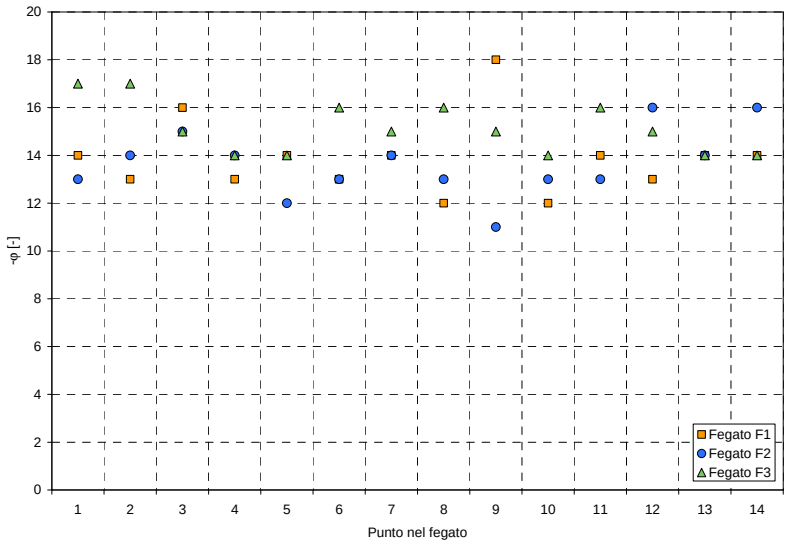


Figura 3.2.7. Angolo di fase del tessuto epatico: variabilità locale e individuale.

All'interno dello stesso organo si osserva una consistente variabilità della resistività (per il fegato F3 l'oscillazione è tra circa 3.8 e 5 Ω m).

Stesso fenomeno è presente negli angoli di fase, di valore negativo.

Alla luce di queste misure si può affermare che, entro piccole variazioni del tempo di macellazione e della temperatura presenti nei tre fegati:

- la variabilità delle proprietà elettriche all'interno del fegato è casuale e non è correlabile in alcun modo con la posizione di misura.
- esiste una consistente variabilità della resistività, con una fascia di circa 1 Ω m a fronte di un valore medio attorno ai 4.3 Ω m.

I valori misurati sono quindi più bassi rispetto a quelli riscontrati in letteratura (attorno ai 4.5-5 Ω m; vedi paragrafo 1.5.2.3)

Il tessuto ha un lieve comportamento capacitivo (come descritto nel paragrafo 1.5.2.2), con angoli di fase medi attorno a -14° e oscillazioni tra 11° e 18°.

3.2.2.2 Dipendenza dall'invecchiamento

Per le prove di dipendenza delle proprietà elettriche "dall'invecchiamento" del tessuto epatico si sono impiegati campioni prelevati da 5 fegati suini (classificati con le lettere F4, F5, F6, F7 e F8).

Per rendere indipendenti le misure dalla temperatura, i campioni sono stati riscaldati a 40 °C (temperatura prossima a quella corporea) con tecnica *RFTT*.

I risultati di resistività e angolo di fase in funzione del tempo intercorso dalla macellazione ($T_{macellazione}$), sono esposti in figura 3.2.8 e figura 3.2.9.

Nei grafici sono evidenziate le medie e gli scarti quadratici giornalieri, successivamente elencati in formato numerico in tabella 3.2.3.

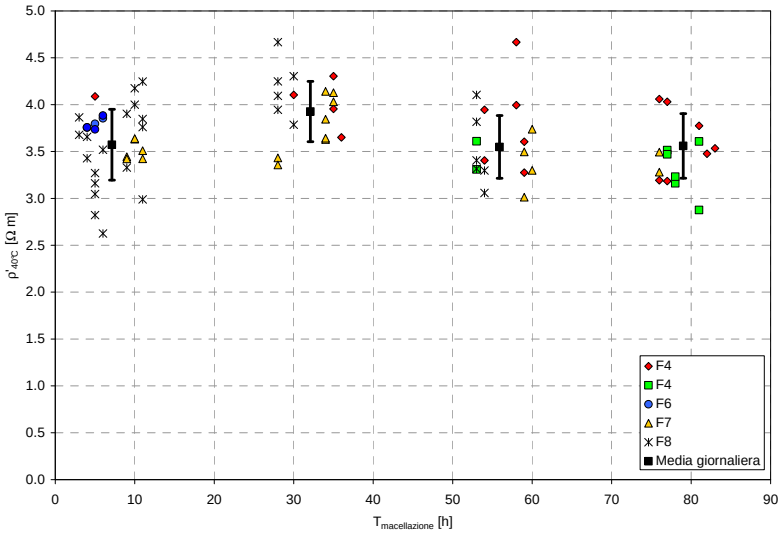


Figura 3.2.8. Resistività a 40 °C in funzione dell'età dei campioni.

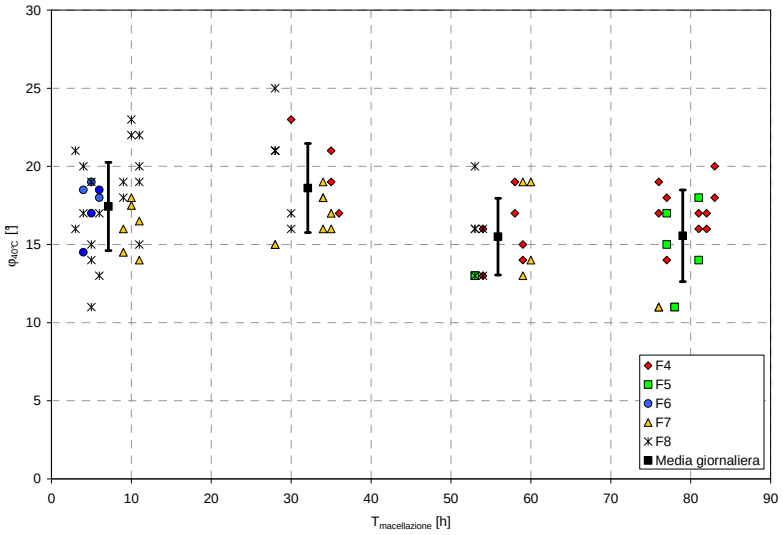


Figura 3.2.9. Angolo di fase a 40 °C in funzione dell'età dei campioni.

Tabella 3.2.3. Media e deviazione standard giornaliera delle resistività misurate sui tessuti epatici a diverse "età". (fegati F4, F5, F6, F7 e F8).

$T_{macellazionemedio}$ [d]	$n_{esperimenti}$ [-]	m(ρ') [Ω m]	s(ρ') [Ω m]	s/m [-]
0	30	3.38	0.40	11.9%
1	18	3.89	0.40	10.3%
2	18	3.55	0.34	9.4%
3	18	3.56	0.34	9.7%

Come già visto nel precedente paragrafo, si nota immediatamente una notevole variabilità da misura a misura nello stesso organo, sia per la resistività che per l'angolo di fase.

Volendo individuare una tendenza in funzione del tempo trascorso dalla macellazione (la cosiddetta "età"), si osserva che il primo giorno dopo la macellazione si riscontra un aumento medio della resistività rispetto al tessuto appena macellato. Nei giorni seguenti la resistività media si abbassa leggermente (circa il 10%) rispetto al primo giorno.

Si nota che queste variazioni sono comprese nella dispersione dei dati: è pertanto difficile dimostrare che vi sia una tendenza all'aumento e alla successiva diminuzione della resistività del tessuto epatico.

I risultati ottenuti sottostimano quelli ottenuti da Surowiec *et al.* (1985) (figura 1.5.9).

Possiamo affermare che nel campo della radiofrequenza la variazione della resistività con il tempo trascorso dalla macellazione è pressoché inesistente: ciò ci permette di poter confrontare risultati senza considerare l'età dei tessuti.

3.2.2.3 Osservazioni

Dalle prove preliminari eseguite si può affermare che:

- la resistività del tessuto non dipende dalla posizione all'interno del fegato;

- il tempo intercorso tra macellazione e misura influenza lievemente i parametri elettrici, ma entro la variabilità che si manifesta tra fegato e fegato e tra punto e punto di uno stesso fegato (almeno fino ad 80 ore dalla macellazione).

Un andamento del tutto identico sembra avere l'angolo di fase.

Queste conclusioni consentono di poter eseguire le prove elettriche senza effettuare distinzioni particolari tra campioni di età diverse e provenienti da punti diversi di uno stesso fegato.

3.2.3 Esperimenti in funzione della temperatura

In questo paragrafo si intendono descrivere le prove elettriche eseguite al variare della temperatura per analizzare il comportamento elettrico del tessuto epatico sottoposto ad un campo elettrico a radiofrequenza, come avviene nel procedimento di termoablazione.

Il tipo di riscaldamento in grado di realizzare queste condizioni è il *RFTT*.

Per simulare le condizioni di riscaldamento che si verificano durante la RFTA, le prove sono state eseguite a diverse potenze per unità di volume (w) facendo variare i volumi e le potenze elettriche entro i limiti tecnici imposti dal generatore.

3.2.3.1 Risultati

Si riportano i risultati ottenuti in 84 esperimenti eseguiti con misure locali su campioni di tessuto epatico suino provenienti da cinque fegati (F4, F5, F6, F7 e F8).

Gli esperimenti sono stati condotti fino alla temperatura di 95 °C; misure elettriche oltre questa soglia risultano inaffidabili poiché sono affette da continue oscillazioni repentine del segnale dovute ai fenomeni di evaporazione-ebollizione già descritti nel modello concettuale (capitolo 2).

In seguito si riportano i risultati delle prove: in tabella 3.2.4 se ne elencano le caratteristiche salienti (il codice identificativo, il fegato da cui proviene il

campione analizzato, la potenza per unità di volume impiegata per il riscaldamento, la costante di cella e la resistività del tessuto a 37 °C, ρ'_{37}).

Tabella 3.2.4. Elenco esperimenti elettrici eseguiti con transitorio termico (RFTT) su campioni di fegato suino.

ID	*	w [W/m³]	1/K$_{med}$ [1/m]	ρ'$_{37}$ [Ω m]	ID	*	w [W/m³]	1/K$_{med}$ [1/m]	ρ'$_{37}$ [Ω m]
1	F4	838	170.9	4.027	**43**	F7	2306	166.9	3.055
2	F4	2728	175.5	4.158	**44**	F7	977	166.0	4.269
3	F4	1668	175.4	3.815	**45**	F7	977	157.8	3.974
4	F4	2984	168.8	3.941	**46**	F7	970	167.3	3.717
5	F4	1870	193.6	3.781	**47**	F7	970	156.2	3.748
6	F4	2567	162.6	4.013	**48**	F7	543	165.5	4.159
7	F4	2567	170.9	3.531	**49**	F7	543	153.8	4.247
8	F4	477	166.6	4.093	**50**	F7	995	186.1	3.613
9	F4	477	174.9	4.128	**51**	F7	995	168.5	3.128
10	F4	3789	164.0	4.053	**52**	F7	879	189.5	3.848
11	F4	3789	166.0	3.401	**53**	F7	879	169.7	3.405
12	F4	921	166.0	4.108	**54**	F7	2354	183.5	3.583
13	F4	921	163.9	4.178	**55**	F7	2354	171.8	3.386
14	F4	992	166.6	4.228	**56**	F8	1853	193.6	3.781
15	F4	992	165.2	3.328	**57**	F8	1853	202.0	3.983
16	F4	482	164.0	3.770	**58**	F8	1948	192.5	3.749
17	F4	482	159.9	3.890	**59**	F8	1948	202.2	3.529
18	F4	503	173.6	3.699	**60**	F8	1794	197.4	3.144
19	F4	503	173.5	3.589	**61**	F8	1794	201.0	3.260
20	F4	895	163.7	4.210	**62**	F8	1766	147.2	2.925
21	F4	895	167.9	3.628	**63**	F8	1766	201.5	3.369
22	F5	856	171.7	3.419	**64**	F8	1853	220.7	3.625
23	F5	856	157.7	3.721	**65**	F8	1853	210.0	2.710
24	F5	1614	164.6	3.605	**66**	F8	883	198.6	3.431
25	F5	1614	153.1	3.565	**67**	F8	1130	220.9	4.116
26	F5	2283	168.3	3.294	**68**	F8	1130	208.8	4.300
27	F5	2283	158.0	3.358	**69**	F8	1066	215.1	3.847
28	F5	1638	173.2	3.699	**70**	F8	1066	207.5	3.078

ID	*	w [W/m³]	1/K$_{med}$ [1/m]	ρ'$_{37}$ [Ω m]	ID	*	w [W/m³]	1/K$_{med}$ [1/m]	ρ'$_{37}$ [Ω m]
29	F5	1638	158.9	2.978	**71**	F8	974	216.5	3.950
30	F6	909	160.6	4.583	**72**	F8	974	201.0	4.358
31	F6	909	151.5	3.464	**73**	F8	487	209.0	3.985
32	F6	865	164.9	4.671	**74**	F8	487	201.3	4.144
33	F6	865	153.8	3.302	**75**	F8	487	208.6	4.735
34	F6	2173	162.1	4.646	**76**	F8	487	202.9	4.343
35	F6	2173	150.4	3.348	**77**	F8	456	206.9	4.445
36	F7	2354	164.1	4.006	**78**	F8	456	201.3	3.898
37	F7	2354	149.7	3.160	**79**	F8	341	213.6	4.183
38	F7	2132	160.7	4.324	**80**	F8	341	206.9	3.521
39	F7	2132	153.7	3.166	**81**	F8	3532	205.7	3.923
40	F7	543	167.6	3.968	**82**	F8	3532	193.1	3.383
41	F7	543	164.7	3.068	**83**	F8	3588	205.8	3.359
42	F7	2306	175.6	3.869	**84**	F8	3588	195.9	3.138

*** Fegato da cui proviene il campione**

I risultati di resistività sono rappresentati nel grafico di figura 3.2.10.

Come già osservato durante le prove preliminari, la resistività dei campioni ha una dispersione ragguardevole: maggiore alle temperature più basse (30-40 °C) con tendenza a diminuire fino a 95 °C.

Appare evidente che la resistività diminuisce con la temperatura: da un valore medio di circa 4 Ω m a 30 °C, si scende a 3 Ω m a 70 °C e a circa 2 Ω m a 95 °C.

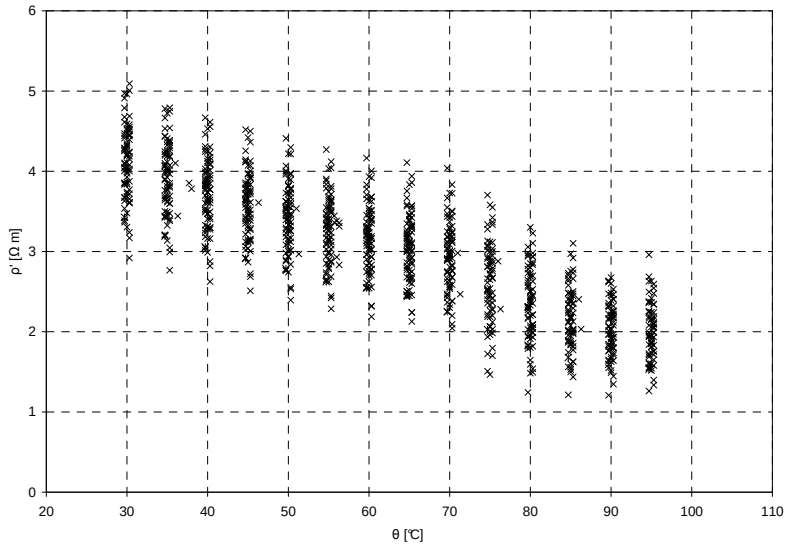


Figura 3.2.10. Resistività in funzione della temperatura negli 84 esperimenti RFTT condotti su tessuto epatico suino.

Per analizzare meglio l'andamento della resistività e affrancarsi dalla variabilità intrinseca dei campioni di tessuto, si è deciso di normalizzare i risultati rispetto al valore di riferimento misurato ad una determinata temperatura (ρ'_{rif}).

La scelta della temperatura è del tutto arbitraria. In vista di possibili future applicazioni mediche, si è deciso per una temperatura prossima a quella corporea di uomo, bovino e suino: 37 °C ($\rho'_{rif} = \rho'_{37}$).

In figura 3.2.11 sono mostrati i risultati della normalizzazione a cui sono stati sovrapposti i valori medi e le deviazioni standard (tabella 3.2.5).

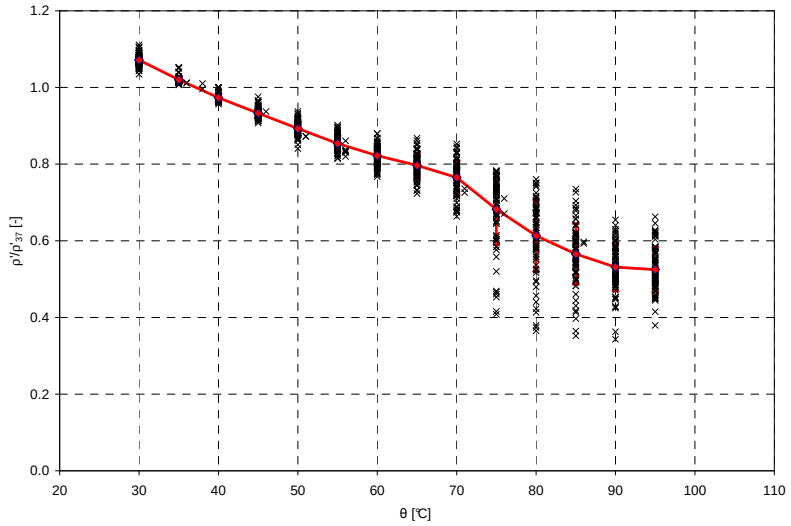


Figura 3.2.11. Andamento della resistività normalizzata in funzione della temperatura.

Tabella 3.2.5. Medie e deviazioni standard dei dati di resistività normalizzati.

θ [℃]	m(ρ'$_{37}$) [Ω m]	s(ρ'$_{37}$) [Ω m]
30	1.07	0.01
35	1.02	0.01
40	0.97	0.01
45	0.93	0.01
50	0.89	0.02
55	0.85	0.02
60	0.82	0.02
65	0.80	0.03
70	0.77	0.04
75	0.68	0.09
80	0.61	0.09
85	0.57	0.08
90	0.53	0.06
95	0.52	0.06

La normalizzazione permette di eliminare una parte della variabilità dei risultati, soprattutto alle temperature inferiori a 60-65 °C.

Da 30 °C a 70 °C la curva la resistività normalizzata scende linearmente.

Tra i 70 °C e i 95 °C l'andamento è molto simile ad una parabola con una leggera concavità verso l'alto.

Si osserva che a 95 °C la resistività normalizzata si dimezza rispetto alla situazione a 37 °C.

Nonostante la normalizzazione, la deviazione standard oltre i 65 °C aumenta.

Si è cercata una correlazione con la sorgente termica di riscaldamento (o *potenza specifica, w*), l'età del tessuto e il fegato impiegato.

Si è ottenuta una discreta correlazione solo con la potenza specifica.

Se si ipotizzano dispersioni termiche trascurabili e calore specifico costante, significa che i dati paiono essere correlati con velocità di riscaldamento del tessuto ($\partial\theta/\partial t$).

Raggruppando gli esperimenti in tre classi di potenza:

Bassa potenza: *20* esperimenti con 340 kW/m³ ≤ *w* ≤ 540 kW/m³
Media potenza: *25* esperimenti con 540 kW/m³ < *w* < 1610 kW/m³
Alta potenza: 39 esperimenti con 1610 kW/m³ ≤ *w* ≤ 3790 kW/m³

calcolando le medie e gli scarti quadratici, si ottiene il risultato esposto in figura 3.2.12.

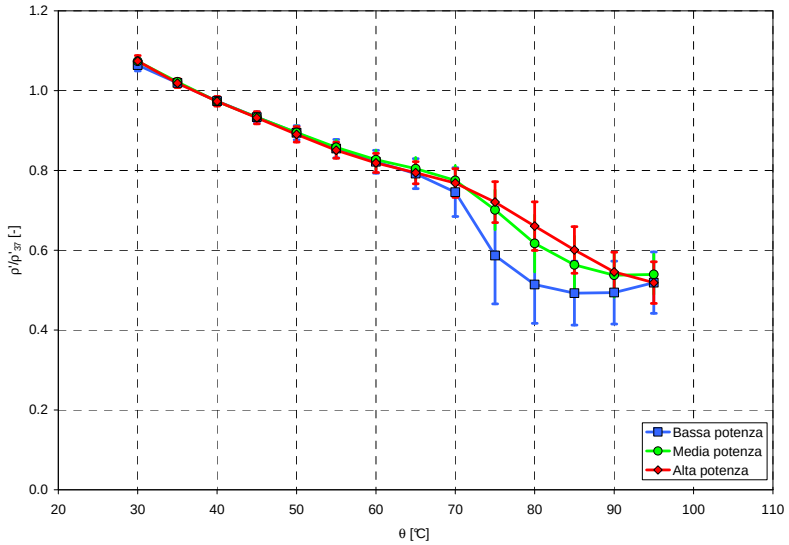


Figura 3.2.12. Resistività normalizzata: classificazione dei risultati in base alla potenza per unità di volume (*w*).

Al di sotto dei 65 °C le curve per le tre potenze specifiche coincidono.

Ad alta potenza, oltre i 65 °C l'andamento della resistività normalizzata è circa lineare, con pendenza superiore rispetto al tratto 30-65 °C.

A bassa potenza i risultati si discostano nettamente da quelli ad alta potenza a partire da 70 °C, assumendo un andamento parabolico con concavità verso l'alto.

A media potenza il risultato pare essere intermedio rispetto alle due curve appena descritte, anche se più simile ai risultati ad alta potenza.

Il minimo di resistività negli esperimenti a bassa potenza si raggiunge a 85°C contro i 90-95 °C riscontrati negli esperimenti a media e bassa potenza.

Si osserva che a 95 °C i risultati di resistività sono pressoché identici.

Per quanto riguarda il comportamento dell'angolo di fase al variare della temperatura, in figura 3.2.13 sono esposti i risultati.

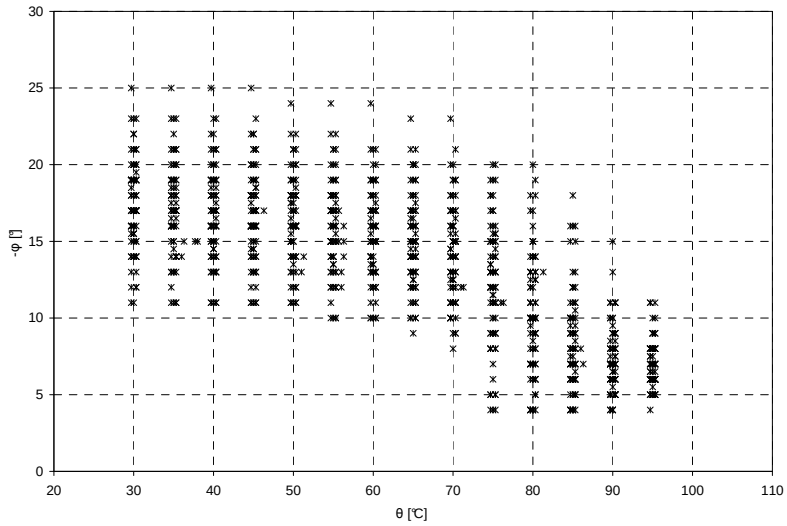


Figura 3.2.13. Angolo di fase in funzione della temperatura negli 84 esperimenti RFTT condotti su tessuto epatico suino.

La fase, seppur di piccola entità, è negativa anche alle alte temperature, evidenziando un comportamento lievemente capacitivo.

Come per la resistività, la dispersione dei dati è notevole: a 30 °C vi sono dati tra -25° e -11°. A 95 °C gli angoli si sono ridotti, attestandosi a valori compresi tra -11° e -4°.

Si evidenzia quindi una trasformazione del tessuto, che passa da un comportamento resistivo e lievemente capacitivo ad uno pressoché resistivo.

Anche in questo caso, per affrancarsi dalla variabilità dei campioni, si è deciso di normalizzare il risultato (φ_{norm}, adimensionale):

$$\varphi_{norm} = \frac{\varphi - \varphi_M}{\varphi_m - \varphi_M} \tag{3.2.4}$$

dove

φ_M è l'angolo di fase massimo misurato durante l'esperimento (in gradi);

φ_m è l'angolo di fase minimo misurato durante l'esperimento (in gradi);

In figura 3.2.14 sono mostrati i risultati della normalizzazione a cui sono stati sovrapposti i valori medi e le deviazioni standard (tabella 3.2.6).

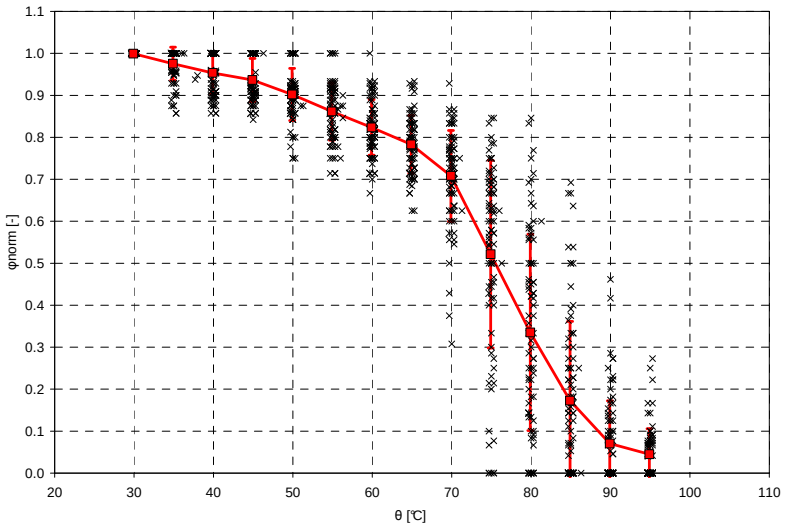


Figura 3.2.14. Andamento della fase normalizzata in funzione della temperatura.

Tabella 3.2.6. Medie e deviazioni standard dei dati di fase normalizzati.

θ [°C]	m(φ_{norm}) [-]	s(φ_{norm}) [-]
30	1.00	0.01
35	0.98	0.04
40	0.95	0.05
45	0.94	0.05
50	0.90	0.06
55	0.86	0.07
60	0.82	0.07
65	0.78	0.07
70	0.71	0.11
75	0.52	0.22
80	0.34	0.23
85	0.17	0.19
90	0.07	0.10
95	0.04	0.06

L'andamento assume una forma simile alla curva a sigmoide: la variazione netta di pendenza si ha a circa 70 °C (come avveniva per la resistività) mentre il punto in cui vi è il dimezzamento dell'angolo di fase normalizzato è a circa 75-76 °C.

Si osserva una forte dispersione dei dati tra 75 e 85 °C.

La classificazione dei dati in base alla potenza specifica, i cui risultati sono esposti in figura 3.2.15, mostra che a bassa potenza la zona del sigmoide in cui vi è la massima variazione di fase è in anticipo e ha una pendenza maggiore rispetto ai dati rilevati a potenze specifiche maggiori.

Il risultato è che i valori minimi di fase normalizzata per gli esperimenti a bassa potenza si raggiungono a 80 °C contro i 95 °C riscontrati negli esperimenti a media e alta potenza.

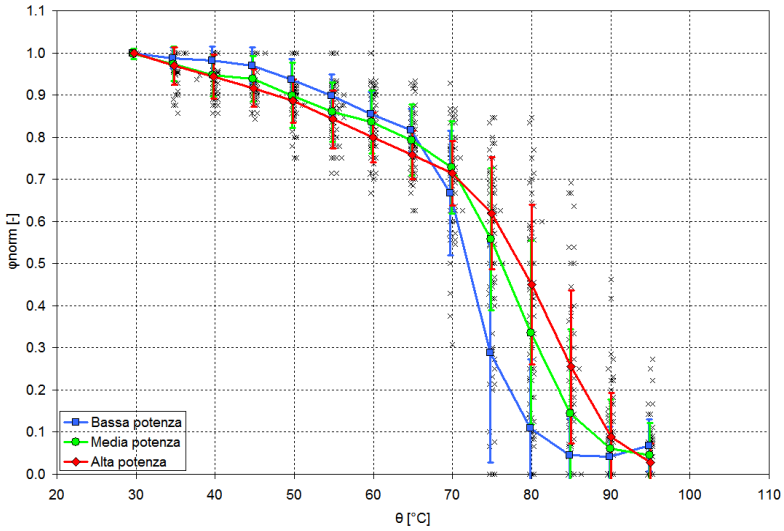


Figura 3.2.15. Angolo di fase normalizzato: classificazione dei risultati in base alla potenza per unità di volume (*w*).

Inoltre, la curva degli esperimenti a bassa potenza ha una leggera risalita nel tratto finale. Il fenomeno della risalita per basse potenze è presente anche nelle curve di resistività normalizzate.

A corroborazione dei risultati ottenuti nelle 84 misure locali su tessuto epatico suino, si riportano una serie di esperimenti preliminari eseguiti con sonda *G* su tessuto epatico suino in regime di transitorio termico quasi statico (*QSTT*) e dinamico (*RFTT*). Per quanto concerne i dettagli di queste prove, si rimanda all'Appendice D.

Le prove eseguite in regime transitorio a radiofrequenza sono classificabili nelle categorie "bassa potenza" e "alta potenza".

Nel grafico di figura 3.2.16 sono esposti i risultati di resistività normalizzata per le prove *G* sovrapposti alla nuvola dei risultati ottenuti negli esperimenti appena descritti e condotti con strategia *L*.

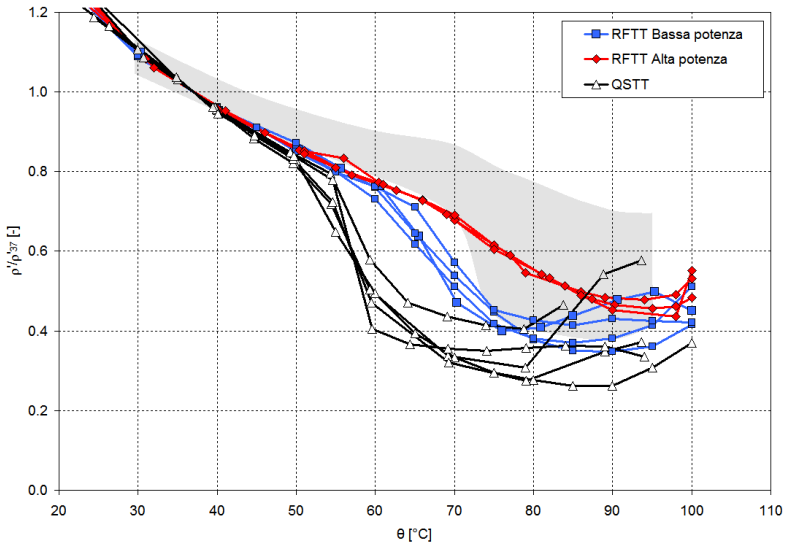


Figura 3.2.16. Resistività normalizzata del tessuto epatico suino al variare della temperatura ottenuta mediante riscaldamento RFTT e QSTT in esperimenti condotti con strategia *G*. L'area di colore grigio evidenzia i risultati ottenuti con la strategia *L*.

L'andamento discendente in funzione della temperatura e della potenza è evidente anche in questa serie di dati.

Le prove con transitorio quasi statico (*QSTT*) confermano che al diminuire della velocità di riscaldamento le curve di resistività si staccano dalle curve con transitorio termico rapido ad alta potenza a temperature sempre minori.

Si osserva inoltre che le prove a transitorio termico *QST*, una volta abbandonato l'andamento delle prove *RFTT* hanno una repentina caduta di resistività in circa 5-10 °C.

Le misure del gruppo *L* e del gruppo *G* hanno due evidenti differenze.

Innanzitutto, i due gruppi di prove hanno il primo tratto della la curva di resistività a due diverse pendenze. Ciò comporta che a 95 °C la resistività

normalizzata nelle prove *G* sia di circa 0.4 mentre nelle prove *L* sia di circa 0.55.

Inoltre, il distacco delle curve *RFTT-bassa potenza* dalla curva degli esperimenti *RFTT-alta potenza* per gli esperimenti con straegia G avviene alla temperatura di 60-65 °C: 5 °C in anticipo rispetto alle prove RFTT con strategia *L*.

Le differenze possono essere imputate a diverse imprecisioni o errori sistematici dovuti all'inesperienza nell'esecuzione delle misure termiche ed elettriche con la strategia *G*.

Ad esempio, mentre nella sonda *L* la misura di temperatura è prossima alla zona di misura, nelle sonde *G* il sensore di temperatura è di solito posizionato in una zona periferica del campionatore o in un punto non perfettamente a contatto con il tessuto; ciò può comportare la misura di una temperatura inferiore rispetto a quella del campione, spiegando una delle due problematiche.

Dal punto di vista elettrico, gli errori nelle prove con sonda globale possono essere dovuti all'uso del misuratore di impedenza, come:

- mancate tarature dello strumento prima di eseguire le prove;
- mancate attese per il riscaldamento della strumentazione;
- contatti elettrici con la sonda non ideali a causa del continuo collegamento e scollegamento dei cavi per passare dalle misure elettriche all'erogazione di potenza.

A queste possibili cause si aggiunge la variabilità dei campioni della modalità di conservazione. Durante l'esecuzione delle prove elettriche di tipo *G* non si aveva a disposizione un frigorifero in grado di mantenere temperature di circa 4 °C; si disponeva solamente di un raffreddatore di vivande di piccole dimensioni in grado di garantire solamente un abbassamento della temperatura di alcuni gradi rispetto all'ambiente esterno. Ciò può aver comportato una

degradazione del tessuto molto più rapida rispetto alla conservazione dei campioni misurati con sonda *L*.

Ciononostante le misure globali confermano e corroborano gli andamenti ottenuti con le misure locali.

3.2.3.2 Sintesi dei risultati

Le proprietà elettriche del tessuto epatico variano in funzione della temperatura.

Nel caso di riscaldamenti eseguiti con transitorio termico rapido (*RFTT*) si possono individuare due fasi.

RFTT - Fase 1 (fino a 65-70 °C)

Aldilà delle variabilità intrinseche di ogni campione, in questa prima parte la resistività decresce con andamento lineare indipendentemente dalla potenza applicata.

Il valore assoluto della fase ha anch'esso un andamento decrescente, ma poco pronunciato. A 60 °C la riduzione di sfasamento rispetto alle condizioni iniziali è dell'ordine del 15 %.

I risultati degli esperimenti a bassa potenza si discostano leggermente da quanto appena descritto oltre i 60 °C: la resistività e la fase normalizzata iniziano a diminuire con maggior intensità rispetto agli andamenti delle prove a media e alta frequenza.

Le variazioni si trovano pur sempre all'interno della dispersione dei risultati.

RFTT - Fase 2 (da 65-70 °C a 95°C)

In questo secondo intervallo di temperature la sorgente termica pare giocare un ruolo fondamentale: a basse potenze specifiche la resistività scende rapidamente raggiungendo il dimezzamento rispetto al valore di riferimento a 85 °C circa.

All'aumentare della *w* la curva della resistività assume una forma rettilinea, perdendo la propria concavità verso l'alto.

Analogamente a quanto accade per la resistività, la fase diminuisce in modo più rapido per gli esperimenti a bassa potenza.

L'aumento della dispersione dei risultati sperimentali (indicato dalle barre dello scarto quadratico medio) è un sintomo legato probabilmente alla variabilità locale del tessuto e ai fenomeni che ivi si instaurano.

Prove QSTT

Le prove con transitorio termico quasi statico (*QSTT*) hanno un'intensificazione dei comportamenti osservati alle prove di riscaldamento *RFTT-bassa potenza*, ossia il termine della *fase 1* a temperature di circa 50-55°C e l'anticipazione nel raggiungimento del minimo di resistività (70-80 °C).

Variabilità del tessuto

Per quanto concerne la variabilità dei tessuti, in figura 3.2.17 è rappresentata la distribuzione in frequenza delle resistività misurate a 37 °C.

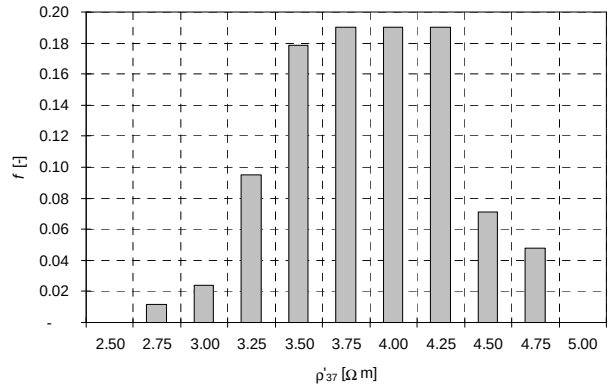


Figura 3.2.17. Distribuzione di probabilità delle resistività misurate a 37 °C.

I valori sono compresi tra 2.71 Ω m e 4.73 Ω m. La distribuzione di probabilità è leggermente asimmetrica verso i valori più alti.

La media e la deviazione standard basate sulle 84 prove assumono i seguenti valori:

$$m(\rho'_{37}) = 3.75\ \Omega\ m \qquad s(\rho'_{37}) = 0.44\ \Omega\ \text{m} \tag{3.2.5}$$

Il rapporto tra deviazione standard e media ($s/m = 0.12$) dimostra per l'ennesima volta la notevole variabilità della resistività elettrica tra campione e campione.

3.2.3.3 Interpretazione dei risultati

Il comportamento della resistività e della fase all'aumentare della temperatura si spiega attraverso le modifiche che subisce il tessuto durante il riscaldamento, come in parte è spiegato da Chin e Pop attraverso esperimenti di tipo *QSTT*.

La variazione della resistività del tessuto epatico all'aumentare della temperatura è dovuta a due cause:

- la diminuzione della conducibilità elettrica delle soluzioni ioniche presenti nel tessuto epatico;
- la denaturazione/coagulazione delle proteine, che avviene in tempi diversi a seconda della temperatura a cui sono esposte, come descritto nel grafico di figura 1.3.1.

La prima causa è reversibile: riscaldando una soluzione ionica avviene una diminuzione della resistività, come si può notare in Appendice G per la soluzione di NaCl, uno dei sali più diffusi nei tessuti biologici.

Raffreddando la stessa soluzione, la resistività ritorna ai valori iniziali.

La denaturazione delle proteine è un processo irreversibile che porta le molecole alla destrutturazione e alla perdita delle proprietà meccaniche e

chimiche. Questi fenomeni hanno una cinetica influenzata dalla temperatura: a 43 °C circa la denaturazione avviene in circa 1-2 ore; a 60 °C è pressoché istantanea. Le temperature sono indicative poiché esistono diverse tipologie di proteine più o meno sensibili alla temperatura.

Tra le conseguenze della coagulazione delle proteine vi è la rottura dei legami che costituiscono le membrane cellulari.

Si consideri la condizione iniziale del tessuto: le cellule epatiche sono integre. Le membrane cellulari (isolanti elettrici) separano il liquido extracellulare dal succo citoplasmatico.

La conducibilità elettrica del tessuto, nel campo della radiofrequenza, è legata solamente al fluido extracellulare, costituito da soluzioni ioniche conduttrici.

Si inizia a riscaldare il tessuto mediante una sorgente termica. Questo fenomeno si ripercuote sulla resistività del fluido extracellulare e del tessuto, che tende ad abbassarsi.

Si raggiungono le temperature di denaturazione delle proteine. A temperature prossime ai 43 °C le molecole iniziano a destrutturarsi e solo dopo molto tempo (1-2 ore) perdono le loro proprietà chimiche.

All'aumentare della temperatura a cui sono sottoposte, le proteine impiegano sempre meno tempo a coagulare. La coagulazione/denaturazione comporta la rottura delle membrane cellulari e la fuoriuscita del succo citoplasmatico.

La quantità di soluzione ionica disponibile al passaggio della corrente aumenta, comportando un'ulteriore diminuzione della resistività del tessuto.

Non si deve pensare alla rottura delle membrane come ad un fenomeno istantaneo, ma molto simile alla creazione di fori in un serbatoio, in cui il serbatoio è la membrana cellulare, che contiene il succo citoplasmatico, e i fori sono i punti in cui la membrana si è danneggiata.

Ne risulta una diminuzione graduale della resistività.

Contemporaneamente prosegue la riduzione di resistività delle soluzioni saline a causa dell'aumento della temperatura.

Maggiore è la velocità di riscaldamento, meno tempo intercorre tra l'inizio della coagulazione ed il raggiungimento delle temperature di 95 °C; di conseguenza, alle alte potenze specifiche non si da tempo allo svuotamento dei serbatoi-cellula, che non avverrà completamente. Questo si ripercuote su una minore porzione di liquido a disposizione per il flusso elettrico rispetto ad esperimenti eseguiti con basse velocità di riscaldamento; in altri termini vi è una minore riduzione della resistività.

Se invece si mantiene il tessuto ad una temperatura costante superiore alla temperatura di inizio coagulazione, si nota comunque una diminuzione della resistività nel tempo, interpretabile con il modello della cellula-serbatoio introdotto in precedenza.

A basse temperature il fenomeno necessiterà di tempi molto lunghi, poiché la denaturazione può impiegare ore.

Osservando il grafico di figura 1.3.1, a temperature superiori ai 50 °C il fenomeno dovrebbe essere visibile con una scala dei tempi prossima ai minuti.

La variazione di resistività dipende quindi dalla temperatura (ossia dall'energia immessa), ma anche dal tempo, che dipende dal tipo di riscaldamento. Quindi il fenomeno dipende anche dalla velocità di riscaldamento, cioè dalla potenza della sorgente termica (w).

Tutto ciò è comunque legato al grado di necrosi delle cellule.

L'interpretazione delle cause della variazione della resistività con la temperatura è valida anche per il comportamento dell'angolo di fase.

La rottura delle membrane cellulari, che nel modello elettrico dei tessuti sono descritti mediante condensatori, comporta una diminuzione della capacità elettrica del tessuto, ossia dell'angolo di fase.

L'angolo di fase può quindi essere impiegato per definire un grado di destrutturazione delle proteine o di necrosi del tessuto.

A ulteriore dimostrazione dell'interpretazione dei fenomeni elettrici appena esposta, si espongono i risultati di alcuni esperimenti basati sull'evoluzione nel tempo di misure elettriche globali in campioni di tessuto epatico riscaldati e mantenuti ad una prefissata temperatura (40, 50, 60, 70 e 80 °C).

I dati di resistività misurati durante il periodo di mantenimento della temperatura (normalizzati rispetto alla temperatura iniziale, 20°C) sono rappresentati nel grafico di figura 3.2.18.

Operazione analoga è stata eseguita con di dati di fase (figura 3.2.19).

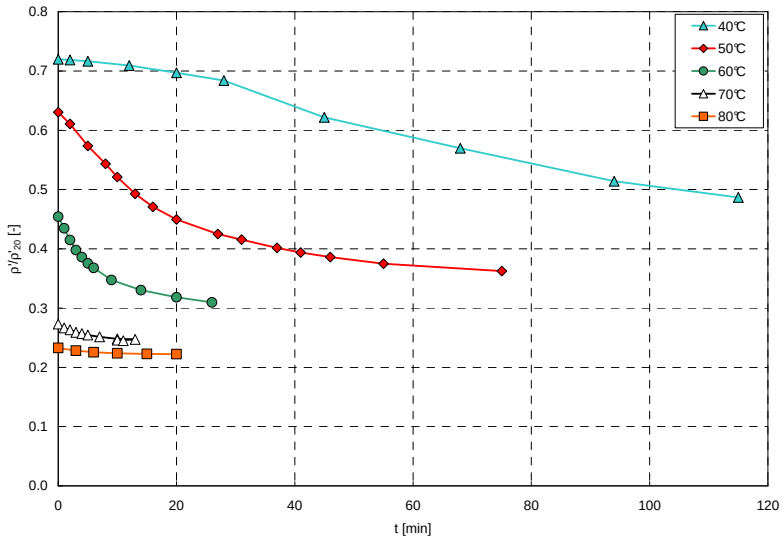


Figura 3.2.18. Resistività normalizzata in funzione del tempo in campioni di tessuto epatico suino mantenuti a temperatura costante.

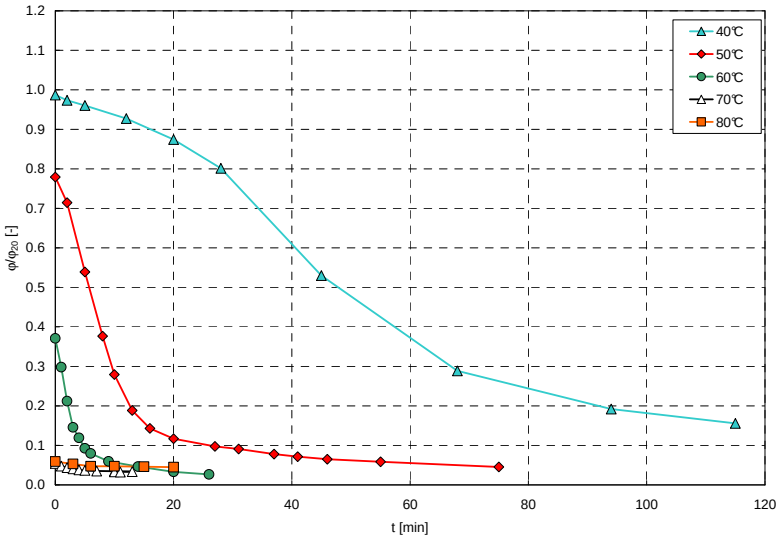


Figura 3.2.19. Angolo di fase normalizzato in funzione del tempo in campioni di tessuto epatico suino mantenuti a temperatura costante.

I risultati confermano l'interpretazione ed il modello del serbatoio-cellula.

Ad una temperatura prossima a quella di coagulazione (40°C) la resistività e la fase raggiungono un asintoto in tempi lunghi (circa due ore).

All'aumentare della temperatura i tempi per il raggiungimento dell'asintoto diminuiscono sempre di più a causa della coagulazione che è avvenuta a temperature più alte e da più tempo.

A temperature superiori ai 60 °C (70 °C e 80 °C) le variazioni nel tempo sono pressoché inesistenti poiché il tempo impiegato per il riscaldamento è stato sufficiente a destrutturare le membrane cellulari e a svuotare le cellule dalle soluzioni conduttrici elettriche.

L'irreversibilità del fenomeno della coagulazione comporta un fenomeno di isteresi: se si raffreddano campioni di tessuto "cotto", le proteine non ritornano a formare le membrane cellulari.

Durante il raffreddamento il tessuto resta imbibito di una quantità di liquido conduttivo maggiore rispetto alla fase di riscaldamento e pari alla somma del liquido extracellulare e del succo citoplasmatico liberato.

Quindi la resistività durante la fase di raffreddamento è inferiore rispetto a quella registrata durante il riscaldamento, ma tende comunque ad aumentare a causa della presenza della soluzione salina.

Il modello descritto è avvalorato dai risultati di raffreddamento dei campioni mantenuti a 60 °C e 80 °C, il cui risultato è esposto in figura 3.2.20.

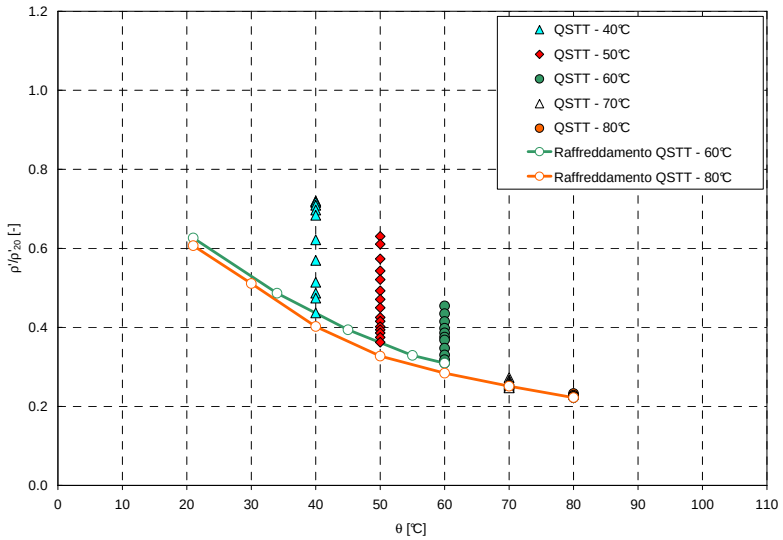


Figura 3.2.20. Andamento della resistività normalizzata in funzione della temperatura (misure globali): grafico che descrive i risultati di riscaldamento e raffreddamento in regime di transitorio termico quasi statico.

Concludendo, la resistività è quindi sempre compresa tra due limiti, uno superiore ed uno inferiore.

Il limite superiore è descritto dalla curva *UBC* (*Upper Boundary Curve*), ricavata dall'estrapolazione dei risultati sperimentali con transitorio termico veloce (*RFTT*) e relativa ad una velocità di riscaldamento $\partial\theta/\partial t$ (o potenza specifica, w) tendente a infinito.

Il limite inferiore è descritto dalla curva *LBC* (*Lower Boundary Curve*), ricavabile dagli esperimenti *QSTT* di riscaldamento e raffreddamento descritti nella pagina precedente.

Un ultimo aspetto a cui si accenna è il comportamento elettrico oltre ai 90-95 °C.

L'aumento della temperatura diminuisce la solubilità dei gas disciolti nei liquidi, quindi anche nelle cellule avviene la liberazione dei gas disciolti nei liquidi cellulari, con formazione di bolle.

Avvicinandosi alla temperatura di ebollizione (90-95 °C), vi è anche la formazione di vapore.

Le bolle di gas e di vapore sono isolanti elettrici, pertanto vicino alla temperatura di ebollizione la resistività si innalza.

Come già descritto nel secondo capitolo, a proposito del modello di vaporizzazione, la formazione di bolle è casuale.

Questi fenomeni sono stato osservati in più esperimenti di riscaldamento attraverso le pareti trasparenti dei campionatori.

3.2.3.4 Modello del comportamento elettrico del tessuto epatico durante il riscaldamento

Al fine della modellazione della termoablazione risulta importante descrivere correttamente il comportamento elettrico in fase di riscaldamento del tessuto epatico.

Dal momento che, nel campo della radiofrequenza:

- il parenchima epatico ha un comportamento elettrico leggermente capacitivo tra i 60-75 °C e successivamente è pressoché resistivo,
- la necrosi coagulativa avviene istantaneamente, quindi con certezza, al superamento della soglia dei 60 °C,

si è deciso di trascurare la modellazione dello sfasamento tra tensione e corrente prima dei 60 °C, nonostante questa sia un indicatore di vita delle cellule.

Il comportamento della fase normalizzata (figura 3.2.14) suggerisce la possibilità di misurare il grado necrosi delle cellule epatiche, da cui dipende la variazione di resistività.

Si introduce una temperatura normalizzata (θ', adimensionale):

$$\theta' = \frac{\theta - \Theta}{\Theta - \theta_{ic}} \tag{3.2.6}$$

in cui

θ_{ic} è la temperatura a cui inizia la necrosi delle cellule (approssimativamente attorno ai 43 °C);

Θ è la temperatura a cui avviene il dimezzamento della fase normalizzata (una sorta di scala della temperatura di necrosi):

$$\varphi_{norm}(\Theta) = 0.5 \tag{3.2.7}$$

Il risultato delle operazioni di normalizzazione sui dati *RFTT* degli esperimenti con sonda *L* è sintetizzato dal grafico di figura 3.2.21.

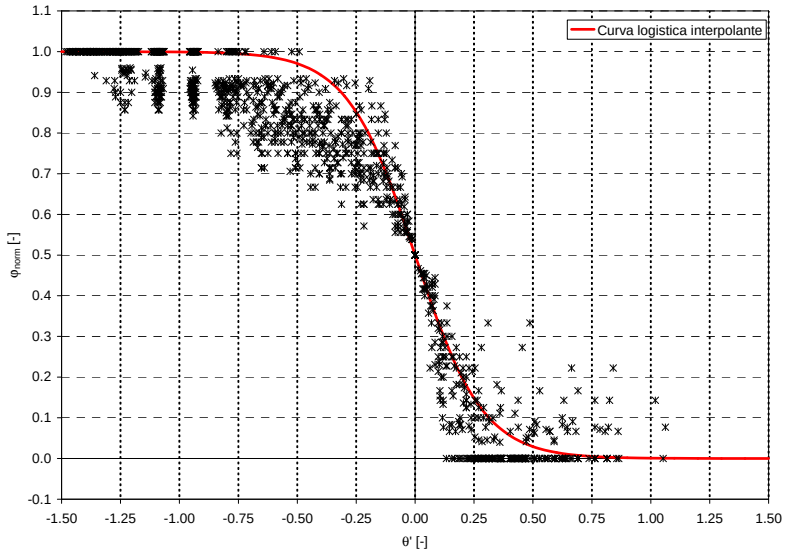


Figura 3.2.21. Esperimenti RFTT con sonda locale *L*: fase normalizzata in funzione della temperatura normalizzata.

L'andamento dei dati è tipico della curva logistica[1] esprimibile mediante la funzione sigmoidea di equazione:

$$\varphi_{norm} = \frac{1}{(1+e^{7\theta'})} \tag{3.2.8}$$

Si introduce l'indice di cottura del tessuto (*I*), ricavato dal complemento a 1 della fase normalizzata:

$$I = 1 - \varphi_{norm} = \frac{1}{1+e^{-7\theta'}} \tag{3.2.9}$$

L'indice assume valori compresi tra 1 (tessuto con cellule morte) e 0 (tessuto con cellule vive).

[1] La curva logistica è una funzione spesso utilizzata in biologia per i modelli di crescita delle popolazioni (Vismara, 2002).

I è funzione della temperatura normalizzata (3.2.6), a sua volta funzione della temperatura del tessuto (θ) , della temperatura di inizio necrosi (θ_{ic}) e dalla scala della temperatura di necrosi del tessuto (Θ).

Θ può essere correlato alla potenza specifica (w): i dati di queste due grandezze negli esperimenti *RFTT* eseguiti hanno l'andamento descritto nel grafico di figura 3.2.22.

La dispersione dei risultati è notevole ma l'andamento del risultato mantiene un significato fisico: ad alte potenze specifiche vi sono elevate velocità di riscaldamento del tessuto; in queste condizioni, la temperatura a cui avviene il dimezzamento della la fase normalizzata tende ad essere alto.

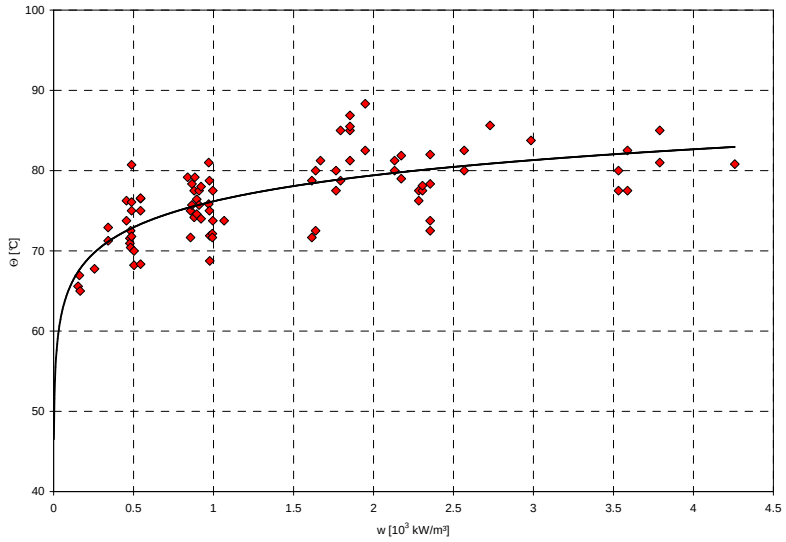


Figura 3.2.22. Temperatura di dimezzamento della fase normalizzata (Θ) in funzione della potenza specifica (w).

Viceversa, a basse velocità di riscaldamento (basse potenze specifiche) ci si avvicina a condizioni di transitorio termico quasi statico; il dimezzamento della fase può essere raggiunto a temperature del tessuto prossime a θ_{ic}.

La funzione scelta per interpolare i dati di figura 3.2.22 rispetta i vincoli fisici appena esposti:

$$\Theta = \theta_{ic} + 6.729 + 3.836 \ln(w) \quad \text{per} \quad w > 0.175 \text{ kW/m}^3 \tag{3.2.10}$$

Attraverso questi passaggi, il grado di cottura del tessuto (I) è definito come:

$$I = f(\theta') = f(\theta, \Theta) = f(\theta, w)$$

e non è più funzione della fase.

È possibile calcolare I col seguente procedimento:

1. si ricava Θ dalla (3.2.10) conoscendo la potenza specifica (w);
2. dalla (3.2.6) si ottiene θ';
3. si calcola I impiegando la (3.2.9).

Come osservato sperimentalmente, la resistività del tessuto epatico è funzione dell'indice di cottura del tessuto e del tempo:

$$\rho' = f(I, t) = f(\theta, w, t)$$

Il tempo permette di descrivere l'evoluzione della resistività anche in condizioni in cui la potenza termica fornita è nulla e la temperatura è costante (esperimenti *QSTT*).

I tempi tipici di un intervento di RFTA non permettono lo sviluppo di situazioni di transitorio termico quasi statico. Perciò nel modello della resistività elettrica si è scelto di omettere la dipendenza dal tempo:

$$\rho' \cong f(I) = f(\theta, w)$$

Come accennato nel precedente paragrafo, la resistività è compresa tra la curva inferiore (*LBC*) e la curva superiore (*UBC*).

Le due curve, ottenute dall'impiego dei dati *QSTT* e *RFTT* a disposizione, possono essere interpolate dalle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} &LBC:\ \rho'_{LBC}(\theta) = 5.952E{-}05\,\theta^2 - 1.338E{-}02\,\theta + 1.414 \\ &UBC:\ \rho'_{UBC}(\theta) = 1.299E{-}04\,\theta^2 - 2.273E{-}02\,\theta + 1.386 \ \text{per}\ \theta \leq 85\ ^oC \\ &\qquad\ \rho'_{UBC}(\theta) = 7.145E{-}04\,\theta^2 - 1.237E{-}01\,\theta + 5.748\ \text{per}\ \theta > 85\ ^oC \end{aligned} \tag{3.2.11}$$

Per ottenere la resistività, è necessario introdurre l'indice di cottura (*I*), che tiene conto della potenza specifica e della temperatura:

$$\rho' / \rho'_{37} = I\ \rho'_{LBC} + (1 - I)\ \rho'_{UBC}$$

La tecnica di interpolazione fornisce risultati accettabili, come è possibile osservare nel grafico di figura 3.2.23.

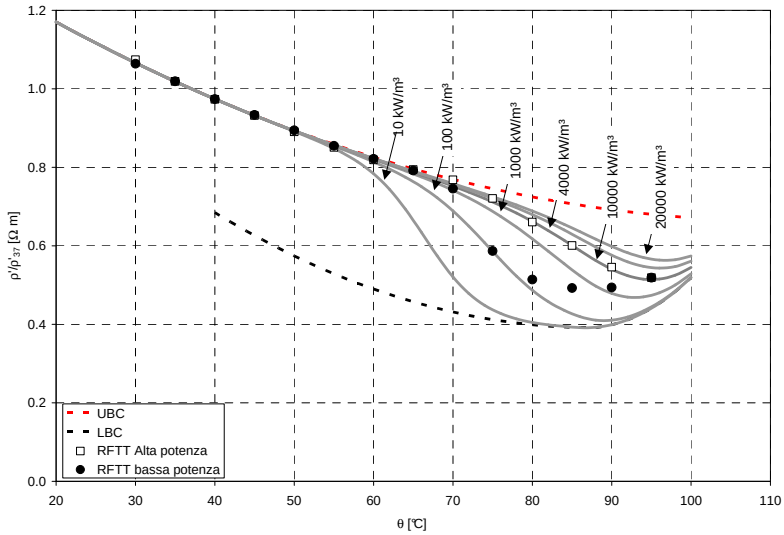


Figura 3.2.23. Risultati del modello elettrico proposto: curve di resistività normalizzata per alcune potenze specifiche e risultati sperimentali medi ottenuti nelle prove di riscaldamento a bassa ed alta potenza.

All'aumentare della potenza specifica (w) si osserva che il modello restituisce curve di resistività normalizzata sempre più vicine tra loro.

Ciò ci suggerisce, in prima approssimazione, di adottare una curva semplificata in funzione della sola temperatura ($f_s(\theta)$):

$$\rho' / \rho'_{37} = f_s(\theta)$$

Questa formula semplificata è utile per simulare il fenomeno in prossimità dell'elettrodo attivo, dove la potenza specifica è alta e dove avvengono i fenomeni che incrementano l'impedenza del campione e la sospensione dell'erogazione di potenza.

Per l'impiego del modello della resistività resta ancora da stabilire quale valore di resistività a 37 °C impiegare per de-normalizzare la curva. In assenza di un valore misurato in loco, si possono utilizzare i dati medi ricavati dagli esperimenti contenuti nella (3.2.5).

3.3 Proprietà termiche

3.3.1 Calore specifico

Le misure di calore specifico sono state eseguite su campioni di tessuto epatico bovino e suino con due diverse tecniche denominate *cp A* e *cp B*.

3.3.1.1 Tecnica cp A

Descrizione

Un metodo di misura "naturale" del calore specifico si può ricavare ispirandosi all'equazione del calore con opportune ipotesi semplificative.

Scaldando un campione in modo uniforme (*w(x,y,z,t)=cost*), la (1.5.3) diventa:

$$\rho c_p \frac{d\theta}{dt} = w = \cos t \tag{3.3.1}$$

Integrando la (3.3.1) sul volume dell'intero campione e considerando il calore specifico del materiale come una proprietà omogenea si ottiene

$$m c_p \frac{d\theta}{dt} = W \tag{3.3.2}$$

in cui *m* è la massa del campione (in kilogrammi).

Introducendo la potenza per unità di massa del campione (w_m in W/kilogrammo):

$$w_m = \frac{W}{m} = \frac{w}{\rho} \tag{3.3.3}$$

la (3.3.2) diventa

$$c_p \frac{d\theta}{dt} = w_m \tag{3.3.4}$$

Scaldando il campione a w_m costante e assumendo che il calore specifico non sia funzione della temperatura, dalla (3.3.4) si ricava che la velocità di riscaldamento è costante: $d\theta/dt = \Delta\theta/\Delta t = cost$.

La temperatura,quindi, cresce linearmente col tempo e il coefficiente angolare della retta permette la determinazione del calore specifico:

$$c_p = \frac{W}{m\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}} = \frac{w_m}{\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}} \tag{3.3.5}$$

Apparato sperimentale

Lo schema dell'apparato sperimentale utilizzato è mostrato in figura 3.3.1.

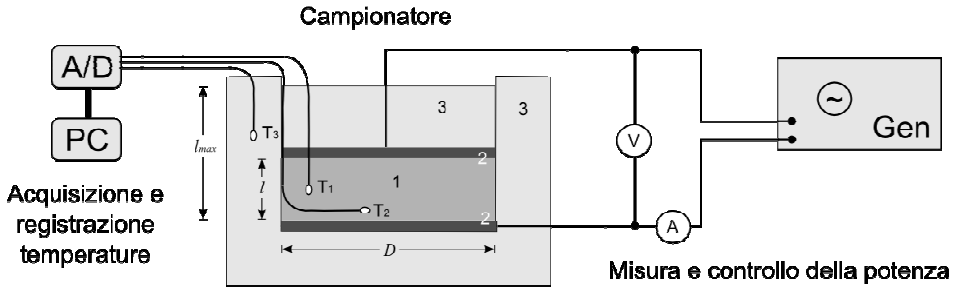


Figura 3.3.1. Schema dell'apparato sperimentale per la misura del calore specifico del tessuto epatico con tecnica *A*. (1: tessuto epatico; 2: elettrodi; 3: materiale adiabatico; T: sensori di temperatura; Gen: generatore a RF; A/D: sistema di acquisizione analogico/digitale; PC: Personal Computer).

La camera di misura (d'ora in poi chiamata anche "campionatore") ha una struttura riconducibile ad un condensatore racchiuso in una scatola adiabatica.

Ha forma cilindrica con basi di diametro D e altezza massima riempibile con tessuto l_{max}.

Le pareti, in polistirene estruso, sono spesse 0.020 m in ogni direzione.

È possibile ottenere un riscaldamento uniforme per effetto Joule applicando un campo elettrico uniforme all'interno dei campioni contenuti nella camera cilindrica (con area di base A e lunghezza l), come decritto nel paragrafo 3.2.1.2.

Gli elettrodi, posti sulle basi della camera cilindrica, sono costituiti da:

- un foglio di ottone di spessore $1\ 10^{-4}$ m (base inferiore);
- una fitta rete in ottone di spessore 0.001 m (base superiore) in grado di assicurare lo sfogo del vapore e, quindi, il contatto elettrico anche in condizioni di ebollizione del materiale scaldato.

Il trasporto di calore al di sopra dell'elettrodo superiore è ridotto mediante un coperchio in polistirene estruso dello spessore di 0.030 m.

Il coperchio non è ermetico quindi la camera non è a tenuta stagna: ciò consente di eseguire le prove in condizioni di pressione atmosferica.

La potenza è erogata mediante il generatore a radiofrequenza già impiegato nelle prove elettriche e descritto in Appendice A.

Per realizzare diverse velocità di riscaldamento del campione si sono utilizzati due campionatori con camere di diametro diverso: per le specifiche si rimanda alla tabella 3.3.1.

I sensori di temperatura sono di tipo NTC (Appendice A).

I segnali di temperatura sono acquisiti mediante una scheda NI USB-6008 e registrati su PC. Per ulteriori dettagli si rimanda all'Appendice A.

Tabella 3.3.1. Caratteristiche principali delle camere impiegate per la misura del calore specifico con tecnica A.

Caratteristica	Campionatore 1	Campionatore 2
Materiale	Polistirene estruso	
Diametro (D, in 10^{-3} m)	60	38
Altezza massima campioni (l_{max} in 10^{-3} m)	60	60
Tara contenitore (m_{cont}, in 10^{-3} kg)	105.43	57.20
Massa elettrodo a griglia in ottone (m_{gr}, in 10^{-3} kg)	3.85	1.00

Modalità di esecuzione degli esperimenti

Il campione di tessuto epatico è costituito da uno o più cilindri di parenchima epatico impilati. Il vantaggio di impiegare pezzi di tessuto permette di costruire più facilmente campioni omogenei privi di vacui e zone vascolarizzate.

L'equivalenza del comportamento termico tra campioni monolitici e campioni compositi è stata verificata attraverso alcune prove preliminari.

Si inserisce il tessuto epatico nel campionatore e si esegue la misura di massa con una bilancia elettronica.

Nota la tara (tabella 3.3.1), si calcola la massa del campione (m), con cui si ricava la potenza da erogare (W) per ottenere la potenza per unità di massa desiderata (w_m).

Si procede poi all'inserimento dei sensori di temperatura.

Per controllare l'uniformità del campo termico, almeno nelle prime prove si utilizzano almeno due sensori di temperatura: uno posto nel baricentro del campione e un altro posto vicino alla superficie laterale del medesimo.

In alcuni casi si è posizionato un sensore all'interno dell'isolamento termico del campionatore per verificare l'assenza di vistose perdite di calore attraverso le pareti.

Si chiude il campionatore con l'inserimento dell'elettrodo superiore e del tappo.

Nelle prove effettuate con acqua si è immerso l'elettrodo superiore nel liquido per circa 1-2 mm in modo da garantire un contatto elettrico ottimale.

Si inizia la registrazione delle temperature con cui si verifica l'uniformità del campo termico: una volta raggiunta, si eroga e si mantiene la potenza desiderata (W) secondo le modalità descritte nell'Appendice B.

Terminato l'esperimento (solitamente a temperature inferiori ai 100 °C) si svuota, si ripulisce e si asciuga la camera del campionatore; si misura nuovamente la tara del contenitore e la si confronta con la misura eseguita inizialmente per verificare che non sia rimasto tessuto e liquido sulle pareti interno.

Per ripristinare le condizioni di temperatura iniziali si raffredda l'interno del campionatore con un getto di aria compressa.

L'elaborazione delle misure di temperatura si svolge secondo le modalità descritte nell'Appendice A.

La verifica di adiabaticità del campionatore e la validazione della tecnica di misura sono descritte in Appendice E.

Risultati

Si sono eseguite 14 prove su tessuto epatico bovino con diverse velocità di riscaldamento per verificare se anche il calore specifico ha un comportamento analogo alla resistività elettrica.

Le caratteristiche degli esperimenti (campionatore utilizzato, massa di tessuto epatico, potenza reale e potenza per unità di massa) sono elencate in tabella 3.3.2.

Tabella 3.3.2. Misura del calore specifico: dati esperimenti eseguiti su tessuto bovino mediante tecnica *cp A*.

Prova	Campionatore	m [10^{-3} kg]	θ_{ini} [°C]	W_r^* [W]	w_m [kW/kg]
01	1	107.70	13.2	27.7	0.26
02	1	128.90	16.3	27.7	0.21
03	1	132.62	17.5	27.7	0.21
04	1	123.00	20.1	46.1	0.38
05	1	119.60	16.1	44.8	0.37
06	1	89.00	11.7	33.4	0.38
07	2	13.60	17.0	18.5	1.36
08	2	10.20	15.4	13.7	1.35
09	2	13.50	17.6	18.3	1.35
10	1	106.20	14.4	14.7	0.14
11	1	89.74	21.0	12.6	0.14
12	1	96.80	20.4	13.4	0.14
13	1	90.85	7.8	25.1	0.28
14	1	90.40	14.6	25.0	0.28

*** in accordo con quanto ricavato in Appendice E.**

Per osservare ed interpretare meglio i risultati sperimentali, le temperature sono state riferite alla temperatura iniziale θ_{ini}: nel grafico di figura 3.3.2 sono mostrate le curve di riscaldamento .

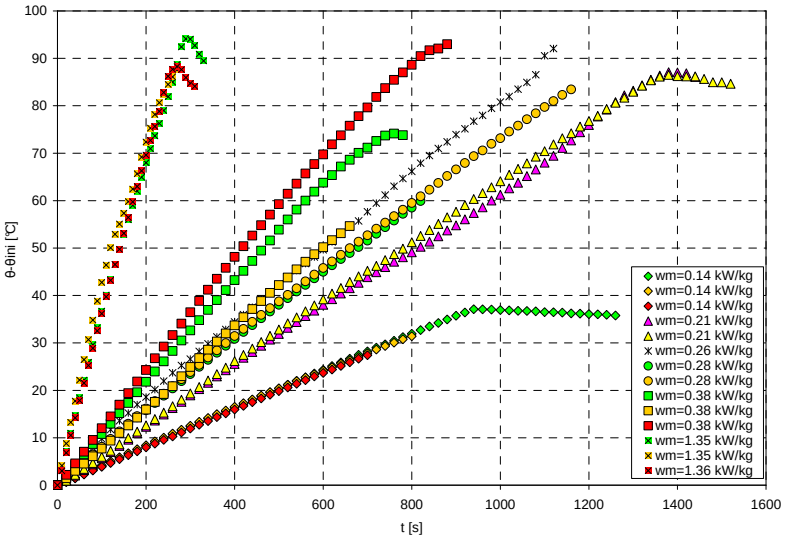


Figura 3.3.2. Curve di riscaldamento riferite alle temperature iniziali dei campioni di fegato bovino.

Discussione dei risultati

La maggior parte degli esperimenti sono caratterizzati da una velocità di riscaldamento pressoché costante fino ad alte temperature.

I tre esperimenti a w_m = 0.38 kW/kg (simbolo □) sono meno coerenti tra loro; in particolare, il numero *05* è sovrapposto all'esperimento *01* (con w_m inferiore e pari a *0.26* kW/kg) e molto vicino a quelli con w_m=0.28 kW/kg.

L'anomalia dell'esperimento *05* non è possibile risolverla a causa di due errori imputabili alla misura della potenza erogata (inferiore a quella decisa) e/o alla misura della massa del campione (inferiore a quella reale).

L'esperimento *05* è stato perciò scartato.

Per l'esperimento *01*, l'osservazione nel dettaglio dei risultati ha evidenziato un cambiamento della pendenza della curva di riscaldamento, causata quasi certamente da un errore umano nella regolazione della potenza nei primi minuti

dell'esperimento; pertanto si è deciso di impiegare solo i risultati della seconda parte dell'esperimento, tra 40 °C e 80 °C.

I risultati del calcolo del calore specifico per ciascun esperimento sono elencati in tabella 3.3.3.

Tabella 3.3.3. Misura del calore specifico con tecnica *cp A*: tessuto epatico bovino.

Prova	θ_{il} [°C]*	θ_{fl} [°C]*	$\Delta\theta/\Delta t$ [°C/s]	R^2 [-]	c_p [J/(kg °C)]
01	40.0	80.0	0.0784	0.9995	3252
02	17.8	60.0	0.0644	0.9996	3312
03	17.0	95.9	0.0642	0.9998	3230
04	20.0	75.0	0.1078	0.9999	3456
06	13.0	70.0	0.1191	0.9999	3119
07	18.4	63.2	0.3648	0.9999	3634
08	15.2	60.0	0.3670	0.9996	3559
09	20.5	64.0	0.4261	0.9991	3090
10	14.4	50.0	0.0397	0.9997	3459
11	22.4	51.2	0.0394	0.9993	3498
12	20.1	47.7	0.0395	0.9998	3475
13	8.0	60.0	0.0738	0.9995	3712
14	14.2	50.0	0.0782	0.9999	3506

**: temperatura iniziale e finale del tratto di curva di riscaldamento impiegato per il calcolo della velocità di riscaldamento dei campioni.*

Il valore medio (*m*) e lo scarto quadratico (*s*) dei valori di calore specifico ottenuti nelle tredici prove sperimentali sono i seguenti:

$m(c_p)$ = 3408 J/(kg °C)
$s(c_p)$ = 192 J/(kg °C)

Entro gli errori sperimentali, dalle misure non si può affermare che vi sia una variazione evidente del calore specifico con la temperatura.

Prove più accurate con una migliore stima delle perdite di calore alle alte temperature permetterebbe di valutare meglio le variazioni del calore specifico alle alte temperature.

Il grafico di figura 3.3.3 espone i valori di calore specifico misurati in funzione della potenza specifica.

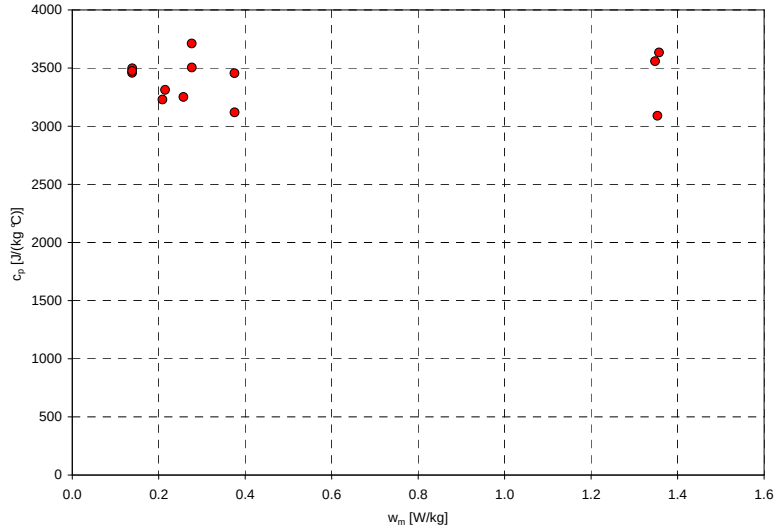


Figura 3.3.3. Calore specifico dei campioni di fegato al variare della potenza specifica a cui sono stati sottoposti (tecnica *cp A*).

Il calore specifico è costante e non appare influenzato dalla potenza specifica.

3.3.1.2 Tecnica cp B

La seconda tecnica di misura del calore specifico impiegata è legata alla misura di conducibilità termica con tecnica *kNEQ 3*, descritta in dettaglio nel paragrafo F.3.3.

Le prove sono state eseguite a pressione ambiente: la maggior parte mantenendo la temperatura ambiente e alcune riscaldando i campioni.

Risultati

In tabella 3.3.4 sono riportati il campione di tessuto epatico impiegato (bovino o suino), il tempo trascorso tra la misura e la macellazione ($T_{macellazione}$), il numero di misure eseguite per ogni prova (n_{misure}), la temperatura del tessuto al momento della prova (θ) ed calore specifico ottenuto (c_p).

Tabella 3.3.4. Tabella riassuntiva contenente i risultati delle misure indirette di calore specifico (tecnica *cp B*).

Prova	Campione	Fegato	$T_{macellazione}$ [d]	n_{misure}	θ [°C]	c_p [J/(kg °C)]
1	A	Bovino	ND*	7	27.1	3399
2	B	Bovino	ND*	10	25.6	3386
3	B	Bovino	ND*	10	26.6	3381
4	C	Suino	0	10	26.9	3528
5	D	Suino	0	10	27.3	3545
6	D	Suino	0	10	29.2	3561
7	E	Suino	0	10	27.5	3495
8	E	Suino	0	10	46.2	3512
9	E	Suino	0	10	59.7	3537
10	E	Suino	0	10	69.3	3383
11	F	Suino	1	10	26.7	3379
12	G	Suino	1	2	27.9	3349
13	G	Suino	1	2	39.5	3345
14	G	Suino	1	10	52.7	3260
15	G	Suino	1	10	64.3	2807

* Si può presumere che sia fegato macellato almeno 3 giorni prima.

Si nota che il calore specifico a temperatura ambiente dei campioni di tessuto suino (ricavati dallo stesso fegato) ha media e deviazione standard:

$$m(c_p) = 3476 \text{ J/(kg °C)} \qquad s(c_p) = 90 \text{ J/(kg °C)}$$

Se si confrontano i dati degli esperimenti eseguiti a parità di età del tessuto (appena macellato e dopo un giorno, vedi tabella 3.3.5) si osserva che il fegato dopo un giorno di conservazione ha un calore specifico di circa il 5% più basso rispetto a quello fresco.

Purtroppo la scarsa quantità di misure effettuate e l'elevata variabilità dei campioni non ci permette di affermare con certezza che il calore specifico del tessuto epatico suino diminuisce con l'invecchiamento.

Tabella 3.3.5. Media e scarto quadratico delle misure di calore specifico effettuate su tessuto epatico bovino e suino a temperatura ambiente e a tempi diversi dal momento della macellazione.

Fegato	θ	$T_{macellazione}$ [d]	n_{misure}	c_p [J/(kg °C)]	
				m	*s*
Bovino e suino	ambiente	tutte	79	3447	84
Bovino	ambiente	ND	27	3389	9
Suino	ambiente	1-2	52	3476	90
Suino	ambiente	0	40	3532	28
Suino	ambiente	1	12	3364	21

Per quanto riguarda il tessuto epatico bovino (di cui non si conosce l'esatta data di macellazione), si nota che il calore specifico medio a temperatura ambiente è di 3389 J/(kg °C), molto simile a quello di suino dopo un giorno dalla macellazione.

La spiegazione della diminuzione del calore specifico con l'invecchiamento potrebbe risiedere nella diminuzione della frazione liquida (ad alto calore specifico) dovuta alla rottura delle cellule.

Dal grafico di figura 3.3.4 possiamo osservare che vi è una diminuzione del calore specifico all'aumentare della temperatura: purtroppo gli esperimenti fino ad ora effettuati nel campo delle alte temperature sono pochi per poter giungere a conclusioni.

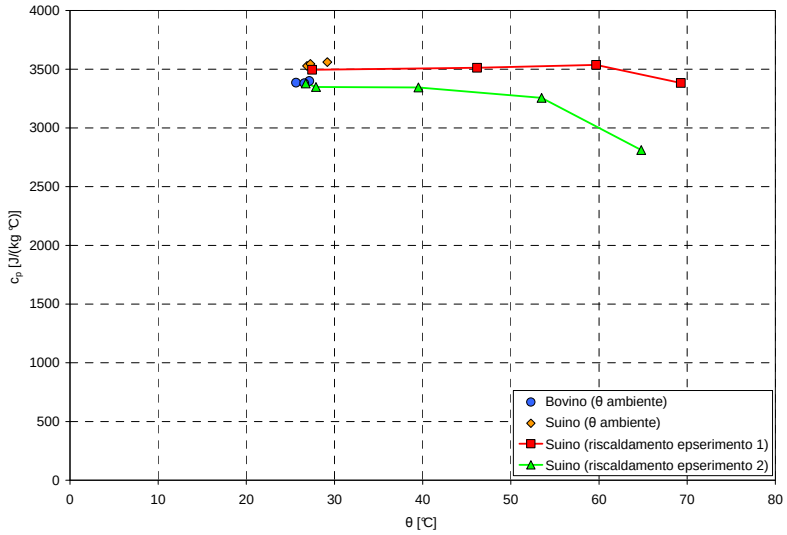


Figura 3.3.4. Risultati sperimentali delle misure di calore specifico con tecnica *cp B*.

3.3.2 Conducibilità termica

L'attività sperimentale riguardante la misura della conducibilità termica è rivolta a:

- la verifica dei dati ricavati dalla letteratura;
- l'indagine sulla variabilità della conducibilità con la temperatura.

In Appendice F sono descritte quattro tecniche di misura della conducibilità per i tessuti biologici: una in regime di equilibrio (detta *kEQ*) e tre in regime di non equilibrio (dette *kNEQ 1*, *kNEQ 2* e *kNEQ 3*).

Le prime prove sono state effettuate con una tecnica in condizioni stazionarie (*kEQ*): ciò ha permesso di ricavare valori di conducibilità termica medi sul salto di temperatura misurato all'interno del campione.

Nell'intento di verificare il risultato ottenuto con la tecnica *kEQ* e valutare l'eventuale dipendenza della conducibilità dal riscaldamento, si sono effettuate alcune prove anche in regime di non-equilibrio con condizioni al contorno di temperatura costante (tecnica *kNEQ 1*).

In particolare, per studiare una eventuale variabilità del parametro con la temperatura, si è sviluppato un modello numerico in grado di simulare le condizioni non stazionarie e una conducibilità termica in funzione della temperatura.

Si sono effettuate poi anche prove con la tecnica in condizioni di non equilibrio con condizione al contorno di flusso termico costante (tecnica *kNEQ 3*) che ha permesso di misurare la conducibilità termica al variare della temperatura.

Dall'indagine bibliografica non è emerso che il tessuto epatico abbia conducibilità termica anisotropa, perciò non sono state osservate particolari precauzioni nell'orientamento dei campioni nei confronti del flusso termico.

3.3.2.1 Misure con tecnica kEQ

Apparato sperimentale

Lo schema dell'apparato sperimentale impiegato è mostrato in figura 3.3.5.

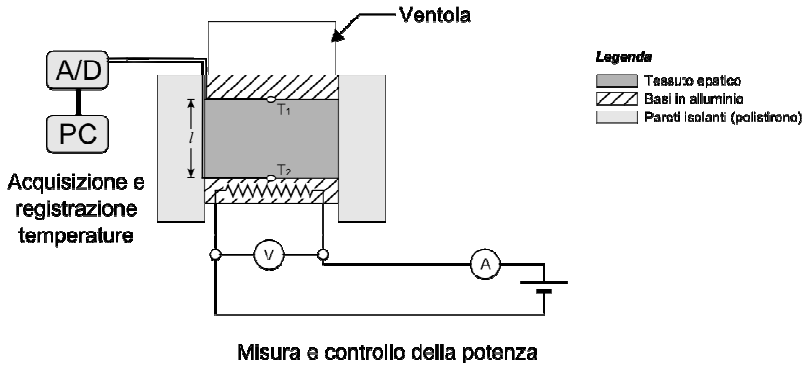


Figura 3.3.5. Schema dell'apparato sperimentale impiegato per la misura della conducibilità termica del tessuto epatico in condizioni stazionarie (tecnica *kEQ*).

Il campionatore è costituito da una camera in cui è alloggiato il tessuto epatico da analizzare. La camera è di forma prismatica a base quadrata di lato 0.050 m e altezza l variabile. Le pareti sono in polistirene per assicurare isolamento termico laterale.

Le due basi del campionatore a contatto con il tessuto epatico da analizzare sono costituite da piastrine in alluminio di superficie A: una è mantenuta alla temperatura ambiente da una ventola che assicura la convezione forzata da parte dell'aria ambientale, mentre l'altra è riscaldata da una resistenza termica, il cui flusso di calore costante ($q_a=Q/A$) è assicurato da un alimentatore in corrente continua.

La misura di potenza (Q) è effettuata con un amperometro e un voltmetro collegati, rispettivamente, in serie ed in parallelo.

I sensori di temperatura (di tipo NTC, vedi Allegato A), necessari per misurare il salto di temperatura ($\Delta\theta$) tra le due superfici del campione ad una distanza l (misurata con un calibro), sono stati posti sulle due basi del campionatore.

Il campione di tessuto epatico è stato realizzato con un pezzo unico di parenchima suino a forma di prisma di dimensioni pari alla quelle della camera del campionatore.

Si sono impiegati campioni di lunghezza (l) limitata: circa 0.02 m.
Si è effettuata questa scelta per ridurre:

- la durata del transitorio termico dell'esperimento, quindi giungere il più rapidamente possibile alla condizione di equilibrio;
- le dispersioni di calore attraverso le pareti laterali.

Dopo un tempo congruo (circa 300 s), si instaura una condizione di equilibrio termico dimostrata dall'assenza di variazioni di temperatura registrate dai due sensori posti sulle due basi del campione.

Per verificare il funzionamento dell'apparato sperimentale, si sono eseguiti esperimenti con un materiale di cui è nota la conducibilità termica: un gel contenente una concentrazione peso/peso di agarosio pari all'1.5%.

Inizialmente si era pensato all'acqua, ma gli effetti dovuti alle differenze di densità e ai moti convettivi potevano mascherare il risultato ottenuto dagli esperimenti. Il risultato è mostrato in tabella 3.3.6.

Tabella 3.3.6. Conducibilità termica (tecnica *kEQ*): risultato dell'esperimento effettuato su materiale con proprietà termiche note.

Materiale	***l*** ***[m]***	***Q*** ***[W]***	***θ_1*** ***[°C]***	***θ_2*** ***[°C]***	***$\Delta\theta$*** ***[°C]***	***k_{mis}*** ***[W/(m °C)]***
Agarosio 1.5%	0.020	3.52	59.2	26.1	33.1	0.851

Dall'osservazione dei risultati possiamo notare come il valore misurato è circa il 35% in più rispetto a quello ritrovato in letteratura (Appendice G).

Questa prova ha permesso di ricavare il coefficiente di taratura *G* che contiene le caratteristiche dell'apparato, come le resistenze termiche di contatto tra il campione e le basi conduttrici e le perdite di calore attraverso le superfici laterali del campione (Almanza *et al.*, 2003):

$$q_A = \frac{Q}{A} = G\,k\,\frac{\Delta\theta}{l} \tag{3.3.6}$$

Il coefficiente di taratura G si ricava conoscendo la conducibilità termica ricavata sperimentalmente (k_{mis}) e quella nota da esperimenti di riferimento (k):

$$G = \frac{k}{k_{mis}} \tag{3.3.7}$$

Impiegando i dati di riferimento di k per l'agarosio (Appendice G), si è ricavato un valore del coefficiente G pari a *0.709*.

Si sono eseguite quattro prove su campioni di fegato suino: i dati ottenuti sono riportati in tabella 3.3.7.

Tabella 3.3.7. Conducibilità termica: risultati degli esperimenti effettuati in condizioni stazionarie su quattro campioni di fegato suino.

Materiale	*l* [m]	*Q* [W]	θ_1 [°C]	θ_2 [°C]	$\Delta\theta$ [°C]	k_{mis} [W/(m °C)]	*k* [W/(m °C)]
Fegato suino	0.020	2.49	53.8	25.0	28.8	0.692	0.491
Fegato suino	0.020	4.00	73.1	28.2	44.9	0.713	0.505
Fegato suino	0.020	4.00	75.8	28.7	47.1	0.680	0.482
Fegato suino	0.019	4.00	67.0	28.4	38.6	0.788	0.559
						Media	**0.509**
						Deviazione standard	**0.034**

I risultati ottenuti, con salti termici compresi fra 25 °C e 75°C, sono piuttosto accettabili: sono in accordo tra loro e si trovano nella media dei dati ritrovati in letteratura; in termini relativi, possiamo dire che il tessuto epatico ha una conducibilità inferiore a quella dell'agarosio e dell'acqua, ma dello stesso ordine di grandezza.

3.3.2.2 Misure con tecnica kNEQ 1

Apparato sperimentale

In figura 3.3.6 è mostrata la fotografia dell'apparato sperimentale impiegato.

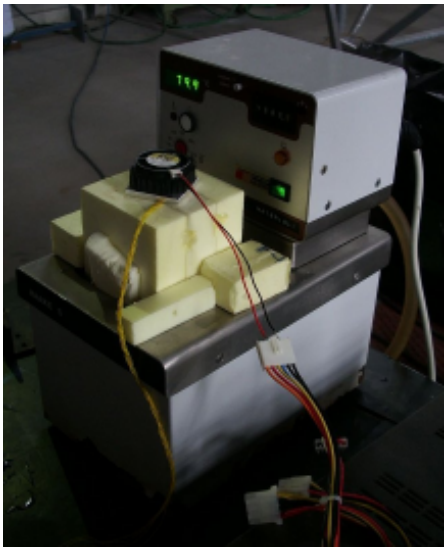


Figura 3.3.6 Foto dell'apparato sperimentale utilizzato per la misura della conducibilità termica del fegato con tecnica *kNEQ 1*.

Il campione è collocato in una scatola in polistirene (con pareti di spessore 0.03m) a camera interna di forma prismatica a base quadrata di lato 0.03 m e altezza 0.12 m.

La camera (a sviluppo verticale) ha la base inferiore chiusa con una lastra di alluminio e quella superiore costituita da una lastrina munita di una ventola a contatto con l'ambiente a temperatura θ_0 come tutto il campione all'inizio dell'esperimento.

Il campione, costituito da blocchi di parenchima, è posto nel campionatore.

Si è atteso il tempo necessario per raggiungere l'omogeneità di temperatura, misurata inserendo tra il campione e la parete del campionatore un sensore di temperatura NTC (vedi Allegato A) posto sulla punta di una bacchetta di legno.

Una volta raggiunta la temperatura di equilibrio, si è posto il fondo in alluminio della scatola adiabatica all'interno di un bagno d'acqua mantenuto ad una temperatura di 80 °C mediante un calorimetro (Allegato A).

La misura del profilo di temperatura lungo il campione è stata ripetuta ogni 15'.

Risultati

Le misure ottenute nei due esperimenti effettuati, uno con fegato suino e l'altro con fegato bovino, sono esposte nei grafici di figura 3.3.7 e figura 3.3.8.

Nei primi 15', la velocità di aumento della temperatura in prossimità della superficie riscaldante è notevole. Ciò ha comportato errori di misura notevoli.

Il fatto che la temperatura misurata in prossimità della lastra in alluminio posta nell'acqua non è 80 °C può essere spiegato con una resistenza termica di interfaccia acqua-lastra e lastra-tessuto epatico.

Inoltre, la condizione al contorno di temperatura sulla faccia a contatto con l'atmosfera non è rimasta costante nel tempo.

Infatti, il vapore uscente dalla vasca termostatica (ad alta temperatura), nonostante i tentativi di tenerlo all'interno della vasca, ha teso a risalire lungo le pareti del contenitore comportando il riscaldamento:

- delle pareti laterali del materiale adiabatico;
- dell'aria in prossimità della faccia a temperatura ambiente.

Quest'ultimo fenomeno ha fatto sì che la faccia che si voleva mantenere a temperatura ambiente sia giunta a circa 28 °C di temperatura.

I risultati dei due esperimenti sono coerenti, prescindendo da locali errori di misura e trascurando i dati acquisiti nei primi 15' degli esperimenti.

Per ottenere informazioni significative, si è perciò costruito un set di dati ricavato dai due esperimenti, in cui sono state eliminate le misure dubitose effettuate prima dei 15 minuti.

I risultati di queste operazioni sono mostrate in tabella 3.3.8

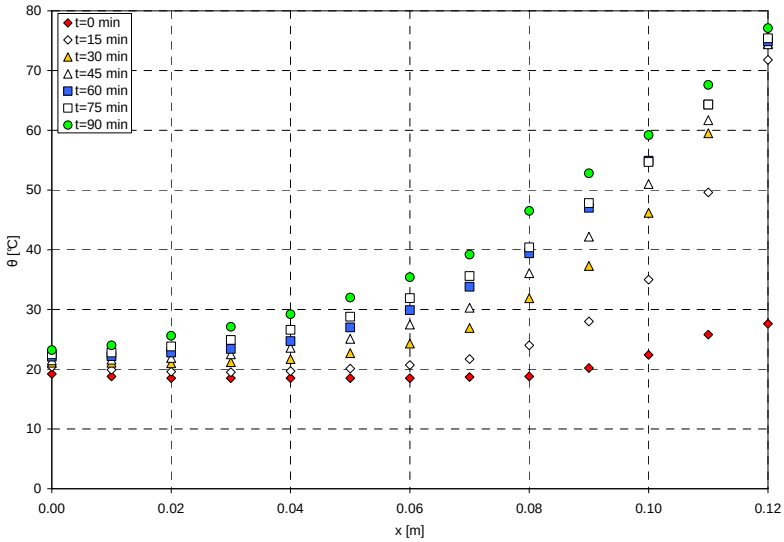


Figura 3.3.7. Profilo di temperatura misurato su campione di tessuto epatico bovino durante la misura della conducibilità termica con tecnica *kNEQ 1*.

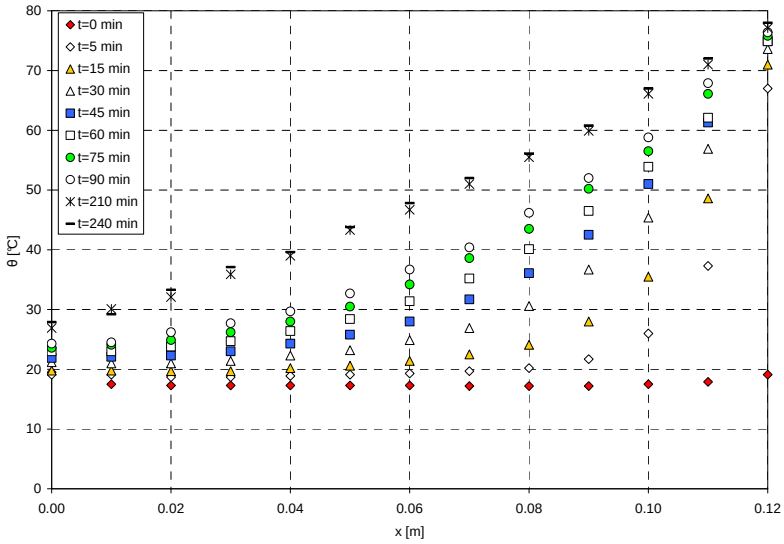


Figura 3.3.8. Profilo di temperatura misurato su campione di tessuto epatico bovino durante la misura della conducibilità termica con tecnica *kNEQ 1*.

Tabella 3.3.8. Dati sintetici dell'esperimento di conducibilità termica con fegato (suino e bovino) in regime di non-equilibrio eseguito con tecnica kNEQ 1.

x [m]	t [s]								
	0	900	1800	2700	3600	4500	5400	12600	14400
0.00	19.0	20.1	21.2	21.7	22.6	23.1	23.8	26.9	27.9
0.01	18.0	19.9	21.1	21.9	22.6	23.5	24.3	30.1	29.2
0.02	18.0	19.7	21.0	22.1	23.3	24.4	25.9	32.1	33.3
0.03	18.0	19.6	21.3	22.8	24.1	25.6	27.4	35.9	37.1
0.04	18.0	20.0	22.0	24.0	25.6	27.3	29.5	39.0	39.6
0.05	18.0	20.4	23.0	25.5	27.7	29.7	32.4	43.3	43.8
0.06	18.0	21.1	24.6	27.8	30.7	33.1	36.1	46.7	47.8
0.07	18.0	22.1	26.9	31.0	34.5	37.1	39.8	51.0	52.0
0.08	18.0	24.1	31.3	36.1	39.8	42.0	46.4	55.5	56.1
0.09	18.0	28.0	37.0	42.4	46.8	49.0	52.4	59.9	60.8
0.10	18.0	35.3	45.8	51.0	54.4	55.6	59.0	66.1	67.0
0.11	18.0	49.1	58.2	61.5	63.2	65.2	67.8	71.0	72.0
0.12	19.0	71.4	74.1	74.7	74.9	75.6	76.8	77.1	78.0

Analisi dei dati mediante soluzione analitica

Nell'ipotesi che le proprietà termiche siano costanti con la temperatura, utilizzando la (F.3.3) si può ricavare per iterazioni la diffusività del fegato (α) che minimizza l'errore tra le distribuzioni di temperatura misurate e la soluzione analitica.

Dalla diffusività calcolata, conoscendo il valore del calore specifico (c_p) e della densità (ρ) si è ricavata la conducibilità termica.

Si nota che le condizioni al contorno e iniziali a temperatura fissa richieste dalla (F.3.3) non sono verificate: di conseguenza, la soluzione analitica non sarebbe propriamente applicabile. Per ovviare all'inconveniente si sono assunte le seguenti condizioni al contorno di temperatura:

$\theta_0 = 20$ °C
$\theta_l = 74$ °C

Il risultato della soluzione analitica è riportato in figura 3.3.9.

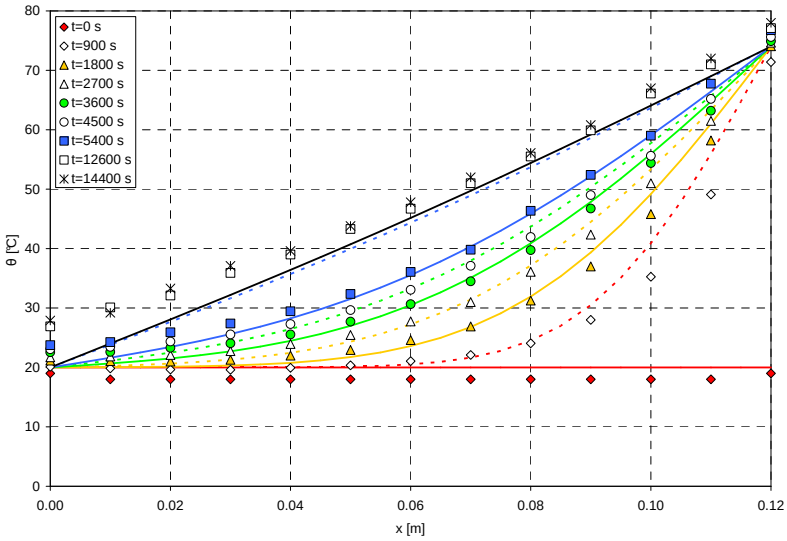


Figura 3.3.9. Esperimento di misura della conducibilità termica in regime di non equilibrio con condizioni al contorno di temperatura costante: confronto tra i risultati sperimentali (punti) e la soluzione analitica (curve) ponendo $\theta_0 = 20$ °C e $\theta_l = 74$ °C.

Si osserva che la soluzione analitica interpola discretamente i dati sperimentali nella zona centrale del campione.

In prossimità delle superfici a contatto con l'aria e l'acqua calda l'interpolazione è meno efficace soprattutto a causa anche delle condizioni al contorno e iniziali medie scelte per poter impiegare la soluzione analitica.

Il valore di diffusività termica ottenuto è:

$\alpha = 2.96\ 10^{-7}$ m²/s

La conducibilità è stata ricavata impiegando densità costante (ρ = 1080 kg/m³; ricavata dalla letteratura) e facendo analisi di sensitività sul calore specifico in un intervallo tra 3000 e 3600 J/(kg °C). I risultati sono riportati in tabella 3.3.9.

Tabella 3.3.9. Conducibilità termica ottenuta dalle misure con tecnica *kNEQ 1* e analizzata mediante soluzione analitica: analisi di sensitività ottenuta variando il calore specifico del tessuto fra 3000 e 3600 J/(kg °C).

c_p [J/(kg °C)]	k [W/(m °C)]
3000	0.96
3300	1.06
3600	1.15

Possiamo notare che i valori di conducibilità termica ottenuti con le prove non stazionarie su tessuto epatico suino e bovino sono maggiori rispetto a quelli ottenuti con le prove in regime stazionario: circa il doppio.

Analisi dei risultati mediante soluzione numerica

I metodi finora utilizzati ipotizzano una conducibilità termica che non è funzione della temperatura.

Mediante la simulazione numerica è possibile modellare il fenomeno tenendo conto di una variazione della conducibilità termica con la temperatura, nonché di una variazione nello spazio delle condizioni iniziali e nel tempo delle condizioni al contorno.

Qui in seguito si mostrano i risultati ottenuti mediante un modello numerico alle differenze finite realizzato in Matlab® in grado di tener conto della variabilità della conducibilità termica con la temperatura.

Le condizioni iniziali e al contorno sono mostrate nelle due tabelle sottostanti.

Tabella 3.3.10. Esperimento di misura della conducibilità termica in regime di non-equilibrio con tecnica *kNEQ 1*: condizioni iniziali impiegate nel modello numerico.

t [s]	***x* [m]**						
	0.00	***0.01***	***0.02***	***0.03***	***0.04***	***0.05***	***0.06***
0	19.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
t [s]	***x* [m]**						
	0.06	***0.07***	***0.08***	***0.09***	***0.10***	***0.11***	***0.12***
0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	19.0

Tabella 3.3.11. Esperimento di misura della conducibilità termica in regime di non-equilibrio con tecnica *kNEQ 1*: condizioni al contorno impiegate nel modello numerico.

x [m]	**t [s]**								
	0	**900**	**1800**	**2700**	**3600**	**4500**	**5400**	**12600**	**14400**
0.00	19.0	20.1	21.2	21.7	22.6	23.1	23.8	26.9	27.9
0.12	19.0	71.4	74.1	74.7	74.9	75.6	76.8	77.1	78.0

Se si effettua una simulazione con:

- calore specifico pressoché standard (c_p*=3300 J/(kg °C)*)
- conducibilità termica costante e simile a quella trovata negli esperimenti in regime stazionario (*k=0.5 W/(m °C)*)

si osserva che al passare del tempo, il calore si diffonde poco: infatti, le temperature simulate all'interno del campione sono più basse rispetto a quelle misurate (figura 3.3.10).

È possibile ridurre le differenze tra la simulazione e i dati sperimentali aumentando la diffusività termica (α), vale a dire diminuendo il valore del calore specifico o aumentando la conducibilità termica.

Ottimi risultati si ottengono riducendo il calore specifico (c_p=3300 J/(kg °C)) e utilizzando una variazione lineare della conducibilità nell'intervallo 18-80 °C tra 1.40 e 0.90 W/(m °C).

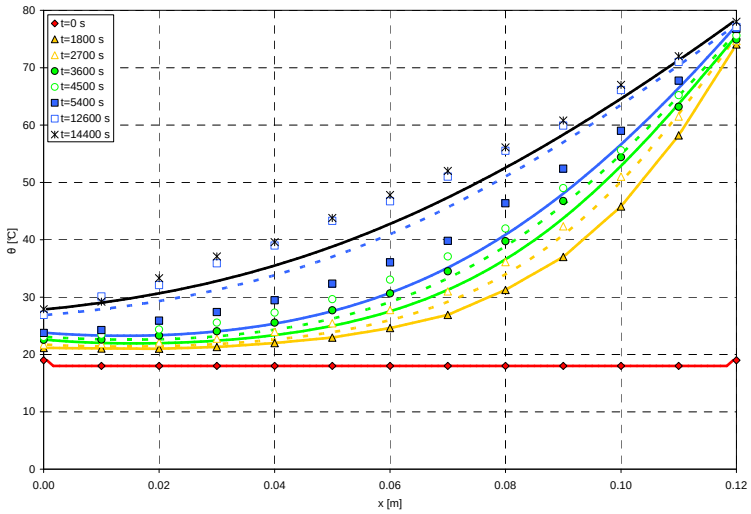


Figura 3.3.10. Simulazione numerica dell'esperimento in regime di non-equilibrio con tecnica kNEQ 1 (c_p=3300 J/(kg °C); k=0.5 W/(m °C)).

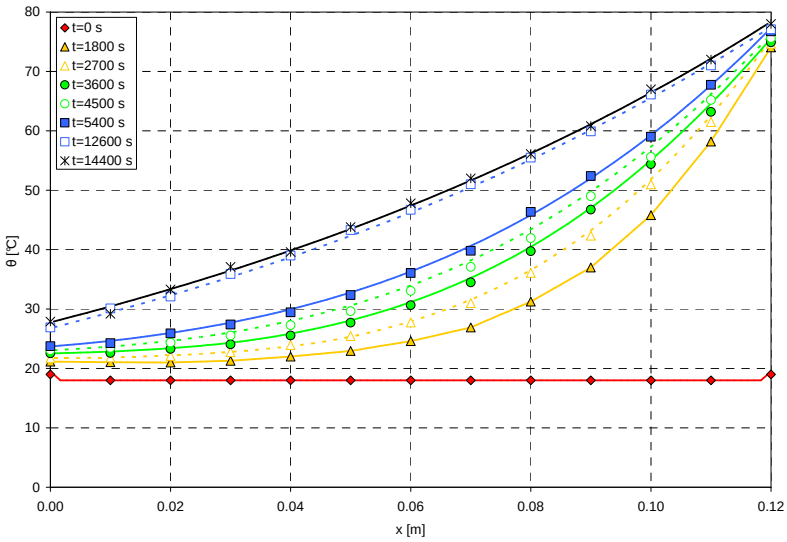


Figura 3.3.11. Simulazione numerica dell'esperimento in regime di non-equilibrio con tecnica kNEQ 1 (c_p=3300 J/(kg °C); k=1.1 W/(m °C)).

Risultati molto simili si ottengono anche mantenendo la conducibilità termica media tra i due valori appena mostrati (k = 1 W/(m °C)), come mostrato in figura 3.3.11.

L'accordo osservato corrobora la conclusione che per la simulazione i parametri termici si possono ritenere, in prima approssimazione, invariabili con la temperatura con valori medi stimabili in:

$$\begin{aligned} c_p &= 3300 \text{ J/(kg °C)} \\ k &= 1.1 \text{ W/(m °C)} \end{aligned} \qquad (3.3.8)$$

Si possono però avanzare dubbi sulle misure di temperatura legati a:

- le posizioni del sensore, che possono avere senza difficoltà errori di alcuni millimetri;
- il punto di misura della temperatura. Il sensore è stato posto sul bordo esterno del campione di fegato a ridosso della parete: è possibile che il sensore misurasse la temperatura in qualche modo influenzata da quella della parete isolante;
- l'operazione di traslare verticalmente il sensore di temperatura, che comporta il movimento di liquido uscente dal tessuto verso l'alto o il basso. Ciò trasporta liquidi a temperature lungo la direzione di flusso del calore, falsando la misura di temperatura.

3.3.2.3 Misure con tecnica kNEQ 3

Mediante l'uso di uno strumento basato sulla tecnica della sorgente piana modificata ("Modified Plane Source Technique", MPS) descritto in Appendice F come tecnica *kNEQ 3*, è possibile ricavare rapidamente valori di effusività, conducibilità termica e calore specifico su campioni *ex-vivo*.

Lo strumento utilizzato (figura 3.3.12) impiega una sorgente termica costituita da una resistenza metallica piana (nickel) di area A in grado di essere

riscaldata uniformemente e in modo costante nel tempo mediante un campo elettrico.

Figura 3.3.12. Strumento di misura della conducibilità termica con tecnica *kNEQ 3* (C-Therm Technologies).

La resistenza elettrica è isolata dal campione di cui si vogliono misurare le proprietà termiche con un materiale conduttore termico con ridotta capacità termica ma elevata resistenza elettrica (Kapton®).

La resistenza metallica piana è sia sorgente di calore che sensore di temperatura (termoresistenza), sfruttando la peculiarità del nickel di avere una variazione lineare di resistività elettrica in funzione della temperatura.

Le ipotesi di trasmissione di calore in una sola direzione sono assicurate dalla rapidità dei test che interessano uno spessore minimo del campione nei pressi della sorgente di calore.

Le prove sono state eseguite presso il laboratorio di Chimica-Fisica "M. Rolla" dell'Università di Pavia con l'assistenza di personale specializzato impiegando lo strumento di misura *C-Therm TCi* della C-Therm Technologies (per ulteriori dettagli si rimanda all'Appendice A).

In figura 3.3.13 è mostrato l'apparato sperimentale utilizzato: è composto dal sensore collegato ad un hardware in grado di gestirlo e di scaricare i dati elaborati su un PC.

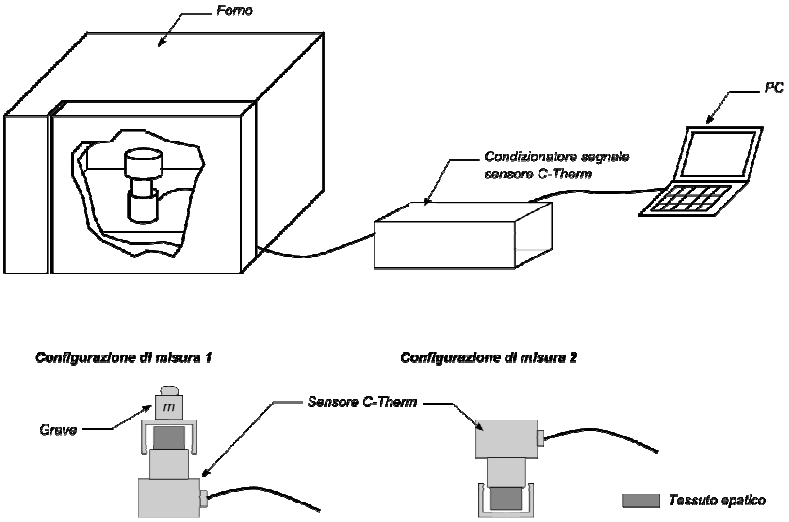


Figura 3.3.13. Schema dell'apparato sperimentale impiegato per la misura della conducibilità termica con la tecnica *kNEQ 3*. Nella parte inferiore dello schema sono mostrate le disposizioni del sensore nella Configurazione "1" e "2" durante le prove in funzione della temperatura.

I campioni di forma cilindrica (con dimensioni minime di circa 25 mm di diametro e 20 mm di altezza) sono stati preparati con un coltello ed una fustellatrice manuale. Successivamente sono stati posti sulla superficie del sensore.

La misura della conducibilità termica inizia appena il sensore verifica le condizioni di stazionarietà della temperatura del campione.

Sono state effettuate prove su due campioni di tessuto bovino e quattro di tessuto suino, rispettivamente provenienti dai medesimi esemplari di fegato.

Le prove a diverse temperature a pressione ambiente sono state condotte fino a 70 °C su due campioni di tessuto epatico suino.

Nelle prove su tessuto epatico bovino e suino a temperatura ambiente e nella prima prova al variare della temperatura si è posto il campione sul sensore (*Configurazione 1* in figura 3.3.13); il contatto tra la superficie del sensore e del campione è assicurato impiegando un grave di massa 237g.

Nella seconda prova al variare della temperatura, il campione di tessuto è stato inserito in un contenitore metallico di forma cilindrica; il sensore è stato posto sopra il campione di tessuto ("Configurazione 2" in figura 3.3.13).

Ciò ha permesso di ridurre le perdite di liquido dal campione alle alte temperature.

Le prove in funzione della temperatura si sono svolte inserendo il campione ed il sensore all'interno di un forno a temperatura controllata. La velocità di riscaldamento del campione sono state di circa 1.0 °C/min, come mostrato nel grafico di figura 3.3.14.

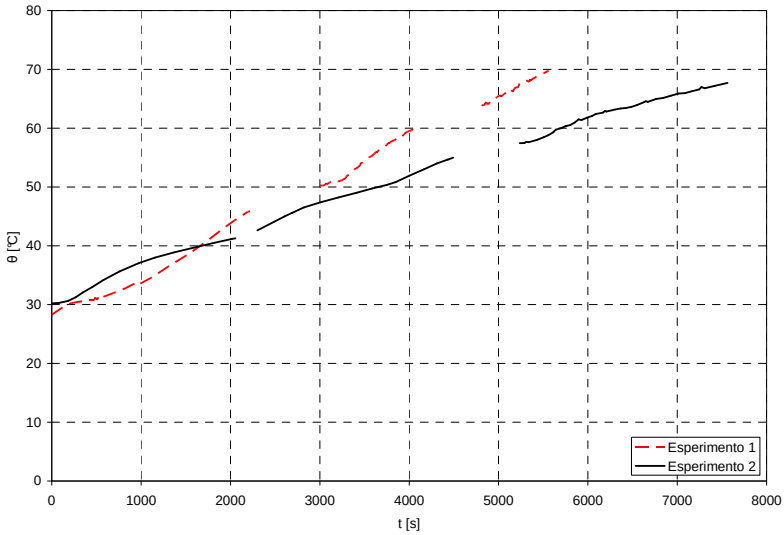


Figura 3.3.14. Curve di riscaldamento dei campioni di tessuto epatico impiegati nella misura della conducibilità termica con tecnica *kNEQ 3*.

I risultati delle prove sono raccolti in tabella 3.3.12: sono riportati l'origine del campione di tessuto epatico impiegato (bovino o suino), il tempo trascorso tra la misura e la macellazione ($T_{macellazione}$, in giorni), il numero di misure eseguite per ogni prova (n_{misure}), la temperatura del tessuto al momento della prova (θ), il risultato di effusività (e), conducibilità termica (k) e calore specifico (c_p).

Tabella 3.3.12. Risultati delle prove di misura della effusività, conducibilità termica e calore specifico ottenuti durante le prove in regime di non-equilibrio con tecnica *kNEQ 3* alle diverse temperature.

Prova	Campione (fegato)	$T_{macellazione}$ [d]	n_{misure}	θ [°C]	e [Ws½/(m²K)]		k [W/(m °C)]	
					m	s	m	s
1	A (bovino)	ND*	7	27.1	1323	2	0.495	0.001
2	B (bovino)	ND*	10	25.6	1317	12	0.493	0.005
3	B (bovino)	ND*	10	26.6	1315	11	0.492	0.005
4	C (suino)	0	10	26.9	1324	8	0.478	0.004
5	D (suino)	0	10	27.3	1333	4	0.482	0.002
6**	D (suino)	0	10	29.2	1341	11	0.486	0.005
7	E (suino)	0	10	27.5	1308	4	0.471	0.002
8	E (suino)	0	10	46.2	1316	4	0.475	0.002
9	E (suino)	0	10	59.7	1329	18	0.480	0.008
10	E (suino)	0	10	69.3	1253	12	0.447	0.005
11	F (suino)	1	10	26.7	1322	9	0.498	0.004
12	G (suino)	1	2	27.9	1309	2	0.492	0.001
13	G (suino)	1	2	39.5	1307	1	0.4912	0.0005
14	G (suino)	1	10	53.5	1268	6	0.475	0.003
15	G (suino)	1	10	64.8	1080	23	0.399	0.009

***: si può ipotizzare che sia fegato macellato almeno 3 giorni prima.**

**** Prova eseguita misurando la conducibilità della superficie esterna del fegato.**

In figura 3.3.15 sono riportati i risultati di conducibilità in funzione della temperatura ottenuti negli esperimenti.

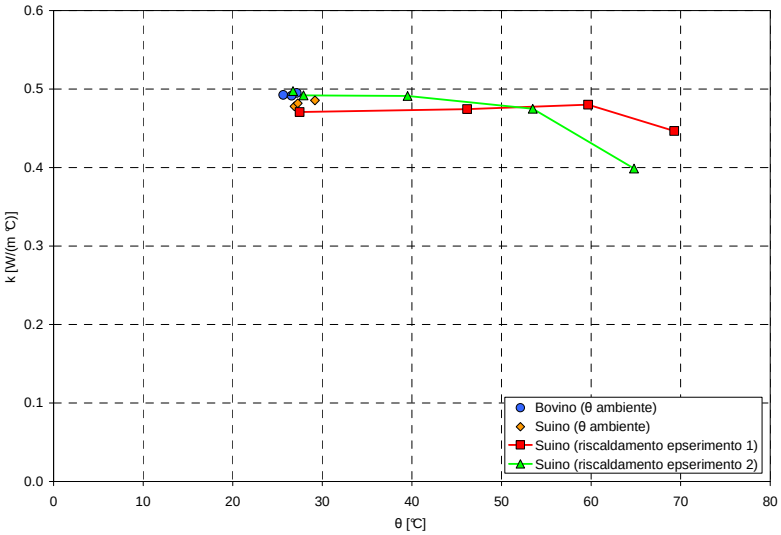


Figura 3.3.15. Conducibilità termica misurata con la tecnica *kNEQ 3*: risultati ottenuti al variare della temperatura.

3.3.2.4 Analisi dei risultati

Da quanto misurato nelle prove 5 e 6, la pelle esterna del fegato ha una conducibilità termica identica rispetto a quella del tessuto interno.

I valori di conducibilità termica a temperatura ambiente dei campioni di tessuto suino (ricavati dallo stesso esemplare di fegato) hanno un valore medio di 0.484 W/(m °C).

Se si confrontano i dati degli esperimenti eseguiti a parità di età del tessuto (appena macellato e dopo un giorno, vedi tabella 3.3.13) notiamo che la conducibilità termica del fegato aumenta con il tempo di permanenza al di fuori dell'organismo di circa un 3%.

Tabella 3.3.13. Sintesi dei risultati di conducibilità termica ottenuti nelle prove a temperatura ambiente con la tecnica *kNEQ 3*.

Fegato	θ	$T_{macellazione}$ [d]	n_{misure}	k [W/(m °C)]	
				m	s
Bovino e suino	ambiente	tutte	79	0.487	0.009
Bovino	ambiente	ND	27	0.493	0.002
Suino	ambiente	1-2	52	0.484	0.010
Suino	ambiente	0	40	0.479	0.006
Suino	ambiente	1	12	0.495	0.004

Purtroppo la scarsa quantità di misure effettuate non permette di affermare con certezza che la conducibilità termica del tessuto epatico suino aumenti con l'invecchiamento: come già affermato nelle misure del calore specifico, questo fenomeno può essere una questione da indagare in futuro.

Nonostante ciò, l'aumento della conducibilità termica potrebbe risiedere nel fatto che il tessuto, nonostante rimanga conservato in frigorifero, tenda a perdere liquido col tempo: perdita di liquido dal fegato significa un aumento di liquido libero di muoversi nel tessuto e di trasportare calore per effetto della convezione.

Le prove effettuate con tessuto epatico bovino evidenziano che la conducibilità termica media a temperatura ambiente è di 0.493 W/(m °C), molto simile a quella di suino dopo un giorno dalla macellazione.

Per quanto riguarda le misure al variare della temperatura, possiamo notare che la conducibilità termica diminuisce con l'aumentare della temperatura (figura 3.3.15), al contrario di quanto trovato in letteratura.

Le prove effettuate sono solamente due e in entrambe sono avvenute alterazioni del campione, per cui sarebbe necessaria un'indagine con ulteriori accorgimenti.

Infatti, nella:

- prima prova (*Configurazione 1*) il tessuto si è prosciugato per effetto della fuoriuscita di liquido;
- seconda prova (*Configurazione 2*), eseguita con un peso maggiore sul campione ma cercando di contenere il liquido all'interno del campione di fegato, il liquido è comunque uscito dal campione.

Le condizioni dell'esperimento sono quindi diverse da ciò che si verifica durante l'intervento di termoablazione, in cui il liquido permane nella zona interessata dal riscaldamento.

Il fenomeno sarebbe però spiegabile con le ricerche di Spells (1960) descritte dal grafico di figura 1.5.3: al diminuire del contenuto d'acqua del tessuto diminuisce la conducibilità termica.

I risultati sarebbero però in disaccordo con i risultati sperimentali di Bhattacharya *et al.* (2003): nelle prove di questo autore il liquido fuoriuscito dalle membrane cellulari non poteva evacuare dal tessuto e ha pertanto aumentato il trasporto di calore per effetto convettivo.

Inoltre, l'azione di compressione esercitata per mantenere il contatto tra sensore e tessuto ha modificato completamente la tessitura di quest'ultimo.

Il materiale analizzato è quindi molto lontano dalle condizioni in cui si trova durante le procedure di RFTA.

Ricordiamo inoltre che le misure in funzione della temperatura sono state eseguite impiegando una velocità di riscaldamento del tutto diversa da quella a cui è sottoposto il tessuto durante gli interventi di termoablazione: $7.6\ 10^{-2}$ °C/s e $5.3\ 10^{-3}$ °C/s.

Tutto ciò denota la difficoltà di effettuare esperimenti di conducibilità termica in grado di riprodurre le condizioni presenti durante l'intervento di termoablazione.

3.4 Osservazioni conclusive

Le indagini sulle proprietà elettriche e termiche eseguite su campioni di tessuto epatico (prevalentemente suino) evidenziano una notevole variabilità dei risultati.

La variabilità non è in alcun modo correlata alle posizioni di origine del campione all'interno dell'organo o al tempo intercorso tra la macellazione e la misura.

Per quanto riguarda le proprietà elettriche, alla frequenza di 480 kHz la resistività diminuisce all'aumentare della temperatura in modo lineare fino a circa 65-70 °C. A temperature superiori il comportamento del tessuto è influenzato dalla potenza di riscaldamento.

I dati raccolti negli esperimenti hanno permesso di formulare un modello di resistività del fegato in funzione dell'indice di necrosi delle cellule (suggerito inizialmente dal comportamento crescente dell'angolo di fase all'aumentare della temperatura) e del tempo. L'indice di necrosi è a sua volta funzione della temperatura e della potenza per unità di volume con cui il tessuto è riscaldato, direttamente legata alla velocità di riscaldamento.

Per il caso di interesse (la RFTA) è possibile semplificare il modello, rendendolo funzione e della sola temperatura attraverso una funzione polinomiale.

Il modello fornisce un risultato normalizzato rispetto ad una temperatura di riferimento: la temperatura corporea media di uomo, suino e bovino (37 °C).

È quindi possibile impiegare la curva solo dopo averla de-normalizzata.

La de-normalizzazione della curva si esegue conoscendo la resistività del tessuto alla temperatura di riferimento (ad esempio, misurandola mediante la strategia locale *L*, poco invasiva e non distruttiva del tessuto epatico) oppure impiegando il risultato medio (e tenendo conto della deviazione standard) ottenuto negli 84 esperimenti eseguiti:

$$m(\rho'_{37}) = 3.75\ \Omega\ m \qquad s(\rho'_{37}) = 0.44\ \Omega\ \mathrm{m}$$

L'attività sperimentale nel campo delle proprietà termiche ha evidenziato notevoli difficoltà connesse al controllo delle dissipazioni termiche e delle resistenze termiche di contatto.

Per quanto riguarda le misure di calore specifico, la tecnica utilizzata pare essere di buon livello.

La valutazione delle perdite di calore alle alte temperature necessita ancora di miglioramenti: ad esempio, si potrebbero effettuare prove di raffreddamento dei campioni di materiali di proprietà note.

Ciò permetterebbe di verificare la variabilità del calore specifico del tessuto epatico alle alte temperature (come mostrato da Haemmerich, 2006) e al variare della pressione.

I risultati ottenuti mediante le due tecniche sono in discreto accordo e forniscono un calore specifico attorno ai 3410-3480 J/(kg °C) ma con deviazione standard elevata (190-90 J/(kg °C)).

Dalle prove svolte, possiamo affermare che risulta complesso effettuare esperimenti di conducibilità termica in grado di riprodurre le condizioni presenti durante l'intervento di termoablazione.

L'uso dello strumento che sfrutta la tecnica *kNEQ 3* potrebbe permettere misure affidabili sulle proprietà termiche alle alte temperature ma non in pressione a causa di limiti costruttivi (fragilità) del sensore.

In generale, per effettuare prove di conducibilità termica al variare della temperatura si dovrebbero ridurre le perdite di liquido dal tessuto utilizzando:

- un peso di massa inferiore per garantire il contatto termico tessuto-sensore;
- un contenitore a tenuta, almeno nella parte in cui il mezzo è a contatto con il sensore;

- un ambiente di riscaldamento del tessuto con umidità relativa pari al 100%, in modo da evitare la disidratazione.

Al fine di misurare entrambe le proprietà termiche (calore specifico e conducibilità termica) pare promettente la tecnica di misura *kNEQ 2* (Bhattacharya, 2003), che sfrutta l'analogo termico delle prove nei pozzi: lo strumento pare non essere estremamente complicato dal punto di vista costruttivo e permetterebbe di effettuare misure *in-vivo* ed *ex-vivo*, oltre che a diverse temperature e pressioni, visto che si tratta di un cilindretto di circa 1 mm di diametro e 20 mm di lunghezza.

Scartando uno dei metodi di misura impiegati (il *kNEQ 1*) poiché poco affidabile, i valori di conducibilità misurati sono di circa 0.5 W/(m °C), leggermente inferiori rispetto a quelli misurati in letteratura.

Entrambe le proprietà termiche misurate sembrano non essere in funzione della temperatura, almeno entro gli errori sperimentali della strumentazione a disposizione.

Si segnala un ultimo aspetto di cui si dovrà tenere conto negli esperimenti esposti nel capitolo successivo: la potenza misurata dall'apparato sperimentale è sistematicamente sovrastimata di circa l'8%.

Capitolo 4

Simulazioni ed esperimenti

4.1 Introduzione

Questo capitolo inizia con la descrizione il modello numerico costruito.

Si prosegue mostrando l'attività sperimentale svolta per validare i risultati del modello numerico e per tarare i coefficienti legati al modello di ebollizione/ vaporizzazione.

I casi analizzati sperimentalmente sono con geometria:

- *bidimensionale piana* (il cosiddetto "caso 2D piano"), di scarso interesse nella pratica medica ma studiato per simulare gli esperimenti di visualizzazione descritti nel capitolo 2; le variabili spaziali sono: x e z;
- *monodimensionale* in coordinate polari e *simmetria radiale* rispetto all'origine del sistema di riferimento (il cosiddetto "2D assial-simmetrico"), che rappresenta una forte semplificazione della configurazione presente durante gli interventi di RFTA: un ago-elettodo di lunghezza indefinita passante per l'origine del sistema di riferimento considerato con tessuto epatico tutto attorno fino ad una certa distanza dall'origine; la variabile spaziale è r.

- *bidimensionale* in coordinate cilindriche e *simmetria assiale* rispetto all'asse verticale (il cosiddetto "3D"), che si avvicina alla configurazione RFTA standard, costituita da un elettrodo attivo cilindrico immerso in un campo quasi indefinito. Le variabili spaziali sono r e z.

Gli esperimenti sono stati condotti su campioni *ex-vivo* di tessuto epatico suino (tranne le caso del 2D piano, in cui si è usato parenchima bovino).

Le grandezze misurate sono l'impedenza del campione (Z), la potenza applicata (W) e la temperatura in due o più punti del campione (θ).

Per ognuno dei tre casi si descrivono gli esperimenti e i risultati ottenuti. Vengono esposti i coefficienti impiegati per simulare il fenomeno mediante il modello numerico i risultati ottenuti con il medesimo.

4.2 Modello numerico

Modello numerico è stato sviluppato presso il Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale dell'Università di Pavia dal Prof. Gallati e dall'Ing. Giovanni Braschi.

4.2.1 Modellazione del campo elettrico

Per determinare la tensione in ogni punto del campo, da cui dedurre la sorgente termica locale (w) mediante la (1.5.19), occorre integrare l'equazione quasi armonica (2.4.3).

Nel codice di calcolo allestito l'integrazione si ottiene con la tecnica dei volumi finiti in coordinate cartesiane o cilindriche e il sistema di equazioni algebriche risultante si risolve col metodo del gradiente coniugato precondizionato.

In ogni punto del campo si devono assegnare i parametri che determinano il comportamento elettrico del tessuto (la resistività).

Il codice permette di definire curve di variazione della resistività con la temperatura.

La curva di resistività, de-normalizzata con un valore di riferimento assegnato, è valida per la fase di riscaldamento del tessuto: oltre alla temperatura di ebollizione (calcolata con l'equazione di Antoine) si devono modellare, come è descritto nel paragrafo 2.4.3, le variazioni di resistività (equivalente) molto più importanti correlate con lo sviluppo di vapore che portano alla interruzione del procedimento per eccesso di impedenza.

L'algoritmo per il calcolo ed il mantenimento della potenza costante è quello illustrato nel paragrafo 2.4.1.1.

4.2.2 Modellazione della fase di riscaldamento

La temperatura, in ogni punto, si determina integrando l'equazione del calore descritta nel paragrafo 2.4.2 con discretizzazione implicita nel tempo e con la stessa tecnica di discretizzazione spaziale utilizzata per il campo elettrico.

In ogni punto del campo si devono assegnare il calore specifico e la conducibilità termica del mezzo.

La misura dei valori di questi parametri fisici non ha evidenziato una rilevante dipendenza dalla temperatura.

Si è introdotta, tuttavia, la possibilità di definire curve di variazione di questi parametri con la temperatura.

Questa possibilità può essere utile per assegnare una sorta di conducibilità termica effettiva (vedi paragrafo 1.5.1.3) in grado di mimare, seppur in modo non fisicamente corretto, gli effetti convettivi del calore che, presumibilmente, si attivano ad alte temperature in seguito all'essudazione del tessuto e all'aumento della pressione nella zona prossima all'ago elettrodo.

4.2.2.1 Modellazione delle perdite di calore attraverso le superfici

Alcuni dei casi modellati successivamente (2D piano e 2D assial-simmetrico) impongono limiti al campo termico che comportano perdite di calore attraverso superfici.

Queste perdite (descritte successivamente ove necessario) sono modellate introducendo nell'equazione del calore una sorgente negativa funzione della differenza tra la temperatura locale e una temperatura di riferimento (usualmente assunta come temperatura ambiente) e di un coefficiente di scambio termico legato alle condizioni di convezione presenti.

In modo smile si può controllare il bilancio termico dell'elettrodo attivo per mimare l'eventuale intensificazione del flusso termico per fuoruscita di vapore lungo il "camino" generato dalla presenza dell'elettrodo quando questo è verticale.

4.2.3 Modellazione della fase di vaporizzazione

La parte del modello che descrive la vaporizzazione del tessuto con conseguente aumento di resistività del tessuto e interruzione del procedimento entra in azione secondo le condizioni di temperatura che si instaurano in ogni cella della griglia di calcolo.

Il codice di calcolo implementa tutti e quattro i modelli matematici che descrivono la fase di vaporizzazione essudazione del tessuto. Per ciascuno di essi il modello numerico risolve ad ogni passo temporale le equazioni descritte nel relativo paragrafo del capitolo 2.

In seguito si esploreranno solamente due di questi: il modello del calore specifico equivalente (*Modello 1*) e il modello del bilancio di vapore (*Modello 2*).

4.3 Caso 2D piano

4.3.1 Esperimenti

4.3.1.1 Apparato sperimentale

L' apparato di sperimentazione, realizzato con lo scopo di visualizzare l'evoluzione della termo lesione, permette di registrare la misura di temperatura in alcuni punti e l'impedenza (vedi paragrafo 2.2.2).

Il campione di tessuto epatico è posto all'interno di una scatola prismatica di dimensioni 88x98x20 mm (figura 2.2.5 e figura 4.3.1), costruita connettendo con un telaio di materiale termicamente isolante dello spessore di 2 cm, due lastre di materiale trasparente (plexiglas).

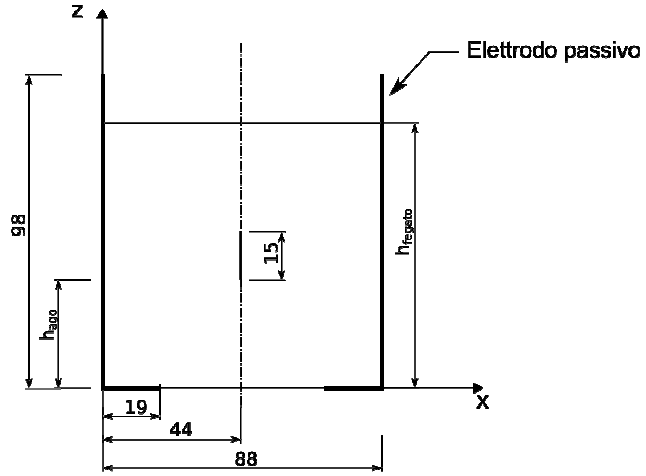


Figura 4.3.1. Dettagli dimensionali del campionatore impiegato negli esperimenti 2D piani (le misure sono espresse in millimetri).

Alle facce verticali interne del telaio sono applicate due lastrine conduttrici connesse elettricamente tra loro in modo da fungere da elettrodo passivo. L'elettrodo attivo è una piastrina conduttrice di larghezza uguale a quella del campione e di altezza 15 mm. ed è inserito in posizione baricentrica.

La faccia superiore del campione è esposta all'ambiente esterno.

Il campo elettrico è applicato tra i due elettrodi col generatore a RF (descritto in Appendice A).

La potenza fornita dal generatore è stata mantenuta costante con regolazione dinamica sulla base della tecnica descritta in Appendice B.

All'interno del campione sono inseriti dall'alto due sensori termici NTC a diversa distanza dall'elettrodo attivo, approssimativamente sul piano orizzontale di simmetria.

Per ogni esperimento si sono acquisiti i segnali di impedenza e di temperatura e si sono realizzate le videoriprese delle facce visibili del campione, già mostrate nel capitolo 2.

4.3.1.2 Risultati

Si considera a titolo di esempio il secondo esperimento a 50 W, di cui si possiedono le misure complete.

I risultati sperimentali sono illustrati in figura 4.3.2.

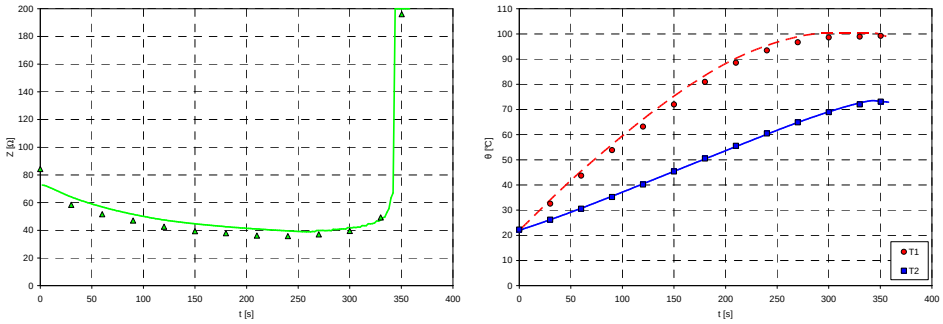


Figura 4.3.2. Confronto tra risultati sperimentali (punti) e numerici (linee) di impedenza (a sinistra) e temperatura (a destra) nel caso bidimensionale piano con potenza 50W (esperimento 2).

Le curve di riscaldamento crescono in modo regolare: a circa 1 cm dall'ago (sensore *T1*) si raggiunge la temperatura di 100 °C circa 50 s prima della interruzione della procedura, avvenuta a 350 s.

Il secondo sensore raggiunge la temperatura massima di 70 °C.

L'impedenza scende fino a circa 250 s per poi iniziare a salire lentamente fino a 330 s. In 20 s vi un incremento di impedenza di 150 Ω.

4.3.2 Simulazione del fenomeno

4.3.2.1 Adattamenti del modello numerico legati alla geometria

La simulazione della lesione si ottiene utilizzando il modello 2D piano dopo averlo completato con appropriati termini per simulare quegli effetti che sono caratteristici non tanto del fenomeno quanto dell'esperimento particolare.

Precisamente si devono simulare le due cause di perdita di calore costituite da perdite termiche attraverso le pareti del contenitore perdite di calore associate al trasporto convettivo di parete.

Per simulare le perdite dalle due pareti occorre aggiungere una sorgente negativa di potenza dipendente dal salto termico tra la temperatura del tessuto e quella dell'ambiente esterno e dal coefficiente di scambio termico (*h*). Il parametro *h* tiene conto dello scambio termico tessuto-parete, del flusso termico all'interno della parete e lo scambio termico convettivo tra parete e ambiente esterno: i suoi valori caratteristici sono dedotti dalla letteratura tecnica (Holman, 1976).

Il trasporto convettivo di parete, è legato alla fuoriuscita di liquido cellulare e alla formazione di vapore che tende a muoversi attraverso le vie preferenziali quali la zona di contatto tra fegato e le lastre trasparenti o l'incisione praticata nel tessuto epatico per inserire l'elettrodo attivo. Si tiene conto di questi fenomeni mediante i coefficienti η_r e η_v che moltiplicano la sorgente termica rispettivamente durante la fase di riscaldamento e durante la fase di evaporazione (cioè quando $\theta > \theta_{vap}$).

Con queste modifiche l'equazione del bilancio energetico nel caso bidimensionale piano assume la forma:

$$\rho\, c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = \eta_r w - 2h\left(\theta - \theta_{amb}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial \theta}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k \frac{\partial \theta}{\partial z}\right) \qquad (4.3.1)$$

che viene risolta numericamente assumendo le seguenti condizioni al contorno:

- scambio termico con l'elettrodo attivo, distinguendo la zona a forma di piastrina dal gambo sovrastante cilindrico (elettricamente isolato);
- nessuna perdita termica sui contorni rimanenti (isolamento).

Circa la simulazione della fase di ebollizione/vaporizzazione si adotta la strategia, descritta nel paragrafo 2.4.3, basata sul calcolo del tasso di vapore che impiega l'equazione di evoluzione senza il termine convettivo (*Modello 3*) nel caso bidimensionale:

$$\rho_w C_l \frac{\partial X_v}{\partial t} = \eta_v w - 2h\left(\theta_{vap} - \theta_{amb}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\beta_v \frac{\partial X_v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\beta_v \frac{\partial X_v}{\partial z}\right) \qquad (4.3.2)$$

Sfruttando la simmetria rispetto all'asse verticale centrale, nella simulazione il campo di calcolo è ridotto a metà di quello reale e, per mantenere inalterate le caratteristiche fisiche essenziali (in particolare l'impedenza) viene raddoppiato lo spessore nella dimensione non rappresentata.

La griglia di calcolo, cartesiana ortogonale, ha discretizzazione spaziale maggiore in prossimità dell'ago elettrodo (ove vi sono i gradienti maggiori) e minore muovendosi verso l'elettrodo passivo.

4.3.2.2 Risultati della simulazione

Si riportano nel seguito i risultati della simulazione dell'esperimento illustrato e si commenta il procedimento di taratura.

La simulazione è ottenuta con i seguenti valori dei parametri fisici del tessuto

- curva standard per la resistività, in funzione della temperatura:

$$\rho'/\rho'_{37} = 2.8313\text{E-}04\ \theta^2 - 3.6461\text{E-}04\ \theta + 1.9614 \quad \text{per } 10 \le \theta \le 55$$

$$\rho'/\rho'_{37} = -1.9119\text{E-}04\ \theta^2 + 1.6251\text{E-}04\ \theta + 4.9710 \quad \text{per } 55 < \theta \le 75$$

$$\rho'/\rho'_{37} = 2.4218\text{E-}04\ \theta^2 - 4.6970\text{E-}02\ \theta + 2.8010 \quad \text{per } 75 < \theta \le \theta_{vap}$$

- valore costante del calore specifico del tessuto: c_p = 3300 J/(m³ °C);
- valore costante della conducibilità: k = 0.5 (W/m °C); si segnala che un suo aumento tra i 70 °C e la temperatura di ebollizione per simulare il trasporto convettivo migliora la simulazione del fenomeno, ma non in modo determinante;
- densità: ρ = 1040 kg/m³.

Le perdite unitarie di calore per convezione alle pareti (h) sono state calcolate con valori standard dei parametri tratti dai manuali di ingegneria.

Il rendimento della sorgente termica (η_r) prima dell'ebollizione è stato assunto unitario.

Nel modello di sviluppo del vapore (*Modello 3*) si è adottato:

- rendimento termico di evaporazione: η_v = 0.35;
- calore latente di evaporazione: C_l =2.5 10^6 J/kg (valore standard per l'acqua; Kirillin, 1980);
- dispersività del vapore: β_v = 50 W/m;
- aumento della resistività col contenuto di vapore X_v con la legge monomia (2.4.11) e con i seguenti parametri di taratura:

  n = 0.35
  X_{v0} = 0.2
  X_{vmax} = 0.5
  $\Delta\rho'_{max}$ = 500 Ω m

Gli effetti dell'ebollizione sono stati simulati seguendo anche la strategia semplificata (*Modello 1*) aumentando:

- il calore specifico (c_{pvap}) di ~100 volte a partire dalla temperatura di evaporazione (θ_{vap});
- la resistività con legge parabolica a partire da una temperatura superiore di 1 °C a quella di evaporazione.

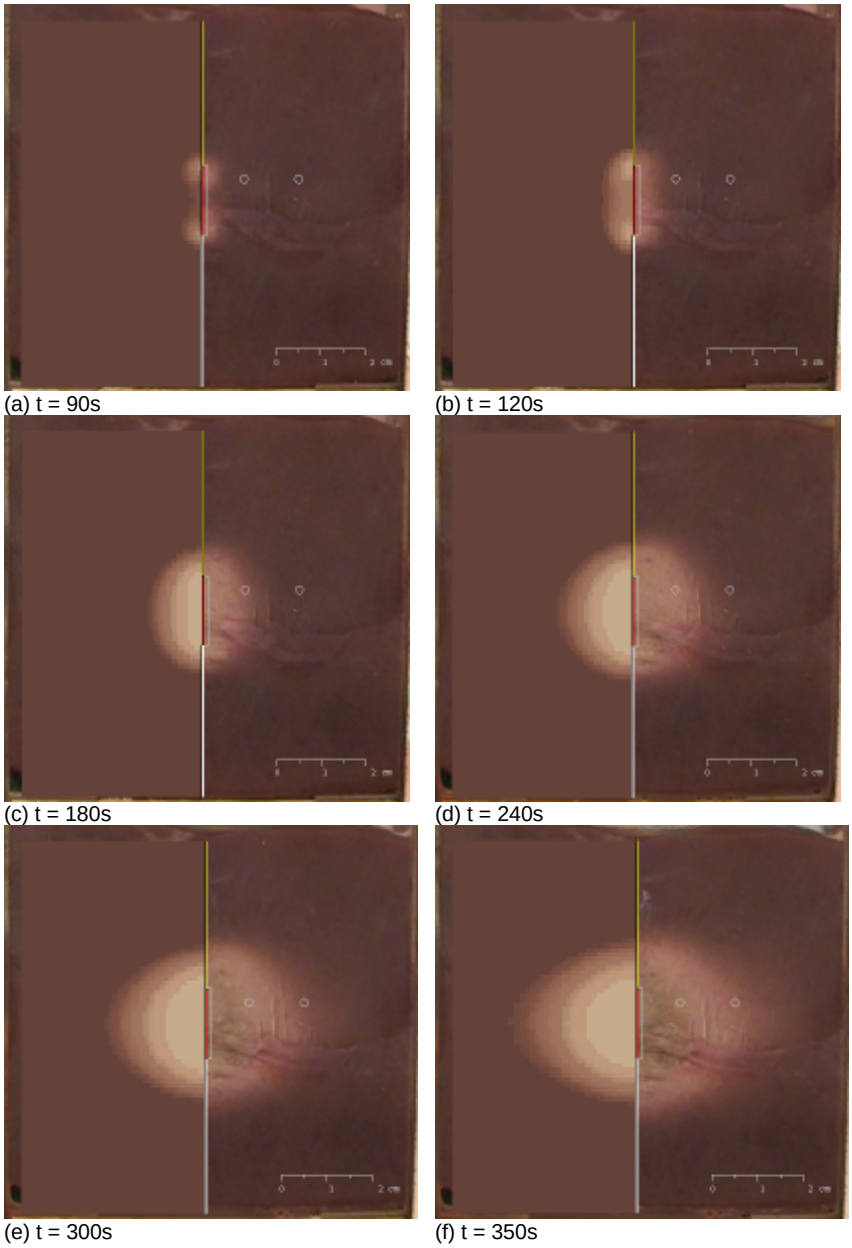
Nella figura 4.3.2 sono riportati gli andamenti temporali dell'impedenza e della temperatura nei due punti in cui erano posizionati i sensori termici. I risultati della simulazione (in linea continua) sono messi a confronto con le misure (punti).

Nella sequenza riportata in figura 4.3.3, alle immagini di figura 2.2.6 è stato affiancato nella metà sinistra il risultato della simulazione al tempo corrispondente, realizzato con una scala di colori simili a quelli reali (ricostruita mediante le riprese e le misure di temperatura).

Si riconosce, in generale, che:

- esiste una soddisfacente corrispondenza tra le forme delle termolesioni simulate e quelle osservate ai vari tempi di sviluppo del fenomeno;
- la curva di decremento temporale dell'impedenza è ben riprodotta fino all'istante di interruzione inevitabilmente controllato dai valori degli appropriati parametri di taratura;
- le curve di riscaldamento nei punti di misura sono pure riprodotte in modo accettabile.

I risultati ottenuti impiegando il modello di vaporizzazione semplificato (*Modello 1*) sono del tutto confrontabili a quelli appena esposti.



(a) t = 90s (b) t = 120s

(c) t = 180s (d) t = 240s

(e) t = 300s (f) t = 350s

Figura 4.3.3. Evoluzione della termolesione nell' esperimento bidimensionale piano a 50W (esperimento 2): confronto simulazione (sx) ed esperimento (dx).

4.3.3 Osservazioni

I risultati sopra esposti mostrano che il modello numerico elaborato, utilizzato in campo 2D piano con le varianti appropriate a rappresentare la situazione sperimentale, è in grado di simulare correttamente lo sviluppo e le caratteristiche della termolesione.

I valori dei parametri fisici ottenuti con gli esperimenti descritti nel capitolo 3 e la loro variazione con la temperatura non hanno richiesto sostanziale modifica in sede di taratura.

Il calore specifico e la resistività di riferimento tendono al limite inferiore della fascia di variazione ottenuta durante gli esperimenti.

La simulazione ha riprodotto in modo fedele la cinematica del fronte di lesione e la sua forma.

L'aspetto più complesso da simulare è quello della vaporizzazione del liquido liberatosi per coagulazione delle proteine.

4.4 Caso bidimensionale assialsimmetrico

4.4.1 Esperimenti

4.4.1.1 Apparato sperimentale

Il campione di tessuto epatico di spessore *s* (variabile da esperimento a esperimento) è posto all'interno di una scatola cilindrica con raggio 30 mm e altezza 30 mm, costruita forando una lastra di polistirene estruso e incollandola ad una seconda lastra dello stesso materiale, in modo da ottenere un telaio monolitico termicamente isolante (figura 4.4.1).

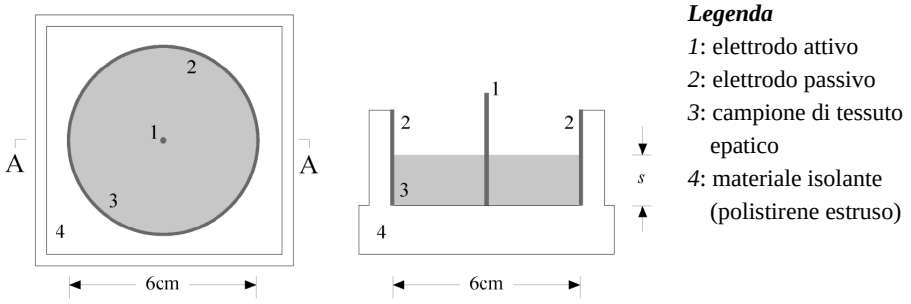


Figura 4.4.1. Schema del campionatore impiegato negli esperimenti in geometria 2D assialsimmetrica.

Alla superficie laterale della camera cilindrica è applicata una sottile lastrina di ottone che funge da elettrodo passivo. L'elettrodo attivo è un ago cilindrico in acciaio inossidabile posizionato sull'asse verticale della camera cilindrica. La faccia superiore del campione è esposta all'ambiente esterno.

Il campo elettrico è applicato tra i due elettrodi col generatore a RF descritto in Appendice A.

All'interno del campione sono inseriti dall'alto due sensori termici NTC a diversa distanza dall'elettrodo attivo, approssimativamente a circa metà

spessore del campione. Un terzo sensore è posizionato alla stessa quota in prossimità dell'elettrodo passivo.

La potenza fornita dal generatore è mantenuta costante con la tecnica descritta in Appendice B.

Per ogni esperimento, si sono acquisiti i segnali di impedenza e di temperatura.

4.4.1.2 Risultati

Si sono realizzati 7 esperimenti facendo variare la potenza applicata (W), lo spessore del campione (s) e, in un caso, il diametro dell'ago (d_{ago}). Gli esperimenti sono classificati in tabella 4.4.1, in cui è presente l'origine del tessuto (bovino o suino), lo spessore del campione, il diametro dell'ago, la potenza applicata e la posizione dei sensori rispetto all'asse.

Tabella 4.4.1. Caratteristiche esperimenti 2D assialsimmetrici.

Prova	*Tessuto*	s $[10^{-3}m]$	d_{ago} $[10^{-3}m]$	W $[W]$	θ_{ini} $[°C]$	$r_{sensori}$ $[mm]$
AS 1	Bovino	21	2.5	20	19.6	9.5 - 13
AS 2	Suino	13	10.0	20	18.8	13 - 13
AS 3	Bovino	28	2.5	23	14.5	6.5 - 8 - 30
AS 4	Bovino	25	2.5	20	18.0	5 - 8.5 - 30
AS 5	Suino	27	2.5	20	14.0	5 - 11.0 - 30
AS 6	Suino	29	2.5	30	19.5	6 - 11.0 - 30
AS 7	Suino	30	2.5	30	20.0	4.5 - 6.5 - 30

La quasi totalità degli esperimenti è stata realizzata con diametro standard dell'elettrodo attivo pari a 2.5 mm. In un caso si è utilizzato un elettrodo di grande diametro (10 mm) costituito da una anima di materiale isolante (termico ed elettrico: legno) rivestita da un tubo in rete metallica a maglia molto fine. Questa dimensione è esagerata se si pensa alle applicazioni cliniche, ma il test è stato eseguito per mettere in evidenza il ruolo determinante della superficie dell'elettrodo attivo sui risultati della procedura.

Generalmente si è osservata una buona simmetria radiale della lesione e uniformità nel senso dello spessore a conferma dell'ipotesi di simmetria radiale.

Le lesioni sono state misurate considerando la parte di tessuto che assume il colore marrone chiaro.

I risultati degli esperimenti sono esposti in figura 4.4.3 sotto forma di curve di riscaldamento e curve di impedenza.

Gli andamenti delle temperature e delle impedenze sono del tutto analoghi a quelli osservati nell'esperimento bidimensionale piano.

In tabella 4.4.2 sono elencate le durate degli esperimenti (T) i risultati del calcolo della potenza per unità di spessore del campione (W/s) e per unità di superficie di elettrodo attivo (W/A_{ago}) e le misure delle lesioni eseguite a fine esperimento (D_{les} e A_{les}, calcolata assumendo le lesioni di forma circolare).

Tabella 4.4.2. Elaborazioni riguardanti i risultati degli esperimenti 2D assialsimmetrici.

Prova	*T* [s]	*W/s* [kW/m]	A_{ago} [10^{-6}m²]	W/A_{ago} [kW/m²]	d_{les} [10^{-3}m]	A_{les} [10^{-6}m²]
AS 1	143	0.95	165	121	2.4	452
AS 2	469	1.54	408	49	3.50	962
AS 3*	175	0.82	220	105	2.20	380
AS 4	240	0.80	196	102	2.50	491
AS 5	256	0.74	212	94	ND	ND
AS 6	100	1.03	228	132	1.80	254
AS 7	100	1.00	236	127	1.60	201

** Dati di impedenza assenti a causa di un errore sperimentale*

A parità di diametro dell'ago, le durate degli esperimenti e le dimensioni delle lesioni (connesse all'energia termica immagazzinata nel tessuto) tendono ad aumentare al diminuire della potenza per unità di spessore (W/s).

Gli esperimenti assialsimmetrici eseguiti, pur essendo in numero esiguo per una statistica, evidenziano quanto sia importante la potenza specifica per unità di area del'ago (W/A_{ago}) al fine dell'aumento della durata dell'esperimento (T) e della dimensione della termolesione A_{les} (figura 4.4.2).

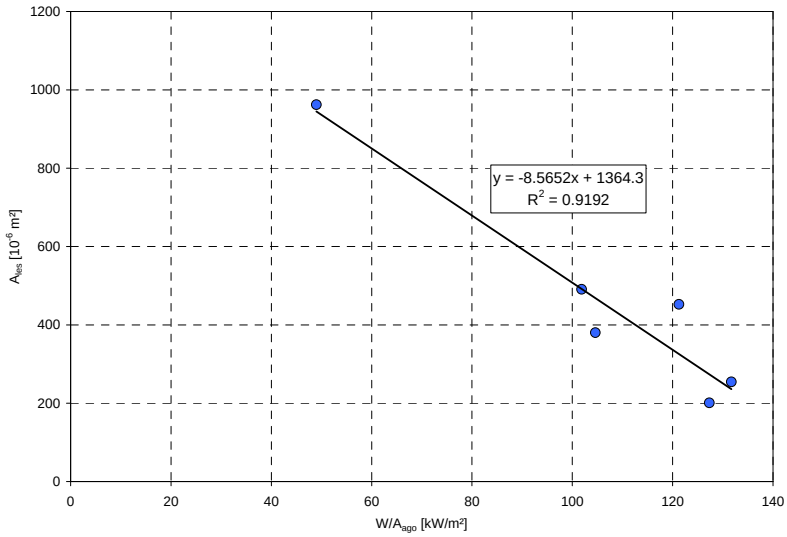


Figura 4.4.2. Area delle lesioni in funzione della potenza per unità di superficie dell'elettrodo (esperimenti 2D assialsimmetrici).

4.4.2 Simulazione del fenomeno

4.4.2.1 Adattamenti del modello numerico legati alla geometria

Le equazioni del problema sono state espresse in coordinate cilindriche e l'equazione del bilancio termico è stata completata col termine atto a simulare le perdite di superficie.

La limitazione del campo nel senso dello spessore richiede infatti di conteggiare la eventuale dispersione di calore dalle basi del campione di tessuto a contatto con l'aria o con una parete isolante. La dispersione per convezione

naturale o conduzione a seconda del caso, ridotta all'unità di volume, introduce un termine nell'equazione di bilancio termico che assume la forma:

$$\rho\, c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = \eta_r w - \frac{2h}{s}\left(\theta - \theta_{amb}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(k\, r \frac{\partial \theta}{\partial r}\right) \qquad (4.4.1)$$

Si è effettuata un'indagine apposita per valutare l'importanza di questo termine. È stato ripetuto uno degli esperimenti applicando un coperchio isolante alla scatola cilindrica e si è accertato che le perdite termiche attraverso la faccia superiore verso l'ambiente esterno sono trascurabili, o almeno non influenti sulla distribuzione spazio-temporale della temperatura sul piano orizzontale di simmetria (dove sono posti i sensori termici). Quindi $h = 0$.

L'effetto della ebollizione/disseccazione è stato simulato attraverso il calcolo del contenuto di vapore con la stessa metodica illustrata nel caso piano, fatta salva l'espressione delle equazioni in coordinate cilindriche:

$$\rho_w C_l \frac{\partial X_v}{\partial t} = \eta_v w - \frac{2h}{s}\left(\theta_{vap} - \theta_{amb}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\beta_v r \frac{\partial X_v}{\partial r}\right) \qquad (4.4.2)$$

Sempre per quanto riguarda il campo termico, sul contorno del tessuto a contatto con l'elettrodo passivo è stato assegnata una condizione di Neumann omogenea (flusso termico nullo) poiché l'elettrodo è isolato termicamente tramite le pareti di polistirene.

La griglia di calcolo è discretizzata in direzione radiale con spaziatura logaritmica, ossia più fitta in prossimità dell'ago, dove vi sono i gradienti di temperatura e tensione maggiori.

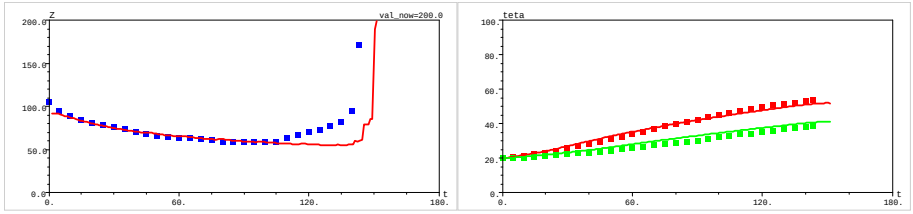
4.4.2.2 Risultati della simulazione

Le simulazioni presentate nel seguito sono ottenute con gli stessi valori dei parametri fisici del tessuto utilizzati per il caso bidimensionale piano (paragrafo 4.3.2.2).

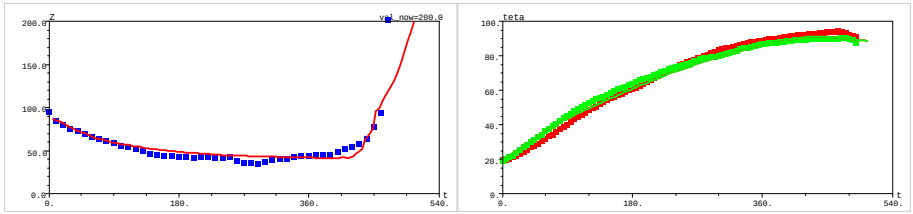
Si è adottata la strategia di calibrare i parametri del modello di ebollizione in modo da intercettare al meglio l'istante di interruzione, senza curare la riproduzione del tratto crescente della curva di impedenza.

In figura 4.4.3 si mostrano i confronti tra le misure sperimentali e le relative simulazioni, effettuate in termini di impedenza e di curve di riscaldamento locale (misurate alle distanze elencate in tabella 4.4.1).

Le misure sono rappresentate con punti e i risultati numerici con linee continue.

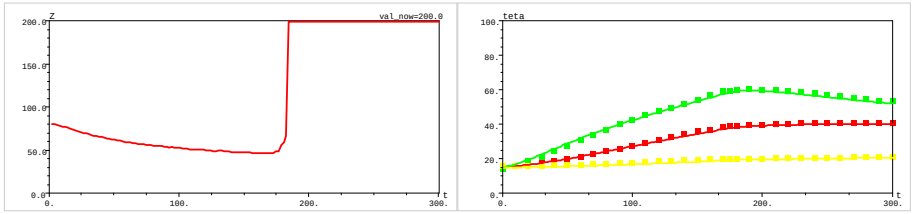


(a) AS01

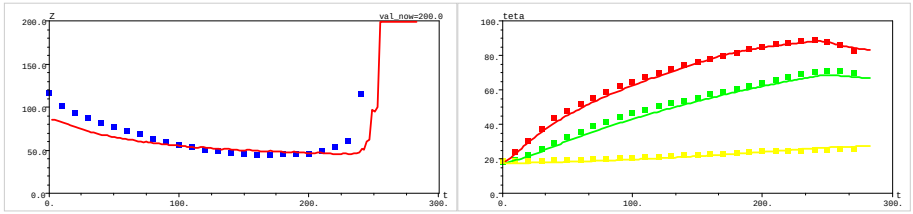


(b) AS02

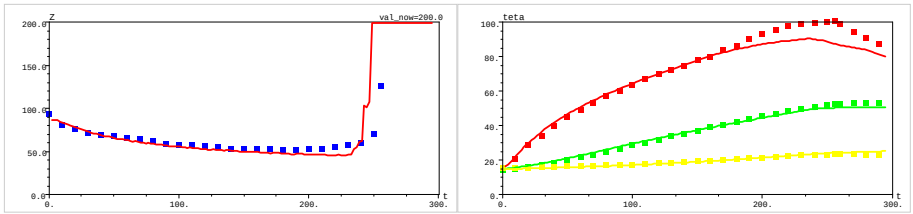
Figura 4.4.3. Confronto tra risultati sperimentali (punti) e numerici (linee) di impedenza (a sinistra) e temperatura (a destra) nel caso bidimensionale assialsimmetrico (primi due esperimenti).



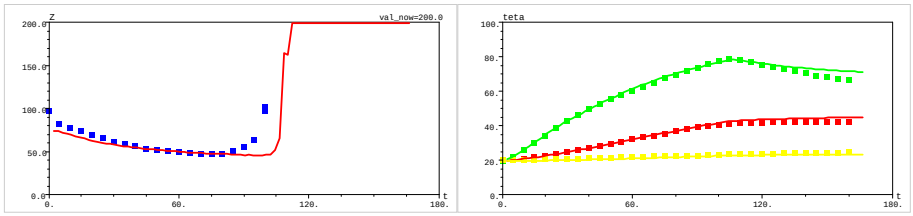
(c) AS03



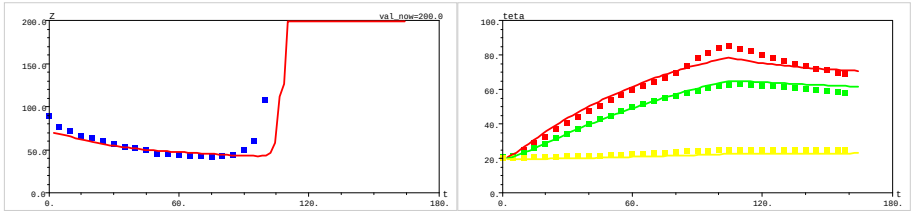
(d) AS04



(e) AS05



(f) AS06



(g) AS07

Figura 4.4.3. (proseguimento)

4.4.3 Osservazioni

Anche nel caso assialsimmetrico si rileva che la simulazione permette di cogliere in modo corretto le caratteristiche del fenomeno nella fase di riscaldamento ed anche nella fase di ebollizione, con adeguata taratura dei parametri che la controllano.

Si osserva che la taratura risulta meno importante con elettrodi piccoli, che da un lato riducono le vie di fuga del calore e del vapore, e dall'altro riducono il tempo del procedimento, a parità di potenza applicata.

Ci si attende dunque che la taratura sia abbastanza inessenziale nei casi realistici 3D.

Gli esperimenti eseguiti hanno posto in luce il ruolo essenziale della potenza specifica (per unità di area dell'elettrodo attivo). Più questa è mantenuta bassa (riducendo la potenza applicata o aumentando l'area attiva), maggiore è la durata del procedimento e, a parità delle altre condizioni, l'energia depositata e, in definitiva, il volume della termolesione.

4.5 Caso 3D

4.5.1 Esperimenti

4.5.1.1 Apparato sperimentale

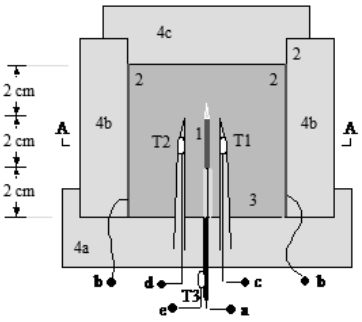
L'apparato sperimentale impiegato nelle prove 3D è stato progettato e costruito per assicurare la maggiore riproducibilità possibile dei risultati, tenendo in considerazione:

- la riduzione delle perdite di calore attraverso le pareti esterne;
- la minimizzazione delle difficoltà di inserimento dei campioni;
- la possibilità di fissare le posizioni di misura delle temperature rispetto all'elettrodo attivo.

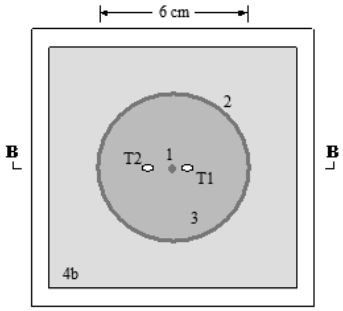
Soprattutto questo ultimo punto ha permesso un migliore confronto tra le curve di riscaldamento in prossimità dell'ago, ove è alto il gradiente di

temperatura. Ciò comporta che una piccola variazione della distanza dall'elettrodo (anche di pochi decimi di millimetro) determina un diverso comportamento della curva di riscaldamento misurata.

La camera di misura è mostrata in figura 4.5.1. È costituita da una camera di forma cilindrica di raggio 60 mm e altezza 60 mm. Le pareti, adiabatiche, sono costituite di polistirene espanso.



Sezione verticale B-B



Sezione orizzontale A-A

Legenda

1: elettrodo attivo in rame (*d* = 2.5mm; l=20mm)
2: elettrodo passivo in ottone
3: campione di tessuto epatico
4: materiale isolante (polistirene estruso)
4a: base
4b: involucro laterale rimovibile
4c: coperchio rimovibile

T: sensori di temperatura NTC
T1-T2: sensore prossimo all'ago-elettrodo
T3: sensore di misura temperatura esterna ago-elettrodo

a-b: connessioni al generatore a RF
c: cavo sensore T1
d: cavo sensore T2
e: cavo sensore T3

Figura 4.5.1. Schema dell'apparato sperimentale impiegato nelle prove 3D.

L'elettrodo passivo è montato attorno alla superficie laterale interna della camera, mentre l'elettrodo attivo (costituito da un tubo in rame di diametro esterno di 2.5 mm) è posto sopra uno stelo metallico rivestito di materiale

isolante (termico ed elettrico) e si trova in posizione verticale nel baricentro della camera.

I sensori di misura (NTC) sono montati su steli indeformabili in vetronite.

Un terzo sensore di temperatura è stato montato alla base dello stelo che sorregge l'elettrodo attivo con lo scopo di misurare le dissipazioni di calore attraverso l'ago.

Per facilitare l'inserimento del campione, gli steli a cui sono collegati l'elettrodo attivo e i sensori di temperatura sono muniti di punte in grado di incidere il tessuto epatico durante l'inserimento.

La generazione, la misura ed il controllo della potenza sono state eseguite con le procedure descritte in Appendice A e B.

La misura, la registrazione e l'elaborazione dei dati di temperatura è eseguita secondo la procedura standard (Appendice A).

4.5.1.2 Esperimenti

Sono stati eseguiti 30 esperimenti con campioni di tessuto epatico suino: 10, 15, 20 e 30 W.

Pezzi di parenchima epatico privi di vasi e irregolarità di dimensioni pari alla camera di misura sono pressoché inesistenti.

Si è quindi deciso di impiegare campioni "compositi": nella zona centrale, in cui si trovano l'elettrodo attivo e i sensori di temperatura, si è inserito un pezzo monolitico. Il riempimento delle zone periferiche è stato effettuato con altre parti.

Questo ha permesso di riempire in modo omogeneo la camera e di evitare di impiegare più strati di parenchima di grandi dimensioni, caratterizzati dalla presenza di grandi vasi.

L'equivalenza tra uso di campioni "compositi" e campioni costituiti da più strati integri ("multi-layer") di tessuto epatico è evidenziata dagli esperimenti mostrati in figura 4.5.2.

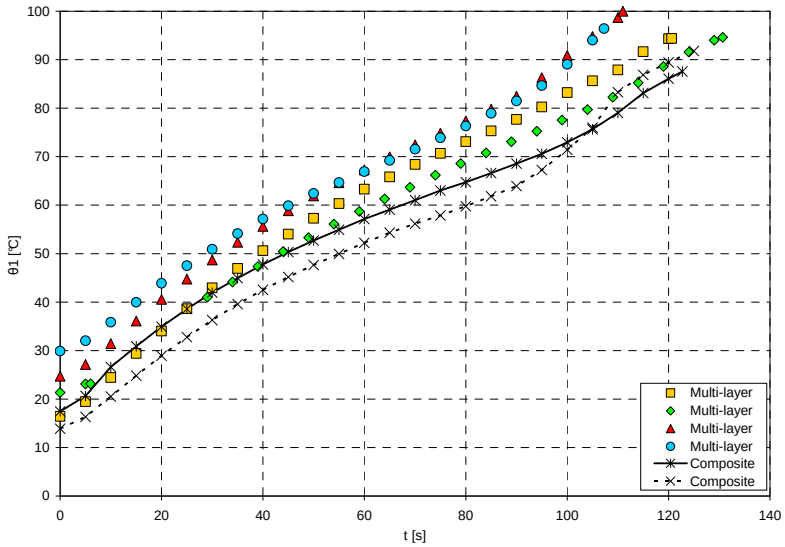


Figura 4.5.2. Risultati di esperimenti 3D che descrivono il comportamento pressoché identico tra campioni formati da più strati di tessuto epatico e campioni costituiti da un nucleo centrale unico in prossimità dell'ago-elettrodo e pezzi di riempimento all'esterno (campione "composito").

In tabella 4.5.1 sono riportate le caratteristiche principali delle prove (origine del campione, potenza, W, durata dell'esperimento, T, temperatura iniziale, θ_{ini}, modulo dell'impedenza iniziale, Z_{ini}, e angolo di fase iniziale, φ_{ini}).

La durata degli esperimenti (T) in funzione della potenza (W) è mostrata in figura 4.5.3.

I diametri delle lesioni in funzione della potenza applicata sono mostrati in figura 4.5.4.

Tabella 4.5.1. Caratteristiche principali degli esperimenti 3D eseguiti.

#	Campione	W [W]	T [s]	θ_{ini} [°C]	Z_{ini} [Ω]	φ_{ini} [°]
1	F9	10	588	18.9	84	-8
2	F9	10	720	14.5	77	-5
3	F9	20	151	13.4	88	-11
4	F10	10	533	15.8	81	-10
5	F10	20	112	15.2	87	-11
6	F10	30	75	17.8	75	-9
7	F10	10	575	16.0	82	-10
8	F10	20	182	16.7	85	-12
9	F10	30	72	18.2	79	-8
10	F10	20	138	22.4	79	-13
11	F11	10	1120	10.4	96	-15
12	F11	10	865	12.3	91	-14
13	F11	10	1111	11.9	94	-16
14	F11	20	192	12.5	94	-17
15	F11	20	160	13.5	89	-14
16	F11	20	168	13.1	85	-12
17	F11	30	105	11.5	97	-15
18	F11	30	106	12.1	89	-16
19	F11	30	91	15.8	87	-15
20	F11	15	332	14.2	93	-19
21	F11	15	322	15.2	87	-15
22	F11	15	293	16.2	83	-12
23	F12	10	738	16.2	90	-17
24	F12	10	598	18.2	87	-16
25	F12	15	245	18.1	82	-13
26	F12	15	238	18.4	84	-13
27	F12	20	155	17.0	87	-18
28	F12	20	141	17.6	81	-13
29	F12	30	88	18.3	83	-15
30	F12	30	79	19.0	77	-14

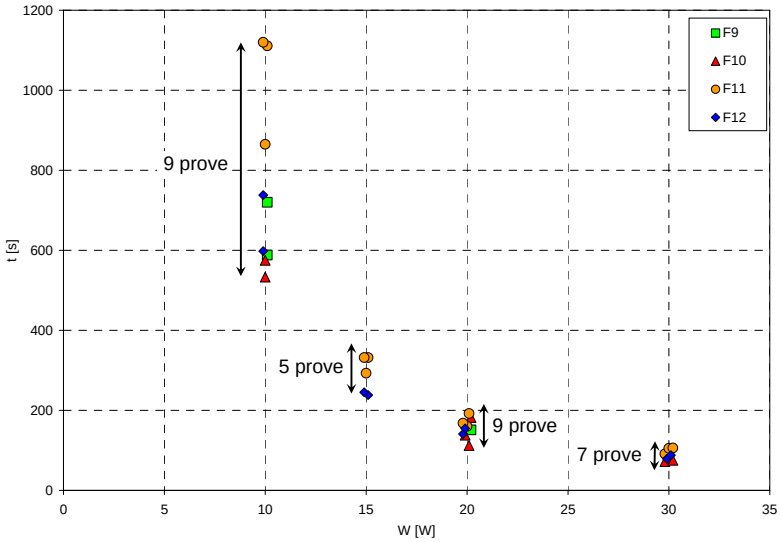


Figura 4.5.3. Durata degli esperimenti in funzione della potenza (esperimenti 3D).

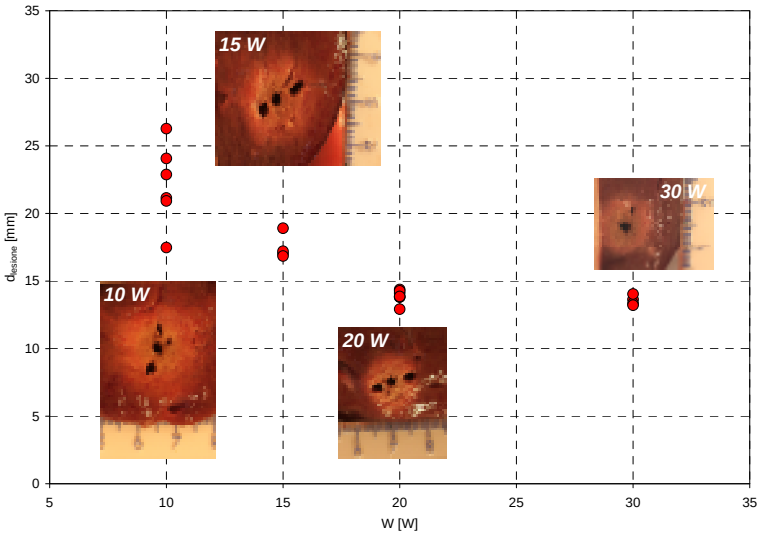


Figura 4.5.4. Diametro delle lesioni in funzione della potenza (esperimenti 3D).

Sia per quanto riguarda la durata e la dimensione delle lesioni, si osserva che la variabilità dei risultati è maggiore per gli esperimenti a bassa potenza.

Le dimensioni delle lesioni a 10 W (basate su 9 campioni), variano da 17 a 26 mm di diametro, mentre i sette test effettuati a 30 W hanno restituito dimensioni di lesioni tra 13 e 14 mm.

Analogo ragionamento si può effettuare con le durate: a 10 W spaziano tra 533 s e 1120 s (un rapporto di circa 1:2), mentre a 30 W vanno da 79 s a 106 s.

In seguito si mostrano i risultati delle curve di riscaldamento misurate dai due sensori di temperatura (figura 4.5.5 e Figura 4.5.6).

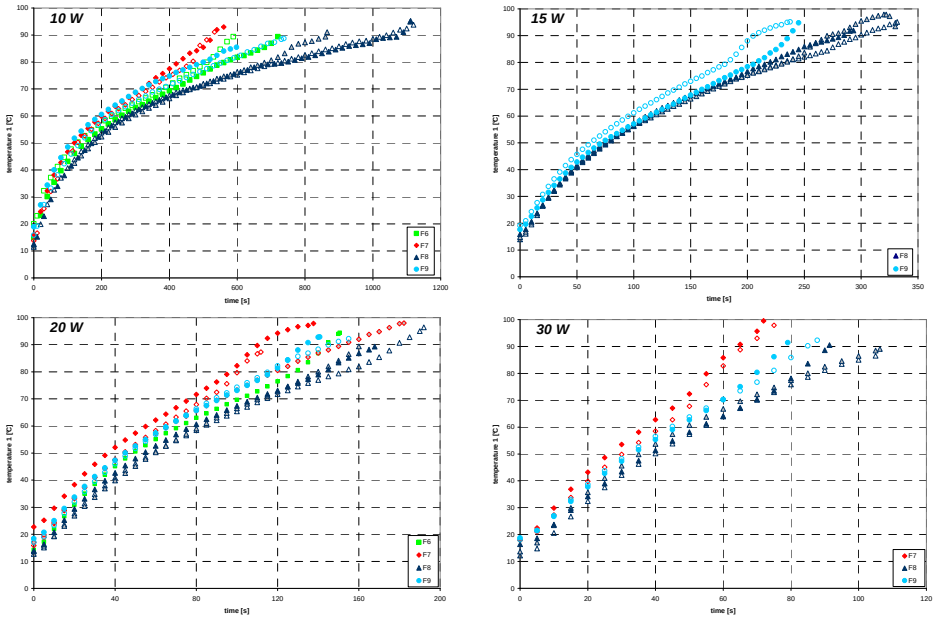


Figura 4.5.5. Curve di riscaldamento registrate dal sensore di temperatura 1 alle diverse potenze (esperimenti 3D).

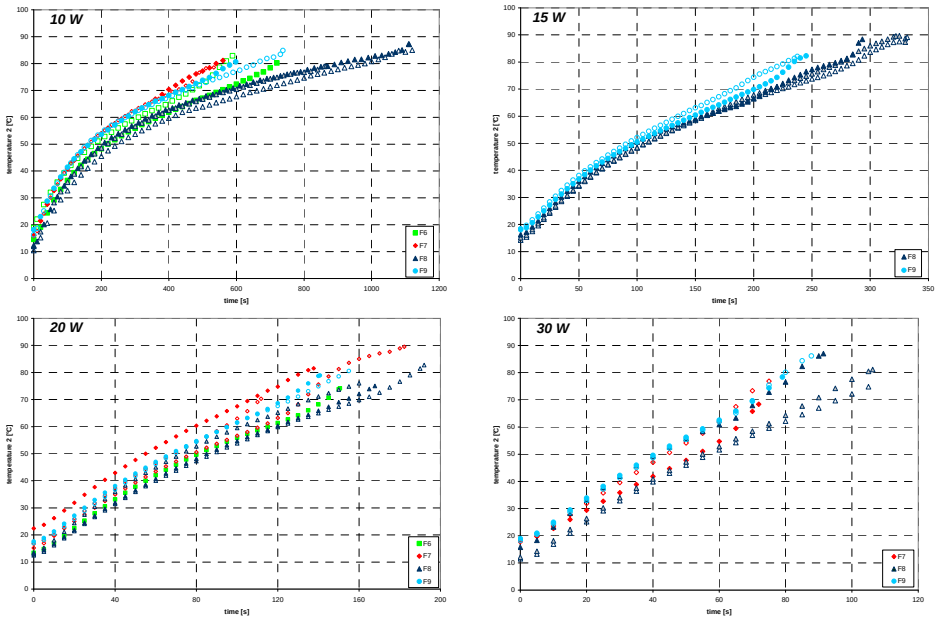


Figura 4.5.6. Curve di riscaldamento registrate dal sensore di temperatura 2 alle diverse potenze (esperimenti 3D).

Si nota una variabilità notevole da esperimento a esperimento, ma si osserva anche che molto spesso campioni provenienti dallo stesso organo sottoposti alla stessa potenza hanno comportamento simile per quanto riguarda il riscaldamento e la durata dell'esperimento.

Si osserva in generale che difficilmente il sensore di temperatura *T1* riesce a misurare i 100 °C. Ciò è dovuto al fatto che i sensori non si trovano esattamente in prossimità dell'elettrodo, ma spostati di qualche millimetro.

In generale, i risultati sono difficili da interpretare, anche a causa della diversa temperatura iniziale del campione.

Per questo motivo si è deciso di introdurre la temperatura normalizzata (θ'):

$$\theta' = \frac{\theta - \theta_{in}}{\Theta_e - \theta_{in}} \tag{4.5.1}$$

in cui

θ è la temperatura del campione in ogni istante;

θ_{ini} è la temperatura iniziale di ogni campione;

Θ_e è la temperatura di ebollizione, assunta pari a 100 °C.

Il tempo è stato adimensionalizzato (t') nel modo seguente:

$$t' = \frac{t\,W}{L^3 \rho\, c_p (\Theta_e - \theta_{in})} \tag{4.5.2}$$

dove

t è l'instante di tempo;

W è la potenza applicata;

$L^3 \rho\, c_p (\Theta_e - \theta_{in})$ è l'energia necessaria per riscaldare un volume di tessuto dalla sua temperatura iniziale a quella di ebollizione dell'acqua. Il volume di tessuto è preso di dimensioni legate alla lunghezza dell'elettrodo attivo (L).

Con la normalizzazione appena descritta, le curve di taratura assumono gli andamenti mostrati in figura 4.5.7 e figura 4.5.8.

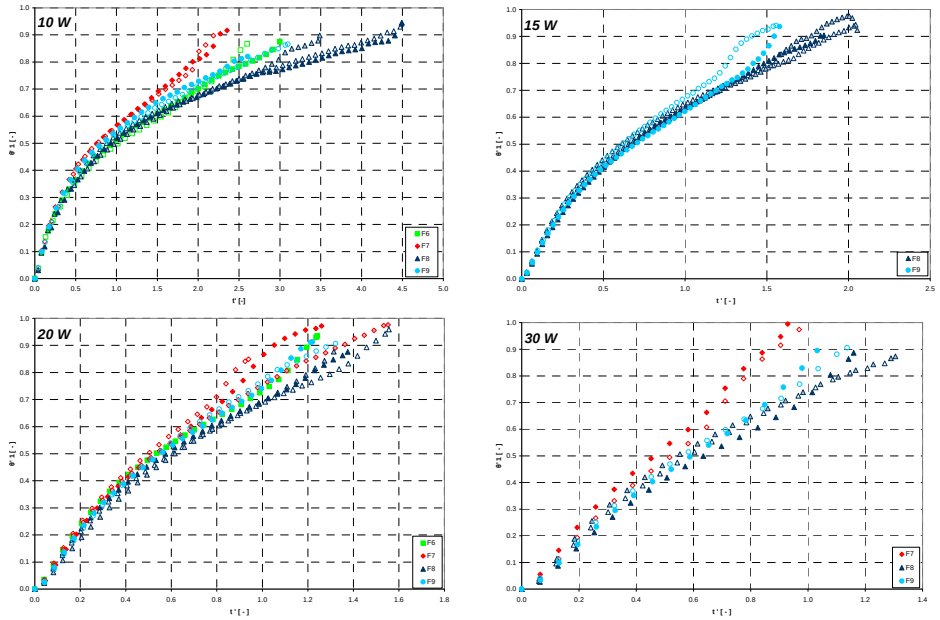


Figura 4.5.7. Curve di riscaldamento adimensionali registrate dal sensore di temperatura 1 alle diverse potenze.

Gli esperimenti a bassa potenza (10 W) hanno una curva di riscaldamento adimensionale che è pressoché identica in tutti i campioni fino a circa $\theta' = 0.5$.

Successivamente la variabilità aumenta sempre più. Ciò potrebbe essere imputabile ai lenti movimenti convettivi osservati anche nel caso bidimensionale piano.

Le curve hanno un andamento tipico con concavità verso il basso: ciò può essere dovuto all'instaurarsi di un effetto di trasmissione del calore per conduzione che riesce a trasportare una buona parte del calore immesso per effetto Joule in prossimità dell'ago-elettrodo.

Le curve a 15 W sono molto più coerenti tra loro, ma le prove sono solo 5.

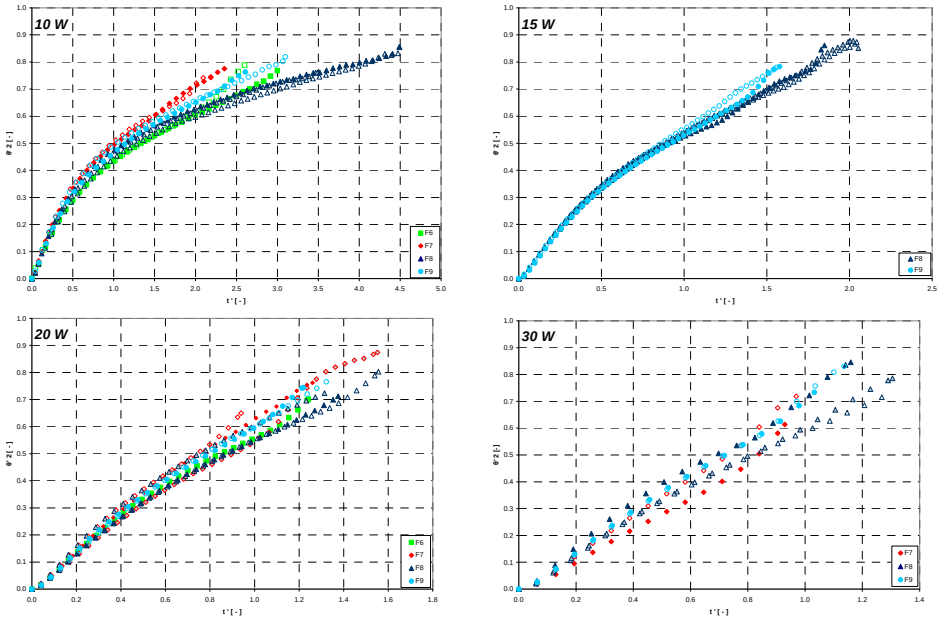


Figura 4.5.8. Curve di riscaldamento adimensionali registrate dal sensore di temperatura 2 alle diverse potenze.

Le curve assumono un andamento più rettilineo perché la trasmissione del calore (per conduzione o convezione) verso la periferia del campione non riesce a bilanciare l'immissione di calore per effetto Joule.

Le prove a 20 W hanno un andamento molto simile a quelle a 15W tranne che per la durata, inferiore nelle prime.

A 30 W le temperature, anche se adimensionalizzate, restano comunque molto disperse.

Al fine di cercare una correlazione tra impedenza e misura della temperatura in prossimità dell'ago (registrata dal sensore *T1*), sono stati costruiti i grafici di figura 4.5.9.

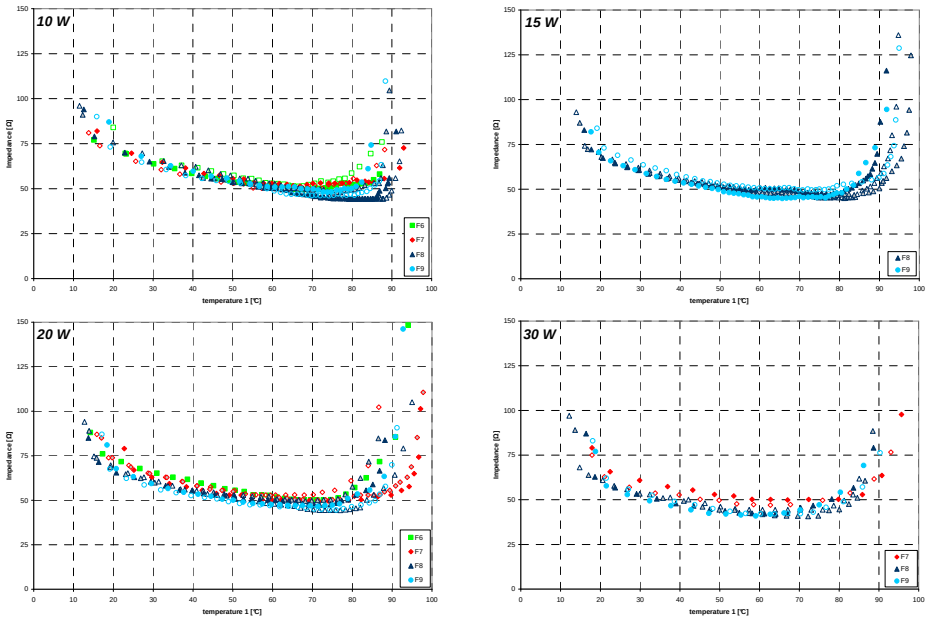


Figura 4.5.9. Curve di impedenza dei campioni in funzione della temperatura registrata dal sensore 1 alle diverse potenze.

Anche da questo tipo di grafici pare che il comportamento dipenda dall'esemplare di tessuto epatico. Ad esempio, alla potenza di 10 W i campioni provenienti dal fegato F11 hanno un'impedenza che sale molto più repentinamente rispetto agli altri campioni.

I grafici confermano che l'aumento repentino di impedenza è connesso al raggiungimento di temperature prossime ai 100 °C in prossimità dell'ago.

4.5.2 Simulazione del fenomeno

Il modello numerico impiegato è del tutto identico a quello descritto nei paragrafi precedenti, tranne che per la scrittura in geometria cilindrica.

Il campo è un cilindro con raggio di 30 mm e altezza di 60 mm: la direzione assiale è uniformemente discretizzata mentre la direzione radiale è discretizzata con spaziatura logaritmica (più fitta in prossimità dell'ago dove vi sono i gradienti di temperatura e tensione maggiori).

La geometria tridimensionale del problema non necessita l'introduzione di predite di calore attraverso le superfici di simmetria; di conseguenza, il modello 3D ha un numero minore di parametri di taratura.

Le simulazioni presentate nel seguito sono ottenute con gli stessi valori dei parametri fisici del tessuto utilizzati per il per il caso bidimensionale piano e assialsimmetrico.

Si sono impiegati due modelli di vaporizzazione (*Modello 1* e *Modello 3*). I parametri del modello di vaporizzazione sono i seguenti.

Modello 1

$c_{pvap} = 100\, c_p$ per $\theta >$ 97 °C

$$\Delta\rho' = \Delta\rho'_{\max}\left(\frac{\theta-\theta_0}{\theta_{\max}-\theta_0}\right)^{.35} \qquad \text{per } \theta_m < \theta < \theta_M$$

in cui

θ_0 = 102÷103 °C

θ_{max} = 110 °C

$\Delta\rho'_{max}$ = 500 Ω m

Modello 2

I parametri del modello sono identici a quelli descritti per il caso piano e 2D assial-simmetrico tranne per il titolo di vapore minimo:

X_{v0} = 0.10÷0.16

4.5.3 Risultati della simulazione

In Figura 4.5.10 sono mostrati i risultati della durata degli esperimenti in funzione della potenza ottenuti con la simulazione numerica.

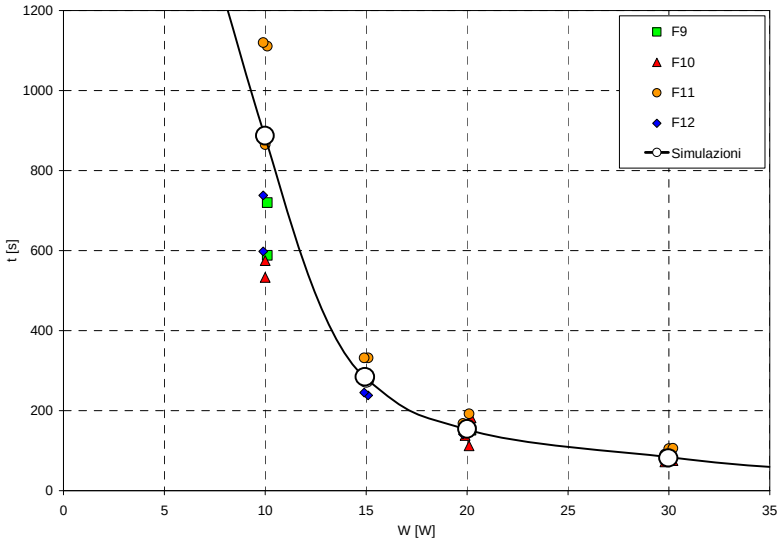


Figura 4.5.10. Durata degli esperimenti 3D in funzione della potenza: confronto tra i risultati sperimentali e numerici.

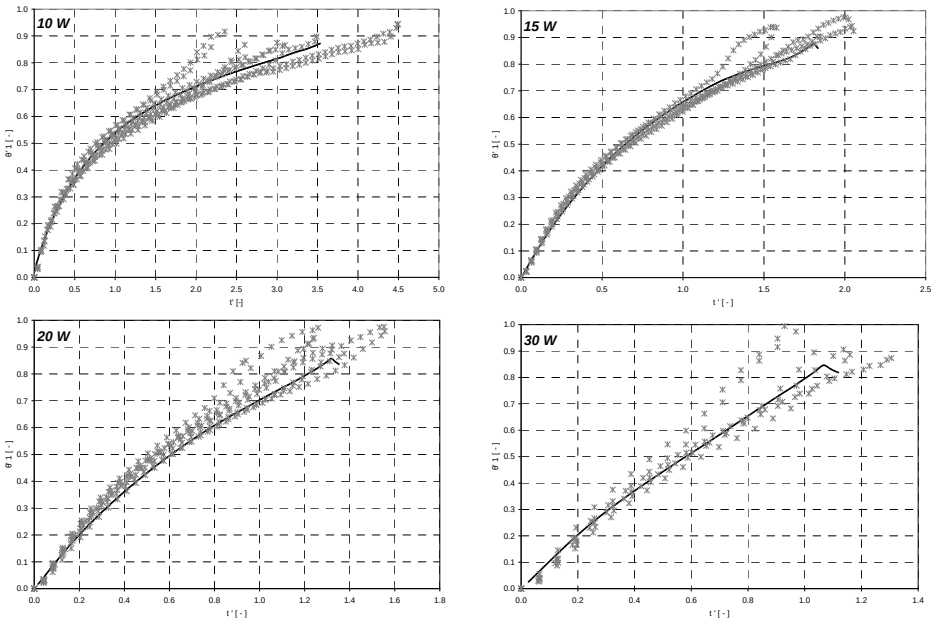


Figura 4.5.11. Curve di riscaldamento adimensionali registrate dal sensore di temperatura 1 alle diverse potenze: confronto tra risultati sperimentali e numerici.

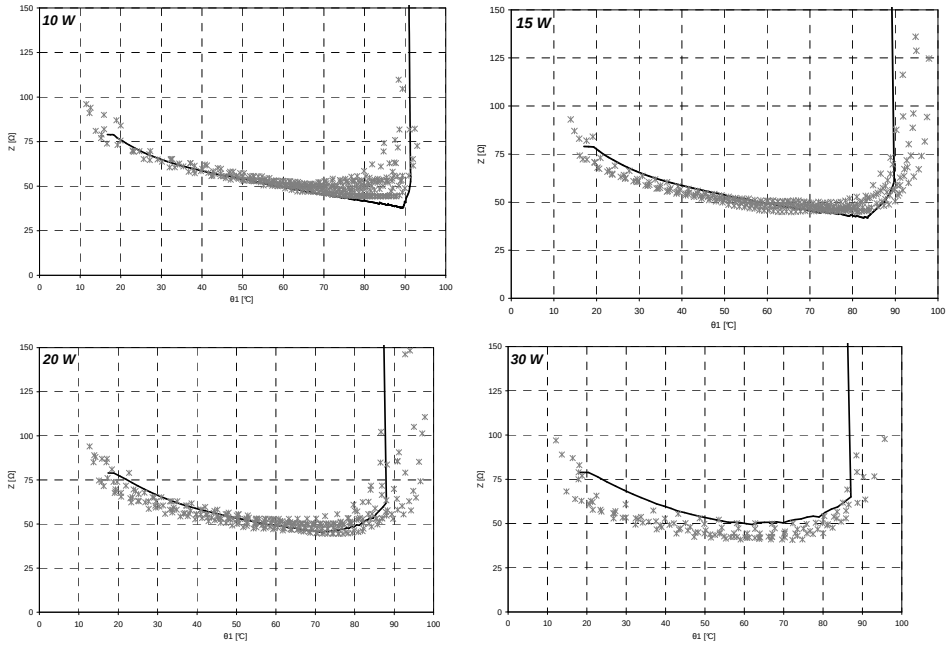


Figura 4.5.12. Curve di impedenza dei campioni in funzione della temperatura registrata dal sensore 1 alle diverse potenze: confronto tra risultati ed esperimenti.

Si può osservare che i risultati interpolano in modo corretto i risultati sperimentali, sia in termini di durata del fenomeno (ossia, di energia depositata), sia in termini di temperature e impedenze simulate.

4.5.4 Osservazioni

Nonostante i tentativi di garantire la maggiore riproducibilità sperimentale, i risultati ottenuti soffrono di una notevole variabilità, sia in termini di durata che di andamento delle curve di riscaldamento e impedenza.

Anche nel caso tridimensionale la simulazione permette di cogliere in modo corretto le caratteristiche del fenomeno nella fase di riscaldamento ed anche nella fase di ebollizione.

I coefficienti del modello di ebollizione hanno necessitato di una leggera correzione per poter descrivere in modo più accurato l'andamento della fase terminale degli esperimenti.

4.6 Osservazioni conclusive

La simulazione è stata affiancata da un'attività di validazione sperimentale con riferimento a situazioni geometricamente semplificate.

In particolare, è stata condotta un'attività sperimentale sistematica accurata su una geometria che si avvicina alle condizioni di applicazione della RFTA: il campo 3D.

I risultati hanno permesso di valutare in modo statistico l'influenza della eterogeneità del tessuto sull'esito della procedura e i conseguenti scostamenti rispetto a un possibile comportamento medio.

La simulazione permette di cogliere in modo corretto le caratteristiche del fenomeno sia nella fase di riscaldamento che nella fase di ebollizione.

Si osserva che il modello non è in grado di prevedere esattamente il risultato di una particolare procedura, che dipende da fattori locali, ma può dare un risultato in grado ci permetterci di capire il comportamento del fenomeno e come può essere influenzato da fattori controllabili come la potenza immessa e la geometria dell'ago elettrodo.

Capitolo 5

Conclusioni e principali problemi aperti

Il lavoro svolto nella presente tesi illustra l'approccio multiphysics allo studio della RFTA, che coinvolge fenomeni legati all'elettromagnetismo, alla conduzione del calore, alla termodinamica, alla chimica e alla biologia.

L'analisi della RFTA è stata possibile impiegando sinergicamente tecniche numeriche e sperimentali.

La sperimentazione ha permesso di osservare e di interpretare i fenomeni coinvolti e giungere alla formulazione del modello concettuale e del modello matematico della termoablazione epatica a radiofrequenza, in grado di descrivere sia la fase di riscaldamento del tessuto che la fase di vaporizzazione ed interruzione della procedura.

L'attività sperimentale ha permesso di definire il comportamento elettrico del tessuto epatico sottoposto a condizioni di riscaldamento del tutto simili a quelle che si manifestano durante la RFTA. Il risultato è innovativo poiché in letteratura non esistono informazioni sull'argomento.

Il modello del comportamento elettrico del tessuto è risultato fondamentale per la corretta simulazione del fenomeno.

Dalle prove elettriche si è desunto che l'angolo di fase pare essere un indicatore del grado di necrosi coagulativa del tessuto.

Gli esperimenti di RFTA in casi 2D assialsimmetrici e 3D eseguiti a diverse potenze si sono rivelati fondamentali per le operazioni di taratura dei parametri e dei coefficienti del modello di vaporizzazione del tessuto.

La modellazione numerica, basata sul modello concettuale e matematico ricavato dall'interpretazione dei fenomeni sperimentali, è stata impiegata per simulare con successo i fenomeni connessi alla RFTA.

Il fenomeno descritto dal modello presenta due fasi distinte: una fase di riscaldamento e una fase di vaporizzazione.

La fase di riscaldamento è quella a cui fa riferimento la letteratura tecnica sulla simulazione numerica della termoablazione epatica. Essa manifesta caratteristiche sensibilmente deterministiche e può essere simulata abbastanza correttamente tenendo conto tuttavia della variabilità intrinseca del tessuto epatico. Il riscaldamento del tessuto è controllato dal calore specifico e dalla conducibilità termica che, almeno in prima approssimazione e dalle misure eseguite, si possono ritenere costanti.

In seconda approssimazione queste quantità aumentano lievemente a partire dal momento in cui, per destrutturazione delle proteine, si forma acqua e vapore entro il tessuto, aumenta la pressione in prossimità dell'ago e si attiva, presumibilmente, un trasporto convettivo di calore verso la periferia della lesione.

La dipendenza della resistività elettrica del tessuto dalla temperatura sembra invece non trascurabile.

La fase di vaporizzazione è più complessa da modellare. Ad essa è connessa l'interruzione del procedimento a causa dell'aumento della resistività in prossimità dell'ago-elettrodo.

Si è descritta l'evoluzione di questa fase facendo riferimento al contenuto di vapore e alla sua diffusione nel tessuto.

Il modello non è in grado di prevedere esattamente il risultato di una particolare procedura, che dipende da fattori locali, ma può permettere di capire il comportamento del fenomeno e l'influenza da fattori controllabili: la potenza immessa, la geometria dell'ago elettrodo e possibili azioni in grado di modificare le proprietà fisiche del fegato.

La modellazione numerica è stata di aiuto anche nella progettazione degli esperimenti, come è accaduto per lo sviluppo della sonda di misura puntuale delle proprietà elettriche.

Ai fini del miglioramento delle prestazioni della tecnica le evidenze sperimentali e i risultati del modello mostrano quanto sia importante la densità di corrente in prossimità dell'ago: alte densità di corrente comportano alte velocità di riscaldamento per effetto Joule.

In queste situazioni, i meccanismi di conduzione e convezione (legati alle caratteristiche intrinseche del tessuto) non permettono di trasferire velocemente il calore in periferia: ne consegue un aumento rapido della temperatura, l'inizio dell'ebollizione e l'interruzione della procedura.

La ricerca di un mezzo o di una tecnica per ridurre l'entità della sorgente termica in prossimità dell'ago-elettrodo (ad esempio, abbassando la resistività

del tessuto) o di trasmettere più efficacemente il calore verso la periferia può essere una possibile soluzione a uno dei limiti della RFTA.

La ricerca, pur essendo un notevole passo avanti rispetto a quanto esposto nella letteratura tecnica, lascia aperte numerose questioni da indagare.

Si è osservato quanto sia complesso misurare le proprietà termiche, soprattutto la conducibilità.

Le cause sono la presenza delle dissipazioni (dovute all'immagazzinamento e alla conduzione nei materiali che costituiscono le camere di misura) che introducono sorgenti termiche negative.

Soprattutto per quanto riguarda la misura della conducibilità termica, anche con strumentazione d'avanguardia risulta difficile instaurare condizioni sperimentali di pressione e velocità di riscaldamento paragonabili a quelle presenti nella RFTA.

Aspetti ancora più importanti non ancora indagati riguardano l'aumento della pressione dovuto all'aumento di temperatura e al formarsi di bolle di gas e vapore. L'aumento di pressione comporta la formazione di un gradiente di pressione che innesca un movimento di liquidi e gas che trasportano con sé calore verso la periferia per convezione.

Il problema consiste nel misurare lo stato di sforzo all'interno del tessuto indotto dalla pressione, che non è possibile misurare con un trasduttore di pressione (in grado di misurare la sola componente isotropa).

Inoltre, non è stata indagata la variazione della porosità efficace e delle proprietà meccaniche del tessuto prima e dopo il riscaldamento: ciò presumibilmente influisce sui meccanismi di trasporto del calore verso la periferia della termolesione.

La migliore conoscenza di questi aspetti può essere fondamentale per descrivere in modo ancora più preciso il procedimento della RFTA e migliorarlo.

Tutto ciò è utile se si pensa all'obiettivo del progetto di ricerca in cui è inserito la presente tesi di dottorato: l'interpretazione dei fenomeni coinvolti nella termoablazione a radiofrequenza allo scopo di migliorarne le performance in termini di tipi e dimensioni di sarcomi trattabili con la RFTA.

Parte II

Flusso turbolento acqua-ossigeno in ambiente confinato e diffusione dell'ossigeno in acqua

Capitolo 6

Flussi turbolenti multifase in ambienti confinati

6.1 Introduzione

Tra le problematiche di maggiore interesse nella gestione degli impianti di trattamento a fanghi attivi delle acque reflue sono sicuramente da considerare quelle connesse alla disuniforme ossigenazione dei comparti biologici. Gli aspetti connessi ad una adeguata fornitura di ossigeno per la componente biotica responsabile della degradazione del substrato organico sono spesso difficilmente risolubili in sede progettuale, specialmente nell'ottica di una progettazione standard che valuta gli effetti legati all'idrodinamica sostanzialmente in fase di verifica (Collivignarelli *et al.*, 1995).

La possibilità di intervenire sulla previsione del comportamento fluidodinamico dei sistemi biologici aerati, sia in fase di verifica, sia in fase di progetto, costituisce un fatto di primario interesse all'interno della ricerca sulla fluidodinamica dei flussi multifase.

L'evoluzione della concentrazione di ossigeno disciolto (OD) nel tempo all'interno del comparto è strettamente connessa alle caratteristiche fluidodinamiche dell'impianto (Cockx *et al.*, 2001), dalle quali dipende il trasporto delle bolle di ossigeno, ed ai processi di dissoluzione dell'ossigeno,

che determinano l'ossigeno effettivamente a disposizione per la degradazione del substrato da parte della biomassa attiva.

La possibilità di intervenire sulla previsione del comportamento fluidodinamico dei sistemi biologici aerati, sia in fase di verifica, sia in fase di progetto, è attualmente possibile attraverso l'impiego degli strumenti messi a disposizione dalla fluidodinamica computazionale (CFD).

Studi sperimentali sull'idrodinamica dei reattori biologici a fanghi attivi avvengono da numerosi anni (Collivignarelli *et al.*, 1979 e 1995; Perona *et al.*, 1998; Guillard *et al.*, 2000) trattando il fenomeno in modo globale attraverso l'uso di traccianti.

La simulazione numerica dell'idrodinamica dei reattori è invece argomento piuttosto recente; essa ha riguardato soprattutto reattori chimici di forma cilindrica (Ranade, 1996; Jayanti, 2001; Patwardhan, 2002; Zughby *et al.*, 2004 e 2005) soffermandosi sull'analisi dei campi di moto in funzione della posizione dei getti; la verifica sperimentale si è basata sull'analisi dei tempi di miscelazione, cioè del tempo impiegato da un tracciante scalare a raggiungere una concentrazione pressoché costante in punti ben definiti all'interno della vasca.

Un'altra serie di simulazioni numeriche riguardanti l'idrodinamica (quindi trascurando l'effetto dell'ossigeno) degli impianti di depurazione è stata svolta su vasche a fanghi attivi (Karama *et al.*, 1999; Wood *et al.*, 1998), flocculatori (Liu *et al.*, 2004), sedimentatori (Ekama *et al.*, 2004) e reattori biologici termofili (Gallati *et al*., 2007) ma senza vere e proprie validazioni dei risultati mediante prove sperimentali. Simulazioni numeriche e validazioni dei campi di moto in vasche e reattori sono state inoltre svolte da Lee *et al.* (2007, 2008), rispettivamente su un modello in scala di una vasca di prima pioggia e su una vasca per la miscelazione di reflui.

Invece, i metodi numerici sviluppati per studiare flussi bifase turbolenti sono numerosi e sostanzialmente suddivisibili in metodi Euleriani-Euleriani (E-E) e in metodi Euleriani Lagrangiani (E-L) (Crowe *et al.*, 1996).

A distinguere i diversi approcci intervengono sostanzialmente le modalità con cui vengono modellate e accoppiate la fase continua e la fase dispersa. Nei metodi E-E non solo la fase continua, ma anche la fase dispersa viene considerata come mezzo pseudo-continuo. Nei metodi E-L la fase continua viene ancora risolta attraverso le equazioni di Navier-Stokes, mentre la fase dispersa viene seguita nel suo moto all'interno del reattore risolvendo per ogni particella discreta l'equazione globale di equilibrio idrodinamico delle forze che agiscono su essa. Il livello basilare di difficoltà comprende i problemi cosiddetti "one–way coupling" nei quali si assume la fase dispersa come semplicemente trasportata dalla fase continua ammettendo trascurabili gli effetti che la fase dispersa esercita sul fluido che la trasporta. Nei problemi di tipo "two-way coupling" si ammette invece che il comportamento delle bolle venga influenzato dal campo di moto, e che esse, a loro volta, influenzino il campo di moto del fluido che le trasporta. I problemi più complessi appartengono, infine, alla categoria "four–way coupling" nei quali vengono presi in considerazione anche gli effetti legati alle interazioni che avvengono all'interno della fase dispersa, come ad esempio i fenomeni di coalescenza e rottura delle bolle.

In letteratura sono scarse le applicazioni della CFD nel caso di vasche miscelate con getti turbolenti. Gli studi condotti da Patwardhan (2002) e Jayanti (2001) valutano l'efficienza di miscelazione di sistemi a getto considerando però la sola fase liquida. Recentemente applicazioni della CFD hanno riguardato modelli in scala (Le Moullec *et al*., 2008; Cockx *et al*., 2001) di sistemi bifase degli impianti di trattamento delle acque reflue, nonché simulazioni su scala reale (Fayolle *et al.*, 2007). Di particolare interesse, ai fini della presente ricerca, è il lavoro condotto da Morchain *et al.* (2000) all'interno del quale si valuta l'effetto di un flusso trasversale sul trasferimento di ossigeno di un getto di aerazione installato in un bacino di grandi dimensioni. Per la valutazione del trasferimento di ossigeno dalle bolle alla fase liquida si considerano separatamente le due fasi e l'equazione di bilancio della concentrazione dell'ossigeno viene risolta trascurando l'interscambio di

quantità di moto tra bolle e acqua, sfruttando il campo di velocità ottenuto ipotizzando moto stazionario.

Il gruppo di ricerca di cui fa parte il candidato sta sviluppando una strategia per analizzare e prevedere l'andamento dell'ossigeno disciolto all'interno di una vasca miscelata da un getto turbolento bifase acqua-ossigeno gassoso.

L'evoluzione della concentrazione di ossigeno disciolto nello spazio e nel tempo è legata ai fenomeni di trasporto convettivo (dovuti al movimento indotto dal getto turbolento) e diffusivo (dovuto ai gradienti di concentrazione di OD all'interno della vasca), oltre agli effetti dovuti alle sorgenti.

Le sorgenti di OD sono sia positive che negative; le sorgenti positive sono dovute al trasferimento di materia tra la fase gassosa (l'ossigeno in bolle) e la fase disciolta in acqua. La sorgente negativa è dovuta alla presenza dell'interfaccia acqua-atmosfera presente al di sopra della vasca.

Il presente capitolo intende presentare i fondamenti teorici necessari per lo sviluppo del modello concettuale e numerico elaborato per analizzare il caso di studio. La vasca con getti turbolenti bifase non è altro che un particolare tipo di vasca di ossidazione a fanghi attivi presente all'interno di un processo di trattamento biologico dei reflui.

Si introducono brevemente alcuni aspetti alla base del comportamento idrodinamico del sistema, ossia i getti turbolenti e le azioni dinamiche che agiscono sulle bolle presenti nel getto turbolento bifase.

In seguito si descrivono i modelli di trasferimento di ossigeno tra la fase gassosa e la fase disciolta in acqua.

Successivamente si descrivono brevemente le leggi della diffusione.

Nell'ultimo paragrafo si descrive la strategia adottata nell'analisi del fenomeno e il contenuto dei capitoli successivi.

6.2 Idrodinamica dei getti turbolenti

Lo studio dei getti turbolenti tridimensionali è da lungo tempo oggetto di studio in ambito fluidodinamico (Rajaratnam, 1976); per gli scopi del presente

lavoro, rivestono particolare rilievo le analisi sui getti circolari di parete (Rajaratnam *et al.*, 1974) e il cui asse sia sollevato dalla parete piana di un determinato offset (Davis *et al.*, 1980); i risultati di tali studi confermano che le scale di velocità in asse al getto e di larghezza del getto sono inversamente proporzionali alla distanza dall'ugello e che i profili di velocità adimensionalizzati ortogonali e paralleli a parete sono sovrapponibili. Davis e Winarto, in particolare, mostrano che i getti di parete, tra la zona di completa generazione e il punto in cui la scala delle lunghezze interferisce col fondo, si comportano come un getto libero.

Scarse conoscenze si hanno a proposito di getti confinati. Studi di Ayukawa *et al.* (1976) e Shakouki *et al.* (1982 e 1986) hanno investigato il comportamento nel tempo di getti confinati lateralmente e frontalmente, ricavandone informazioni sulla periodicità nell'oscillazione in funzione del rapporto con le distanze tra ugello e pareti. Ulteriori studi sulla periodicità dei getti turbolenti piani posti in cavità sono stati svolti da Mataoui *et al.* (2003) mediante l'esecuzione di misure sperimentali in aria con anemometro a filo caldo e di simulazioni numeriche a volumi finiti con due diversi modelli di turbolenza k-ε.

6.3 Azioni dinamiche sulla bolla

La valutazione delle azioni dinamiche sulla bolla è di fondamentale importanza in quanto dalle forze che agiscono sulla bolla dipende sia il il processo di trasporto delle bolle all'interno dell'acqua sia il processo di diffusione dell'ossigeno (legato al tempo di residenza delle bolle all'interno del liquido).

Il bilancio delle forze (equilibrio dinamico; Fayolle, 2006) a cui è soggetta una generica bolla dispersa nel liquido ($\boldsymbol{F}$, in Newton) è:

$$\mathbf{F} = \mathbf{G} + \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_{MA} \tag{6.3.1}$$

dove

$\boldsymbol{G}$ è la forza di galleggiamento;
$\boldsymbol{F_R}$ è la forza di resistenza;
$\boldsymbol{F_L}$ è la portanza;
$\boldsymbol{F_B}$ è la forza di Basset;
$\boldsymbol{F_{MA}}$ è la forza di massa aggiunta.

La forza di portanza (o di *lift*) è la componente di forza fluidodinamica perpendicolare al moto. Agisce su qualsiasi oggetto immerso in un fluido ed è generata dalla differenza di pressione tra la superficie inferiore e superiore del corpo. Nel caso di particelle sferiche, nelle quali si verifica una condizione di simmetria geometrica, la portanza è assente.

La forza di Basset è dovuta all'accelerazione relativa tra la bolla ed il liquido; questo fenomeno comporta un ritardo nello sviluppo dello strato limite quindi una forza contraria al moto. In assenza di forti accelerazioni sulla bolla, la forza di Basset si può ritenere trascurabile.

La forza di massa aggiunta è il peso aggiuntivo al sistema dovuto al fatto che un corpo, accelerando o decelerando, deve muovere parte del fluido che lo circonda.

Non tutte le forze precedentemente elencate assumono la medesima importanza all'interno del bilancio dinamico eseguito sulla bolla all'interno della configurazione sperimentale adottata. In modo particolare, la forza di Basset, la forza di massa aggiunta e la portanza possono essere trascurate.

Imponendo l'equilibrio ($\boldsymbol{F} = 0$) e trascurando i contributi delle forze di scarso interesse pratico, l'equazione che esprime l'equilibrio dinamico di una singola bolla per la configurazione sperimentale adottata è la seguente:

$$\mathbf{G} + \mathbf{F}_R = 0 \tag{6.3.2}$$

Di seguito si descrive il metodo con cui sono state modellate le due forze.

6.3.1 Forza di galleggiamento

La forza di galleggiamento (diretta verso l'alto) rappresenta l'azione netta che agisce sulla bolla per effetto del suo peso:

$$G = \forall_b \; g \left(\rho_l - \rho_g \right) \tag{6.3.3}$$

dove

$\forall_b$ è il volume della bolla (in metri cubi);

g è l'accelerazione gravitazionale (in metri al secondo quadrato);

ρ_l è la densità del liquido (in kilogrammi su metro cubo);

ρ_g è la densità del gas (in kilogrammi su metro cubo).

6.3.2 Forza di resistenza

La forza di resistenza è causata dalla non uniformità della distribuzione degli sforzi sulla superficie della bolla (pressioni e sforzi viscosi). La forza di resistenza è diretta in senso opposto al moto ed è originata dalla variazione della direzione che le particelle fluide subiscono a causa della presenza di un oggetto (in questo caso la bolla) immerso nel fluido. L'oggetto costringe i filetti fluidi ad una deviazione della loro traiettoria, ciò implica un cambiamento di velocità con conseguente accelerazione e quindi la nascita di una forza.

La forza di resistenza è comunemente espressa dalla seguente formula:

$$F_R = \frac{1}{2} C_D \; \rho_l \; A_b \; V^2 \tag{6.3.4}$$

dove

C_D è il coefficiente di resistenza (adimensionale);

A_b è l'area della proiezione della bolla in direzione ortogonale al moto (in metri quadrati);

V è la velocità della bolla (in metri al secondo).

Il valore del coefficiente di resistenza dipende, in prima approssimazione, dal numero di Reynolds della bolla e quindi dalla sua velocità e dal suo diametro (d_b, in metri), essendo:

$$\mathrm{Re} = \frac{V\,d}{\nu} \tag{6.3.5}$$

in cui υ è la viscosità cinematica del liquido (in metri quadrati al secondo).

Il coefficiente di resistenza si ricava mediante la relazione di Stokes, descritta dall'abaco di figura 6.3.1.

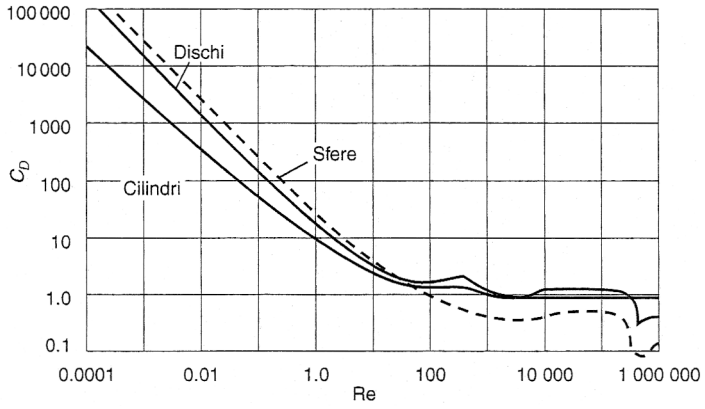


Figura 6.3.1. Coefficiente di resistenza (C_d) in funzione del numero di Reynolds (*Re*) dell'oggetto (fonte: Metcalf *et al.*, 2005).

Nel caso di bolle gassose (quindi deformabili) disperse all'interno del fluido il problema è ulteriormente complicato dal fatto che le bolle possono non avere una forma esattamente sferica, oppure possono incrementare la loro resistenza per effetto degli inquinanti che si accumulano sulla loro superficie; inoltre, il diametro varia nel tempo per effetto del trasferimento di ossigeno così come la velocità del fluido spesso varia da punto in modo non uniforme.

6.4 Meccanismi di trasferimento di materia

In presenza di un gradiente di concentrazione all'interno di una miscela composta da due o più fluidi, si instaura un flusso in grado di ridurre il gradiente di concentrazione: questo fenomeno è detto *trasferimento di materia*.

L'evoluzione della concentrazione dell'ossigeno disciolto in ogni punto di un sistema a fanghi attivi è composto da due meccanismi di trasferimento di materia: il primo, basato sulla diffusione e la convezione dell'ossigeno disciolto all'interno del liquido; il secondo, basato sul passaggio (attraverso un'interfaccia) dell'ossigeno dalla fase gassosa (sotto forma di bolle) alla fase disciolta nel liquido.

6.4.1 La legge di Henry

La legge di Henry definisce la concentrazione di una specie gassosa disciolta in un liquido all'equilibrio.

L'ossigeno, l'azoto, l'ossido di azoto, l'idrogeno e l'ossido di carbonio in acqua si possono considerare gas poco solubili.

A temperatura costante e all'equilibrio, la quantità di un gas poco solubile disciolta in un dato volume di liquido è proporzionale alla pressione parziale del gas nella fase gassosa (p_p, in atmosfere) a contatto con la soluzione:

$$x_g = \frac{1}{H} p_p \tag{6.4.1}$$

dove

H è la costante di Henry (in atmosfere);

x_g è la frazione molare di gas disciolta nel liquido all'equilibrio (in moli di gas su moli di gas e liquido)

$$x_g = \frac{n_g}{n_l + n_g} \tag{6.4.2}$$

in cui n_g sono il numero di moli della specie gassosa disciolta e n_l sono il numero di moli di liquido.

La concentrazione di saturazione, o di equilibrio (in milligrammi su kilogrammo) per gas poco solubili ($n_g << n_l$) è:

$$c_{sat} = x_g \frac{MM_g}{MM_l} 10^6 \tag{6.4.3}$$

in cui MM_g e MM_l sono le masse molari, rispettivamente, della fase gassosa e liquida (in grammi su mole).

La legge vale anche per le miscele, come l'aria.

Per quanto concerne l'ossigeno in acqua pura, la costante di Henry a 20 °C è 41100 atm (Metcalf *et al.*, 2005); ne consegue che la concentrazione a saturazione dell'ossigeno puro in acqua alla pressione di 1 atm vale 43.3 mg/l, mentre in acqua a contatto con l'atmosfera vale 9.07 mg/l.

La costante di Henry dipende dalle specie interessate, dalla temperatura e dalla purezza delle specie. Ad esempio, la presenza di sali all'interno del solvente e le alte temperature diminuiscono la concentrazione a saturazione del gas.

La correzione della costante di Henry in funzione della temperatura può essere calcolata mediante la relazione di Van't Hoff-Arrhrenius (Metcalf *et al.*, 2005):

$$\log_{10} H = -\frac{A}{\theta} + B \tag{6.4.4}$$

in cui A e B sono due coefficienti di natura empirica. Per l'ossigeno in acqua pura valgono A = 595.27 e B = 6.644.

6.4.2 Trasferimento di materia nella fase liquida

In acqua ferma, il trasferimento di materia è dovuto al movimento molecolare casuale causato dall'agitazione termica e dai moti browniani (Coulson *et al.*, 1965).

Si consideri un liquido in quiete che contiene una specie disciolta. In condizioni stazionarie, il flusso della specie dovuto alla diffusione molecolare si ricava dalla prima legge di Fick:

$$q = -D_m \frac{\partial c}{\partial x} \tag{6.4.5}$$

in cui

q è il flusso di massa della specie disciolta (in kilogrammi su metro quadrato al secondo);

D_m è la diffusività molecolare della specie disciolta nel liquido (in metri al quadrato su secondo);

c è la concentrazione della specie A (in kilogrammi su metro cubo);

x è la direzione di diffusione (in metri).

La struttura dell'equazione è analoga al fenomeno diffusivo del calore descritto dalla legge di Fourier (1.5.1).

La diffusività è una proprietà fisica della coppia specie diffusa-specie diffondente e risulta essere funzione della pressione, della temperatura e della composizione.

La diffusività molecolare di soluzioni non elettrolitiche a bassa concentrazione si può valutare in modo approssimato mediante la seguente formula empirica (Coulson *et al.*, 1965):

$$D_m = 7.7\ 10^{-14} \frac{\theta_K}{\mu \left(\forall_{mg}^{1/3} - \forall_0^{1/3} \right)} \tag{6.4.6}$$

in cui

θ_K è la temperatura assoluta (in gradi Kelvin);

μ è la viscosità del liquido (in poise);

$\forall_0$ è un coefficiente, che per l'acqua vale 8.0;

$\forall_{mg}$ è il volume molecolare della specie gassosa (in centimetri cubi al grammo). Il volume molecolare è il volume occupato da 1 g di specie allo stato liquido alla temperatura di ebollizione. Per l'ossigeno vale 0.231÷0.375 cm³/g a seconda delle sostanze con cui si trova a contatto.

La diffusività molecolare dell'ossigeno in acqua pura ricavata da esperimenti a 20 °C è di $1.80\ 10^{-9}$ m²/s; non molto diversa quella ottenuta mediante la (6.4.6): $1.63 \div 1.76\ 10^{-9}$ m²/s.

Nel caso di turbolenza, la diffusività turbolenta (D_t) si aggiunge a quella di tipo molecolare:

$$q = -(D_m + D_t)\frac{\partial c}{\partial x} \tag{6.4.7}$$

In condizioni non stazionarie, l'equazione del trasferimento di materia in assenza di sorgenti diventa:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial c}{\partial x}\right) \tag{6.4.8}$$

ed è detta seconda legge di Fick. D è la diffusività.

6.4.3 Trasferimento di materia attraverso un'interfaccia

Tutto quanto detto finora vale per trasferimenti di materia all'interno di una singola fase. Nel caso oggetto di studio, inizialmente l'ossigeno gassoso e l'ossigeno disciolto si trovano in due fasi diverse separate da un'interfaccia. Se

la concentrazione dell'ossigeno nelle due fasi è diversa, si instaura un gradiente; di conseguenza avviene un trasferimento di ossigeno attraverso l'interfaccia.

Esistono numerosi modelli che descrivono il trasferimento di massa attraverso l'interfaccia; tra i più importanti si annoverano il modello:

- del doppio film, proposto da Lewis e Whitman (1924);
- della penetrazione, proposto per la prima volta da Higbie (1935).

6.4.3.1 Modello del doppio film

Il modello del doppio film di Lewis e Whitman ipotizza che la resistenza al trasferimento sia tutta contenuta in un sottile strato prossimo all'interfaccia. All'interfaccia si instaura un flusso laminare per un certo spessore L_1 e L_2; al di fuori di esso, ossia nelle due fasi distinte (una liquida e una gassosa), dette *bulk*, si mantiene una situazione di turbolenza che consente di avere concentrazione omogenea. Il gradiente di concentrazione è descritto dalle linee ABC e DEF di figura 6.4.1.

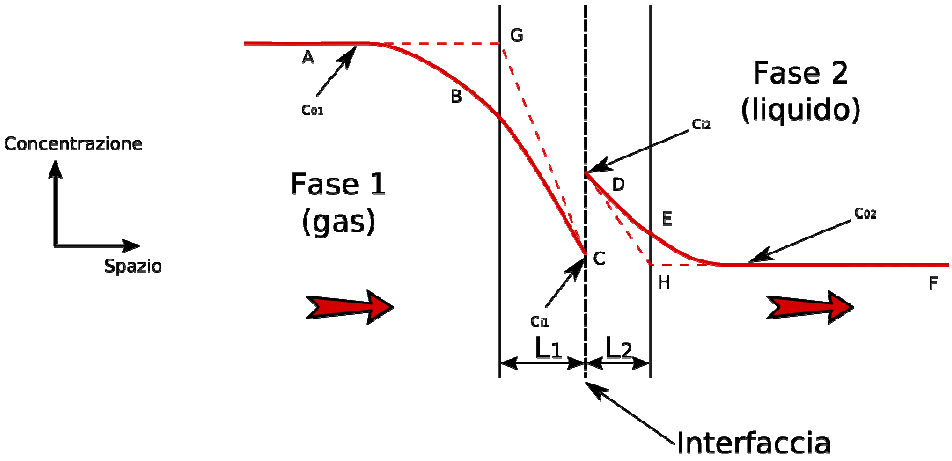


Figura 6.4.1. Rappresentazione schematica dell'andamento delle concentrazioni della fase 1 in prossimità dell'interfaccia secondo il modello del doppio film.

Nel modello del doppio film il trasferimento di materia attraverso l'interfaccia è ipotizzato come un flusso stazionario di diffusione molecolare,

come descritto dalla prima legge di Fick. Il gradiente di concentrazione è assunto lineare nei due strati laminari (tratto GC e DH) e nullo all'interno delle due fasi distinte (tratto AG e HF).

Si assume inoltre che all'interfaccia non vi sia accumulo di materiale: di conseguenza, il flusso di massa tra bulk 1 e interfaccia (F_{1i}) e tra interfaccia e bulk 2 (F_{i2}) è identico. È quindi possibile scrivere:

$$F_{12} = D_1 \frac{\left(c_{01} - c_{i1}\right)}{L_1} = D_2 \frac{\left(c_{i2} - c_{02}\right)}{L_2} \tag{6.4.9}$$

in cui

F_{12} è il flusso di materia attraverso l'interfaccia;

D_1 e D_2 sono le diffusività che regolano il trasferimento nello strato laminare 1 e 2;

L_1 e L_2 sono gli spessori dei due strati laminari;

C_{01} è la concentrazione di gas nel bulk 1;

C_{02} è la concentrazione di gas nel bulk 2;

C_{i1} è la concentrazione di gas all'interfaccia nella fase 1;

C_{i2} è la concentrazione di gas all'interfaccia nella fase 2.

Il rapporto D/L è detto coefficiente di trasferimento di massa (k).

Per specie gassose scarsamente solubili (come ossigeno, azoto e anidride carbonica in acqua) la resistenza al trasferimento di materia è causata dal film liquido; il flusso di massa (F) è quindi possibile scriverlo come:

$$F = K_l \left(c_{ig} - c_{0l}\right) \tag{6.4.10}$$

in cui

K_l è il coefficiente di trasferimento di massa globale, in grado di tenere conto dei due coefficienti di trasferimento di massa k_l e k_g;

c_{ig} è la concentrazione del gas all'equilibrio all'interfaccia, calcolata mediante la (6.4.2) e la (6.4.3), conoscendo la pressione parziale del bulk gassoso e la costante di Henry;
c_{0l} è la concentrazione della specie gassosa disciolta nel bulk liquido.

La relazione (6.4.10) è valida sia nel caso di trasferimento di gas dalla fase gassosa a quella liquida che viceversa.

Tale modello risulta però di difficile applicazione nel caso di bolle gassose che si dissolvono in acqua a causa della forte difficoltà nella stima di K_l (Metcalf *et al.*, 2005).

6.4.3.2 Modello della penetrazione

Nella teoria della penetrazione il trasferimento di massa avviene per mezzo di particelle che, mediante la turbolenza, vengono spinte verso l'interfaccia per un tempo definito per poi ritornare all'interno del bulk.

Il flusso di massa, specializzato per il trasferimento tra specie gassosa e liquida, è:

$$F = 2\sqrt{\frac{D_m}{\pi\, t_c}}\left(c_{ig} - c_{0l}\right) \tag{6.4.11}$$

in cui t_c è il tempo di contatto (in secondi).

La formulazione classica (ricavata da esperimenti con bolle in ascensione libera) prevede che il tempo di contatto sia calcolato mediante la seguente espressione:

$$t_c = \frac{d}{V} \tag{6.4.12}$$

dove
d è il diametro della bolla (in metri);

V è la velocità di risalita della bolla all'interno del liquido (in metri al secondo), abitualmente intesa come la velocità terminale di risalita.

Esistono altre formulazioni che consentono di stimare il tempo di contatto (Alves *et al.*, 2006); ad esempio:

$$t_c = \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \tag{6.4.13}$$

in cui

ν è la viscosità cinematica del liquido (in metri quadrati al secondo);

ε è la dissipazione dell'energia cinetica turbolenta (in metri quadrati al secondo cubo).

La principale differenza che intercorre tra le due espressioni risiede nel fatto che mentre nella prima espressione il tempo di contatto è largamente influenzato dal diametro della bolla, nella seconda espressione dipende sostanzialmente dalla dissipazione dell'energia cinetica turbolenta.

6.4.3.3 Osservazioni sui modelli di trasferimento della materia

I due modelli esposti mostrano due modi per definire il coefficiente di trasferimento globale.

La portata massica di ossigeno q (in kilogrammi al secondo) si ottiene moltiplicando il flusso di massa per l'area di scambio A:

$$q = FA = AK_l\left(c_{ig} - c_{0l}\right) \tag{6.4.14}$$

Si introduce l'area specifica di scambio (o area interfacciale specifica; a in metri^{-1}), definita come:

$$a = \frac{A}{\forall_l} \tag{6.4.15}$$

in cui $\forall_l$ è il volume di liquido all'interno del quale ha luogo l'incremento di concentrazione a causa della presenza di un'interfaccia di area A.

Impiegando la (6.4.14) e la (6.4.15) si ricava la portata di trasferimento per unità di volume (*f*, in kilogrammi su metro cubo secondo):

$$f = \frac{q}{\forall_l} = K_l a \left(c_{ig} - c_{0l}\right) \tag{6.4.16}$$

Il coefficiente $K_L\, a$ è noto come coefficiente volumetrico di trasferimento di massa (in secondi^{-1}). Tale parametro assume discreta importanza dal punto di vista pratico in quanto viene spesso determinato e utilizzato al posto del coefficiente globale di trasferimento di massa.

Dalla (6.4.16) si possono individuare tre parametri che condizionano il trasferimento di massa:

- l'area interfacciale specifica (*a*);
- il coefficiente globale di trasferimento di massa nel liquido (K_L), che dipende dalle caratteristiche chimico-fisiche del liquido e della specie gassosa;
- la differenza di concentrazione tra il bulk liquido ed il bulk gassoso all'equilibrio; esso può aumentare a seguito dell'aumento della pressione parziale all'interno del bulk gassoso (nel nostro caso, iniettando ossigeno puro invece di aria) oppure a seguito della diminuzione della concentrazione di ossigeno disciolto nel bulk liquido. Quest'ultimo aspetto è soddisfatto all'interno delle vasche biologiche degli impianti a fanghi attivi, in quanto l'ossigeno introdotto viene utilizzato dalla biomassa presente per la degradazione del substrato.

6.4.3.4 Modellazione dell'area interfacciale specifica

L'area interfacciale specifica dipende dalla quantità, dalla dimensione e dalla forma delle bolle presenti nel volume liquido considerato.

Nei sistemi di aerazione si possono osservare bolle approssimabili a sfere o ellissoidi.

Nel caso di bolle sferiche una prima stima dell'area interfacciale specifica (Fayolle, 2006) è data dalla seguente espressione:

$$a = \frac{6\,\alpha_G}{d_s\,(1-\alpha_G)} \tag{6.4.17}$$

in cui

α_G è l'*hold-up* gassoso, la frazione gassosa per unità di volume della miscela in cui avviene il trasferimento di massa;

d_s, diametro medio di Sauter delle bolle (in metri). Il diametro medio di Sauter delle bolle viene impiegato per rappresentare la distribuzione di bolle mediante un unico diametro. Rappresenta il diametro di una sfera avente lo stesso rapporto volume su superficie di una distribuzione di bolle (Mc Ginnis, 2002) e può essere calcolato mediante la seguente espressione:

$$d_s = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i^3}{\sum_{i=1}^{n} d_i^2} \tag{6.4.18}$$

dove

d_i è il diametro della singola bolla;

n è il numero di bolle totali.

Nel caso di bolle ellissoidali è possibile correggere la (6.4.18) moltiplicando l'area interfacciale specifica per un opportuno coefficiente di forma (Cockx, 1997).

6.5 Modello concettuale

Dal punto di vista fluidodinamico si è deciso di analizzare il caso dei sistemi a getto per la dissoluzione dell'ossigeno sviluppando un modello:

- euleriano che descrive il campo di moto dovuto al flusso turbolento monofase (liquido) all'interno di un ambiente confinato;
- lagrangiano che descrive il movimento delle bolle di ossigeno immesse nell'ambiente confinato influenzato dal campo di moto precedentemente caratterizzato mediante il modello euleriano. Il moto delle bolle è influenzato dalle forze di resistenza e di galleggiamento.

Per quanto concerne i fenomeni di trasferimento di massa, il modello considera i fenomeni di diffusione legati alla differenza di concentrazione di ossigeno disciolto all'interno della vasca (leggi di Fick) e al trasporto convettivo influenzato dal campo di moto.

L'ossigeno giunge in vasca in forma gassosa mediante le bolle iniettate. Attraverso l'interfaccia bolle-liquido avviene il passaggio da ossigeno gassoso a ossigeno disciolto. Per descrivere il fenomeno pare opportuno impiegare il modello della penetrazione.

Un'altra interfaccia attraverso cui avviene scambio è la superficie libera della vasca; a seconda dei casi, il trasferimento di ossigeno può essere dall'atmosfera al liquido (quando la concentrazione di OD in acqua è inferiore alla concentrazione di saturazione) o dal liquido all'atmosfera (quando la concentrazione di OD in acqua è superiore alla concentrazione di saturazione).

Nel caso in cui il liquido fosse un fango di depurazione, si dovrebbe tenere conto anche della biomassa che consuma ossigeno disciolto.

6.6 Osservazioni conclusive

Dall'analisi del materiale raccolto in letteratura relativo alle dinamiche del processo di trasferimento di massa emerge la complessità della sua modellazione.

I sistemi a getto per la dissoluzione dell'ossigeno hanno condizioni operative diverse rispetto a quelle studiate in letteratura (solitamente colonne di aerazione). Tra le principali differenze vi sono:

- l'impossibilità di definire una direzione prevalente del moto delle bolle; infatti, le bolle hanno una direzione influenzata dal flusso indotto dal getto e dalle forze di galleggiamento; ciò comporta una maggiore difficoltà nella stima delle forze agenti sulla bolla e nella stima del coefficiente di trasferimento di massa, legato al tempo di contatto tra la fase liquida e la bolla;
- un campo di velocità non omogeneo, che rende difficile la scelta del modello di trasferimento di materia più adatto; infatti, non è chiara una soglia di separazione tra l'uso dei diversi modelli di trasferimento (alcuni basati sul livello di turbolenza, altri legati alla dimensione e alla velocità delle bolle).
- la difficoltà di determinare un hold-up gassoso in modo chiaro e univoco, visto che la distribuzione di bolle all'interno della colonna d'acqua non è omogenea.

Per analizzare il caso dei sistemi a getto per la dissoluzione dell'ossigeno si è deciso di sviluppare un modello E-L "one-way coupling" in cui il campo di moto stazionario all'interno della vasca, ottenuto attraverso un codice di calcolo ai volumi finiti, è impiegato per risolvere l'equazione di bilancio della concentrazione di ossigeno trasferito dalle bolle al fluido.

Questo modello pone le basi per la caratterizzazione di impianti di trattamento di reflui a fanghi attivi mediante getti turbolenti multifase refluo-ossigeno iniettato.

Il modello numerico è stato sviluppato e i risultati validati impiegando misure sperimentali ottenute su un modello fisico presente nel laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale.

Si osserva che lo sviluppo del modello necessita di una serie di misure sperimentali atte a:

- disporre di condizioni al contorno per il modello numerico, come:
  - la portata liquida del getto turbolento;
  - la portata gassosa di ossigeno in bolle iniettata nel sistema;
  - la distribuzione dimensionale delle bolle legata alla portata gassosa iniettata nel sistema, indispensabile per la modellazione del meccanismo di trasferimento di massa.

  In questa categoria di attività si annovera anche la descrizione della geometria del problema.
- validare i risultati del modello numerico euleriano (misure di profili di velocità e misure di energia cinetica turbolenta);
- validare i risultati del modello lagrangiano (misure dell'evoluzione dell'ossigeno disciolto in diversi punti della vasca a diversi istanti dall'inizio della iniezione dell'ossigeno gassoso).

Nei capitoli successivi saranno descritti i procedimenti e i risultati ottenuti per ciascuno degli aspetti illustrati.

Il Capitolo 7 riguarderà l'analisi del campo idrodinamico mediante misure sul modello fisico e simulazioni con il modello euleriano; il Capitolo 8 espone la tecnica individuata per ottenere la distribuzione dimensionale delle bolle. Nel Capitolo 9 verranno descritti i risultati ottenuti da una prova sperimentale di ossigenazione svolta sul modello fisico; i dati saranno impiegati per validare i risultati del modello numerico.

Capitolo 7

Analisi idrodinamica

7.1 Introduzione

Negli impianti chimici in generale, conoscere l'aspetto idrodinamico può essere importante poiché può permettere di evitare o risolvere problemi impiantistici.

In particolare, negli impianti di depurazione a fanghi attivi l'aspetto idrodinamico è importante per definire l'efficienza complessiva del sistema a fanghi attivi, in quanto permette di determinare:

- la presenza di volumi morti, ovvero di zone di ricircolo in cui il flusso di fango ossigenato non raggiunge la biomassa, che riducono le porzioni della vasca utili al trattamento;
- la presenza di by-pass, dovuti ad un posizionamento reciproco non ottimale dei punti di aspirazione del fango per il ricircolo e del punto di uscita del refluo.

Ciò può portare una parte dei fanghi ad uscire dalla vasca avendo subito un trattamento incompleto.

In questo capitolo si descrivono i risultati dell'approccio utilizzato per lo studio del comportamento idrodinamico del modello fisico di impianto di

depurazione a fanghi attivi miscelato mediante getti turbolenti presente nel laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale dell'Università di Pavia.

L'obiettivo del capitolo è descrivere il metodo numerico-sperimentale con cui si è determinato il campo di velocità e di energie cinetiche turbolente in grado di descrivere il comportamento idrodinamico dell'acqua all'interno del modello fisico.

Il campo di velocità è stato ottenuto mediante la simulazione numerica di tipo euleriano con un codice di calcolo ai volumi finiti.

I risultati del codice sono stati validati attraverso misure sperimentali, costituite da profili di velocità e di energia turbolenta, eseguite con un velocimetro ad ultrasuoni che sfrutta l'effetto Doppler (ADV, *Acoustic Doppler Velocimeter*) in grado di misurare simultaneamente le tre componenti di velocità nello spazio in un punto del campo di moto.

7.2 Apparato sperimentale

Il sistema sul quale è stata condotta la sperimentazione è composto da una vasca in plexiglas di dimensioni (Lunghezza x Larghezza x Altezza) di 1.80x0.80x0.90 m (figura 7.2.1).

L'impianto di ricircolo è un modello in scala di un prodotto commerciale (Sapio "Oxy-Dep"): è costituito da una pompa, un condotto di alimentazione e un ugello (figura 7.2.2).

La vasca è parzializzata mediante un setto di plexiglas che permette di ridurre l'influenza dell'aspirazione della pompa sul campo di moto indotto dal getto uscente dall'ugello.

La configurazione impiegata è descritta in figura 7.2.3.

Figura 7.2.1. Foto del modello fisico di impianto di depurazione impiegato negli esperimenti costituito da una vasca e da un sistema pompa-ugello per il ricircolo dell'acqua.

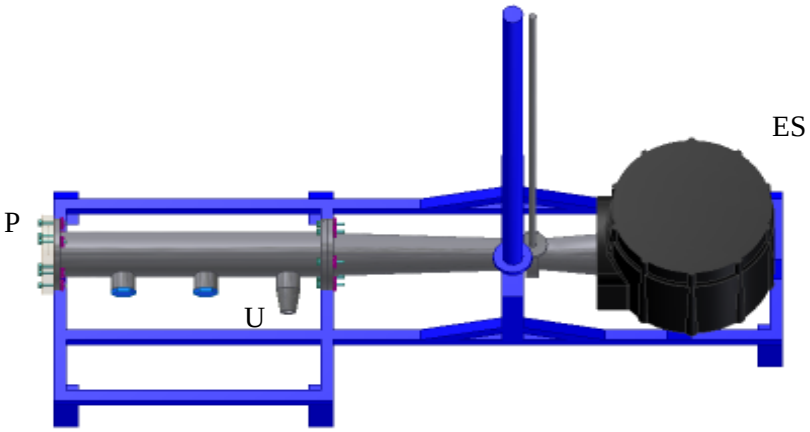
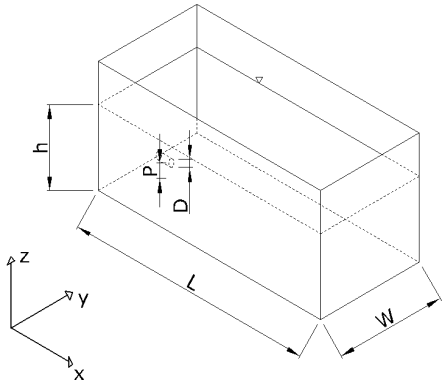


Figura 7.2.2. Sistema di ricircolo pompa-ugello (ES: elettropompa sommersa; U: ugello; P: flangia in plexiglas con presa di pressione).



Legenda
L: lunghezza vasca (1.800 m)
W: larghezza vasca disponibile (0.600 m)
h: tirante idrico (0.600 m)
P: quota asse ugello (0.086 m)
D: diametro ugello (0.0085 m)

Figura 7.2.3. Schema dell'impianto e sistema di riferimento impiegato.

La configurazione del sistema fa sì che l'asse dell'ugello si trovi in mezzeria rispetto alla larghezza della vasca ($y_u = 0.300$ m) e ad un'ascissa pari a $x_u = 0.140$ m.

D'ora in poi le distanze dall'ugello lungo l'ascissa x saranno definite con il simbolo x':

$$x' = x - x_u \tag{7.2.1}$$

7.3 Misure sperimentali

7.3.1 Misure di portata

La portata è stata misurata indirettamente mediante misure di pressione effettuate nel condotto di alimentazione dell'ugello, attraverso un trasduttore di pressione piezoresistivo collegato ad una scheda di acquisizione NI USB-6008 (Appendice A). L'accuratezza delle misure di portata è stimata nell'1% del valore di fondo scala, pari a 0.05 l/s.

Il risultato ottenuto è stato confermato anche mediante un metodo volumetrico impiegando un contenitore, una bilancia ed un cronometro (Appendice H).

La portata ottenuta è di 0.54 l/s.

La velocità media uscente dall'ugello è quindi di $U_0 = 9.5$ m/s, a cui corrisponde un numero di Reynolds di circa $8.08\ 10^4$: si tratta quindi di un getto con un livello di turbolenza medio.

7.3.2 Misure di velocità puntuali

Le misure di velocità puntuali sono state effettuate utilizzando un velocimetro ADV Nortek 10 MHz in grado di acquisire ad una frequenza massima di campionamento di 25 Hz le tre componenti di velocità nello spazio mediante un software dedicato (Appendice I).

I dati acquisiti sono stati elaborati al fine di ottenere media (u,v,w) e deviazione standard (s_x, s_y, s_z) delle velocità puntuali. Utilizzando la deviazione standard sono stati eseguiti i calcoli dell'energia turbolenta (k):

$$k = \frac{1}{2}\left(s_x^2 + s_y^2 + s_z^2\right) \tag{7.3.1}$$

Prima di eseguire le vere e proprie misure, si è verificata la stazionarietà del getto installando il velocimetro in asse al getto nella posizione (x,y,z) = (0.970, 0.300, 0.086) m e campionando la velocità per un periodo di 30'.

Eseguendo un'analisi in frequenza mediante la trasformata di Fourier si è ottenuto un picco (moderato) alla frequenza di 1/60 Hz. Si è quindi deciso di considerare il getto stazionario e di scegliere un periodo di campionamento delle velocità dieci volte maggiore del periodo di oscillazione (600 s).

Sono stati eseguite misure di velocità lungo due profili passanti per l'asse dell'ugello descritti in tabella 7.3.1. In seguito sono mostrati i risultati.

Tabella 7.3.1. Posizione profili di velocità eseguiti con velocimetro ADV.

Profilo	x_p [m]	y_p [m]	z_p [m]
1	0.970	0.300	variabile
2	0.970	variabile	0.086

7.3.2.1 Profilo 1

Il Profilo 1 è stato eseguito lungo una verticale in asse al getto passante per $(x,y) = (0.970, 0.300)$ m. È costituito da 20 punti compresi tra $z = 0.012$ m e $z = 0.530$ m dal fondo della vasca: in figura 7.3.1 sono riportati i risultati delle medie delle tre componenti di velocità.

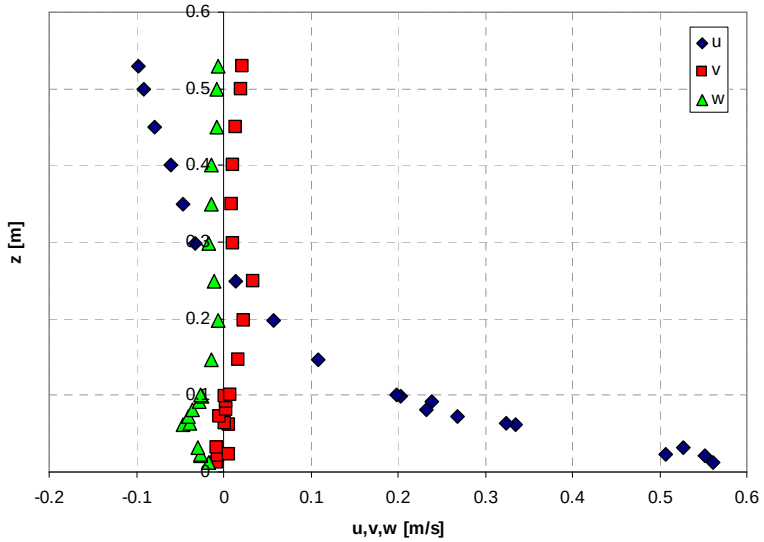


Figura 7.3.1. Medie delle tre componenti di velocità lungo il Profilo 1.

Si osserva che il massimo di velocità in direzione x si ha ad una quota inferiore rispetto alla quota dell'ugello, come osservato in letteratura; un indicatore del fenomeno è anche la componente di velocità w che in prossimità dell'asse dell'ugello ha un valore negativo più marcato rispetto alle altre misure sulla verticale. Allontanandosi dal fondo la u si abbassa drasticamente fino ad assumere valori negativi per quote superiori a $z = 0.30$ m. Ciò mostra la presenza di un ricircolo con asse parallelo all'asse y nella zona superiore della vasca.

La v e la w hanno valori pressoché trascurabili.

In figura 7.3.2 sono riportati i risultati delle deviazioni standard delle tre componenti di velocità.

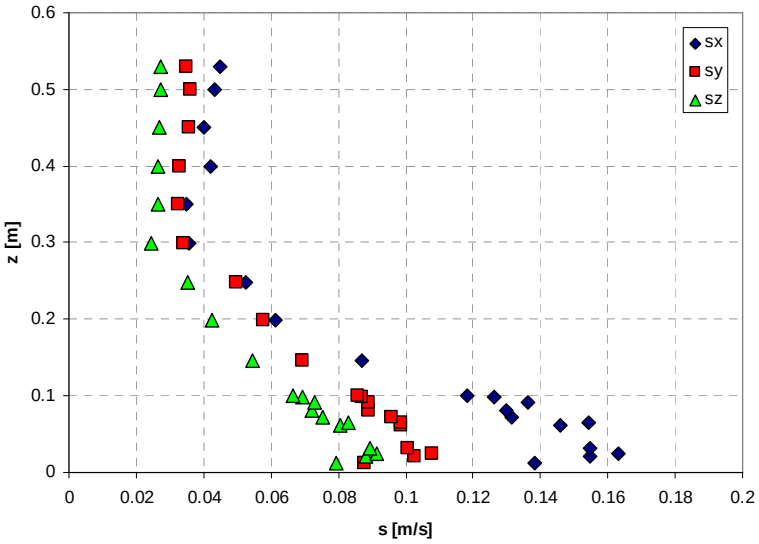


Figura 7.3.2.Deviazioni standard delle tre componenti di velocità lungo il Profilo 1.

Le deviazioni standard sono indicatori di turbolenza: infatti, i valori maggiori si riscontrano in prossimità del massimo del getto. I valori di deviazione standard tendono a diminuire avvicinandosi al pelo libero e si assestano su un valore pressoché costante al di sopra della quota a cui vi è inversione di velocità (z = 0.300 m).

In figura 7.3.3 è mostrato l'andamento dell'energia turbolenta ricavato applicando la (7.3.1).

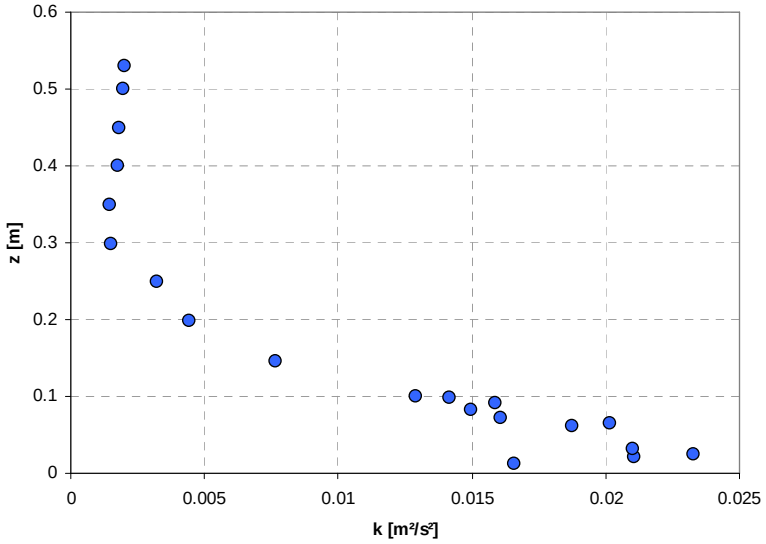


Figura 7.3.3. Energia turbolenta ricavata dalle misure di velocità lungo il Profilo 1.

Come osservato in letteratura per getti circolari turbolenti, l'energia turbolenta è massima in prossimità del massimo di velocità, ove si riscontra anche il massimo gradiente di velocità.

7.3.2.2 Profilo 2

Il Profilo 2 è stato eseguito lungo un'orizzontale passante per la quota dell'ugello passante per $(x,z) = (0.970, 0.086)$ m. È costituito da 32 punti compresi tra $y = 0.100$ m e $y = 0.535$ m: in figura 7.3.4 sono riportati i risultati delle medie delle tre componenti di velocità.

Si osserva che il massimo di velocità in direzione x è allineato con l'asse dell'ugello ($y = 0.300$ m). Si nota una asimmetria del profilo del getto mano a mano che ci si allontana dall'asse del getto. Come nel caso del Profilo 1, la v e la w hanno valori pressoché trascurabili.

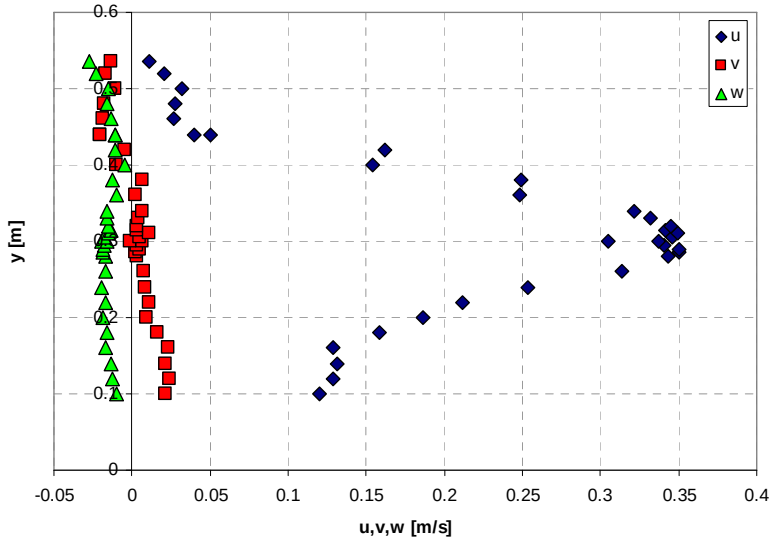


Figura 7.3.4. Medie delle tre componenti di velocità lungo il Profilo 2.

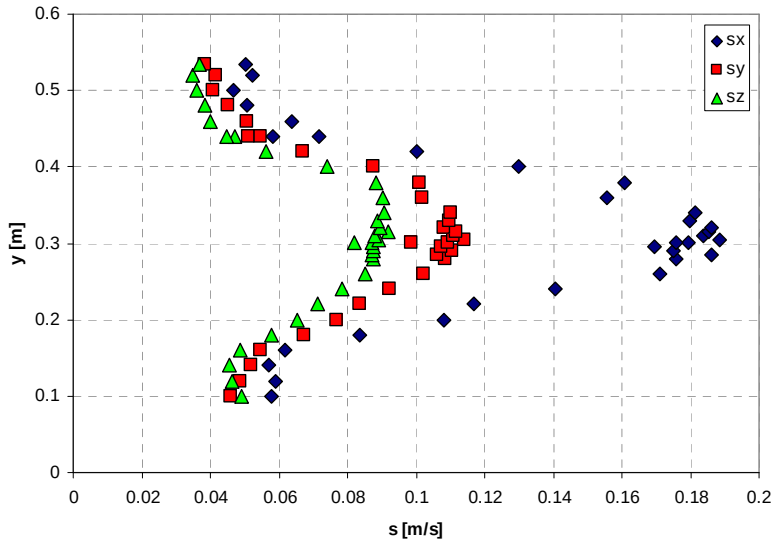


Figura 7.3.5. Deviazioni standard delle tre componenti di velocità lungo il Profilo 2.

In figura 7.3.5 sono riportati i risultati delle deviazioni standard delle tre componenti di velocità.

Anche in questo caso, i valori maggiori di deviazione standard delle velocità (lungo le tre componenti) si riscontrano in prossimità del massimo del getto. Nel caso delle deviazioni standard non vi è l'asimmetria riscontrata in precedenza sulle componenti di velocità.

In figura 7.3.6 è mostrato l'andamento dell'energia turbolenta.

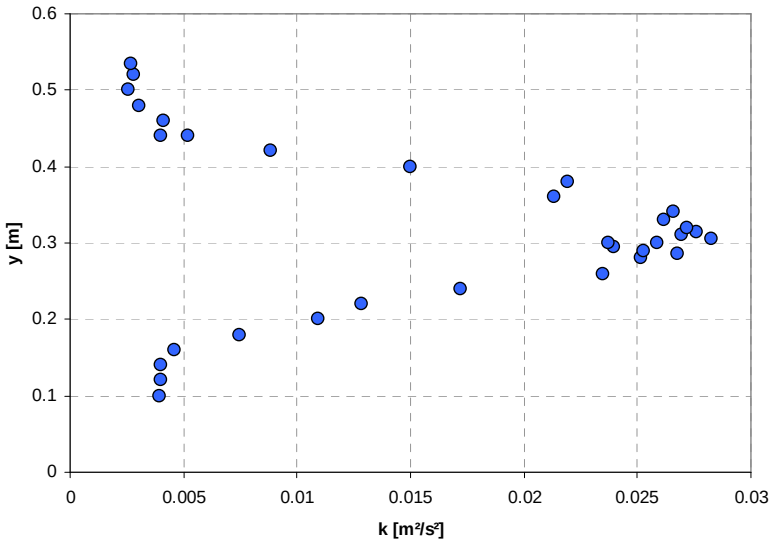


Figura 7.3.6. Profilo orizzontale dell'energia turbolenta ricavata dalle misure di velocità lungo il Profilo 2.

Anche in questo caso, l'energia turbolenta è massima in prossimità del massimo di velocità, ove si riscontra anche il massimo gradiente di velocità.

7.3.2.3 Osservazioni

I profili di velocità ed energia turbolenta sono coerenti con i dati riscontrati in letteratura per getti turbolenti circolari con offset da parete ma in situazione di campo indefinito nelle direzioni *xz* nonostante il nostro apparato sperimentale descriva un ambiente confinato.

7.4 Simulazioni

7.4.1 Modello numerico

Le simulazioni numeriche sono state effettuate impiegando un metodo euleriano presente all'interno di un codice di calcolo commerciale a volumi finiti (StarCD v3.26) per risolvere le equazioni mediate di Reynolds con il metodo semi-implicito SIMPLE. Dopo una serie di prove, è stato scelto il modello di turbolenza *k-ε RNG* poiché in grado di descrivere meglio il comportamento di velocità riscontrato durante le prove sperimentali. Nella zona di parete, il modello di turbolenza è stato sostituito da un profilo logaritmico di velocità (*wall function*).

La griglia di calcolo è il risultato di una procedura iterativa: la versione definitiva è composta da 826856 celle di forma esaedrica ulteriormente raffinate in prossimità dell'asse del getto e delle pareti.

Per quanto concerne le condizioni al contorno:

- la velocità media in uscita dall'ugello (U_0), è stata imposta pari a 9.5 m/s, in accordo con le misure di portata effettuate (Appendice H);
- l'aspirazione della pompa è stata modellata con una condizione di pressione nulla;
- alle pareti e al fondo si è imposta la condizione di aderenza (*no-slip*) con legge di parete standard;
- la superficie libera è stata semplificata adottando una condizione di parete orizzontale inviscida (*free-slip*).

In figura 7.4.1 si mostra la griglia di calcolo.

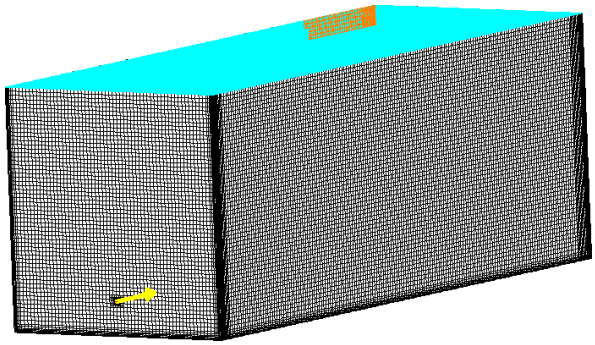


Figura 7.4.1. Griglia di calcolo impiegata. In giallo, la condizione al contorno di velocità; in arancio la condizione al contorno di pressione e in azzurro la condizione di parete inviscida per simulare il pelo libero.

7.5 Discussione dei risultati

Dai risultati della simulazione si sono estratti i campi di velocità in direzione assiale (u) ed energia cinetica turbolenta (k) lungo i profili precedentemente oggetto delle misure sperimentali.

7.5.1.1 Velocità

In figura 7.5.1 e figura 7.5.2 sono mostrati i confronti tra i risultati numerici e sperimentali lungo i Profili 1 e 2 della componente di velocità predominante: u.

La simulazione descrive in modo buono l'andamento del getto, sia come andamento che come modulo. Allontanandosi dal massimo di velocità, la simulazione segue gli andamenti di velocità misurati sul modello fisico, tendendo però a sovrastimarne l'intensità, come accade in prossimità del pelo libero (figura 7.5.1) e in prossimità delle pareti nel profilo orizzontale (figura 7.5.2 per y prossime a 0.600 m).

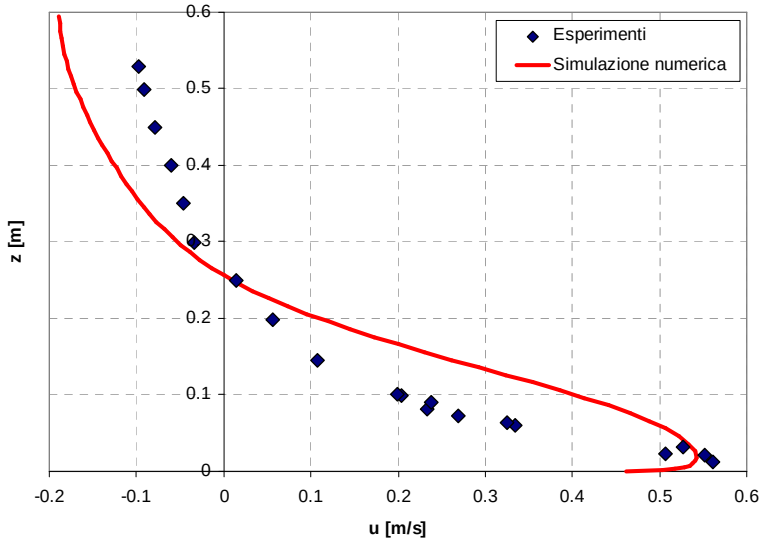


Figura 7.5.1. Velocità *u* lungo il Profilo 1: confronto tra risultati sperimentali e numerici.

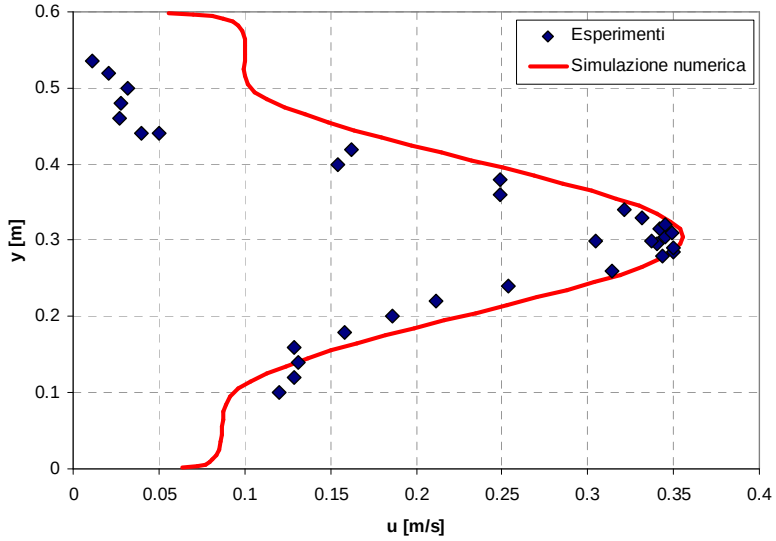


Figura 7.5.2. Velocità *u* lungo il Profilo 2: confronto tra risultati sperimentali e numerici (ottenuti nell'intorno di 0.01 m dalla verticale di misura).

7.5.1.2 Energia cinetica turbolenta

In figura 7.5.3 e figura 7.5.4 sono mostrati i confronti tra i risultati numerici e sperimentali lungo i profili 1 e 2 dell'energia cinetica turbolenta *k*.

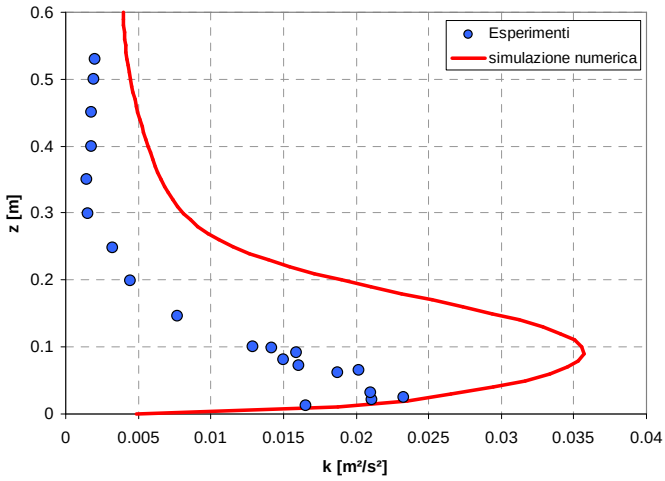


Figura 7.5.3. Energia cinetica turbolenta (*k*) lungo il Profilo 1: confronto tra risultati sperimentali e numerici.

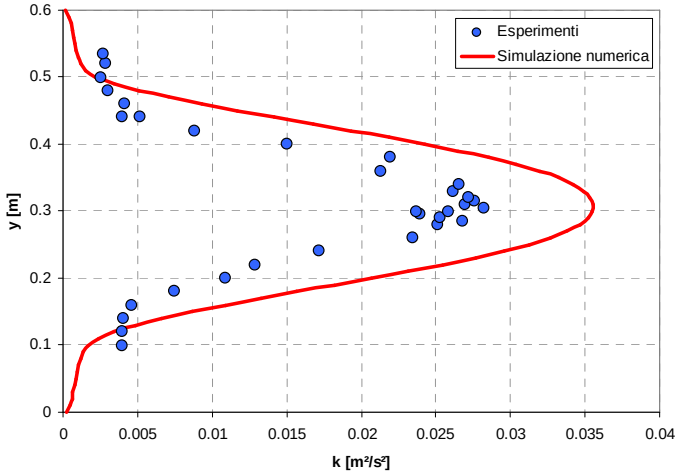


Figura 7.5.4. Energia cinetica turbolenta (*k*) lungo il Profilo 2: confronto tra risultati sperimentali e numerici.

Anche per quanto riguarda l'energia cinetica turbolenta, la simulazione descrive il medesimo comportamento individuato dalle misure. I risultati della simulazione tendono a sovrastimare in quasi tutte le posizioni i valori delle misure, rimanendo comunque dello stesso ordine di grandezza.

7.6 Osservazioni conclusive

Le misure di portata (descritte in Appendice H) hanno permesso di attribuire le condizioni al contorno di ingresso al modello numerico.

Le misure di velocità puntuali e la stima dell'energia cinetica turbolenta eseguite sul modello fisico sono in discreto accordo con i risultati della simulazione numerica: i risultati del codice di calcolo euleriano si possono ritenere validati, nonostante alcune differenze consistenti per quanto riguarda l'energia turbolenta.

Di conseguenza, i campi di velocità puntuale (scomposti nelle tre componenti) e di energia cinetica turbolenta ricavabili dalla simulazione numerica euleriana si possono considerare affidabili come input per il codice di calcolo lagrangiano che modella il trasporto e la diffusione dell'ossigeno, almeno per quanto riguarda il modello fisico preso in considerazione.

Capitolo 8

Determinazione della distribuzione dimensionale delle bolle

8.1 Introduzione

In questo capitolo è descritta la metodologia appositamente sviluppata per la determinazione della distribuzione dimensionale delle bolle di ossigeno immesse nel campo di moto.

Esistono numerose tecniche per la determinazione della distribuzione dimensionale delle bolle presenti in un flusso multifase (Vazquez *et al.*, 2005): alcune sfruttano la riflessione di onde sonore; altre sfruttano le diverse proprietà elettriche dei liquidi e dei gas: applicando un campo elettrico all'interno del flusso multifase e analizzando lo spettro è possibile ricavare distribuzione dimensionale delle bolle e portata gassosa (Chanson, 2002). Vi sono anche metodi ottici come i velocimetri laser ad effetto Doppler (LDV). Per analizzare i flussi multifase si impiega anche la *Particle Image Velocimetry* (PIV) in grado di ricavare da riprese digitali ad alta frequenza il movimento delle bolle e la loro dimensione.

Tra i metodi ottici si annoverano anche metodi di riconoscimento di bolle mediante foto digitali (Laakkonen *et al.*, 2007) e riconoscimento manuale (Chigier, 1991).

Nel presente capitolo viene descritto l'approccio ed i risultati ottenuti dall'utilizzo di una tecnica di riconoscimento semi automatica delle bolle mediante immagini digitali ideata per ottenere la distribuzione dimensionale.

Il metodo si compone di tre fasi:

- esecuzione di fotografie digitali delle bolle presenti nel getto turbolento;
- riconoscimento del numero e della dimensione delle bolle presenti nelle immagini;
- calcolo della distribuzione dimensionale delle bolle.

L'impiego di fotografie digitali ha il vantaggio di permettere di ottenere risultati a basso costo.

Prima di passare alla descrizione del metodo impiegato e dei risultati ottenuti nelle tre fasi appena elencate, si descrivono le caratteristiche delle immagini digitali e la teoria di alcune elaborazioni impiegate successivamente per riconoscere le bolle.

8.2 Cenni sulle immagini digitali

Ogni immagine digitale può essere vista come una matrice *m* righe per *n* colonne; ogni elemento della matrice è chiamato pixel.

Il prodotto tra le dimensioni della matrice è detto risoluzione dell'immagine.

Ad ogni pixel corrisponde un determinato colore. Più il valore è elevato più il colore tenderà al bianco (il colore con la massima intensità luminosa); al contrario, se è basso tenderà al nero; in sostanza ciò che si rappresenta è il contenuto di energia del pixel.

Le immagini digitali in bianco e nero possono essere schematizzate come matrici bidimensionali i cui valori all'interno possono essere 0, corrispondente al nero, o 1, corrispondente al bianco.

Le immagini in scala di grigio sono composte da pixel costituiti da 8 bit; ciò permette di avere 2^8=256 gradazioni di grigio con valori che variano su una scala da 0 a 255. Entrambe sono costituite da un solo livello di colore.

Le immagini a colori sono matrici a più dimensioni in cui, combinando opportunamente i diversi layer, si può visualizzare un dato colore; la codifica più diffusa è quella RGB (Red, Green, Blue) in cui la combinazione dei 3 canali (rosso, verde e blu in ognuno dei quali ogni pixel può assumere 2^8=256 combinazioni), permette la formazione di 256^3=16,777,216 colori.

Un esempio di immagine digitale RGB è mostrata in figura 8.2.1.

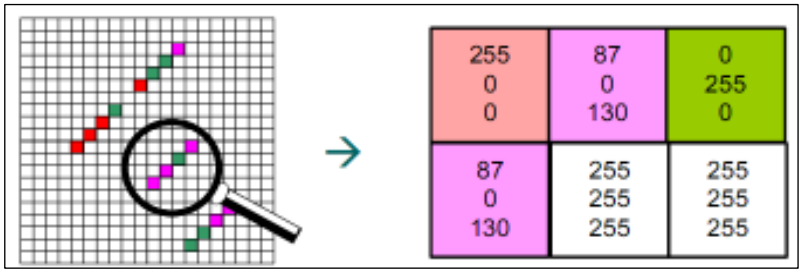


Figura 8.2.1. Esempio di struttura di immagine RGB.

Essendo matrici, sulle immagini digitali è possibile agire attraverso operazioni matematiche al fine di migliorarne le caratteristiche o ricavarne informazioni. Le informazioni possono essere di tipo cromatico (cioè legate ai livelli di colore assunti da ogni pixel) o morfologico (cioè legate alla disposizione dei valori dei pixel all'interno della matrice).

Nei prossimi paragrafi sono descritte alcune semplici operazioni sulle immagini digitali e i filtri impiegati nelle elaborazioni successive.

8.2.1 Istogramma e regolazione di intensità e luminosità

L'immagine digitale, essendo un insieme di punti a cui è assegnato un valore che corrisponde ad un colore, può essere interpretata come una popolazione di elementi che possono assumere valori compresi tra un minimo (0) ed un massimo (255).

È possibile quindi costruire un istogramma che descrive la frequenza con cui è presente ciascun colore all'interno di un immagine.

Dall'istogramma è possibile ricavare informazioni legate alla luminosità e al contrasto dell'immagine.

Per quanto concerne la luminosità, si considerino le immagini e i relativi istogrammi esposti in figura 8.2.2.

Figura 8.2.2. Esempio di aumento e diminuzione della luminosità con conseguente variazione dell'istogramma.

L'aumento di luminosità (immagine centrale) comporta un aumento della frequenza dei pixel con livello di colore elevato (cioè tendente al bianco) all'interno dell'istogramma.

Al contrario, la diminuzione della luminosità (immagine a destra) comporta una diminuzione della frequenza dei livelli di colore maggiori e l'aumento della frequenza dei colori tendenti al nero.

Per quanto concerne il contrasto, si considerino le immagini e i relativi istogrammi delle immagini di figura 8.2.3.

Figura 8.2.3. Esempio di aumento e diminuzione del contrasto con conseguente variazione dell'istogramma.

L'aumento del contrasto (immagine centrale) comporta un'estensione dell'istogramma su tutto lo spettro, portando ad un abbassamento delle frequenze per ogni colore.

Al contrario, la diminuzione del contrasto (immagine a destra) comporta una riduzione del numero di livelli di colore impiegati nella foto e un aumento della loro frequenza.

Le operazioni sulla luminosità delle immagini possono favorire l'aumento di dettaglio delle ombre, ma con conseguente perdita di dettaglio nelle luci o viceversa.

Le operazioni sul contrasto permettono di aumentare la differenza tra le parti chiare e le parti scure.

8.2.2 Riconoscimento dei contorni: l'algoritmo di Canny

L'algoritmo di Canny (Gonzalez *et al.*, 2004) permette l'individuazione di contorni all'interno di un'immagine in scala di grigi o su ogni singolo canale di un'immagine RGB.

In un'immagine digitale, i contorni si possono individuare osservando il gradiente di colore lungo diverse direzioni: se il gradiente è nullo (non vi è cambiamento di colore) o basso (piccole variazioni di colore) non vi sono contorni. Se invece si ha un repentino aumento del gradiente vi è con molta probabilità un contorno.

Data un'immagine f di dimensioni m x n (con indici i=1, …, n e j=1, …m), l'algoritmo di Canny opera nel seguente modo:

1. **eliminazione** del **rumore di fondo** dell'immagine f mediante un filtro di smoothing; ciò attenua le irregolarità cromatiche puntuali presenti nell'immagine;
2. ricerca del massimo **gradiente di luminosità** per ogni pixel ($max_grad(f(i,j))$) all'interno dell'immagine scegliendo tra il gradiente in direzione orizzontale, verticale e diagonale.
3. per ogni pixel, l'algoritmo di Canny confronta il massimo gradiente di luminosità con due valori di gradiente $grad_{min}$ e $grad_{max}$ scelti dall'utente

$$g(i,j) = 255 \text{ se } max_grad(f(i,j)) \geq grad_{max}$$
$$g(i,j) = 0 \text{ se } max_grad(f(i,j)) < grad_{min}$$

Se il massimo gradiente di luminosità è compreso tra i due valori soglia di gradiente, l'algoritmo controlla i massimi gradienti dei pixel contigui ($max_grad(f(i\pm1,j\pm1)$):

$$g(i,j) = 255 \text{ se } max_grad(f(i\pm1,j\pm1)) \geq grad_{max}$$
$$g(i,j) = 0 \text{ se } max_grad(f(i\pm1,j\pm1)) < grad_{min}$$

Al termine di questa fase, si ottiene un'immagine binaria *g* di dimensioni *m* x *n* dove ciascun pixel è marcato come appartenente o no ad un contorno.

8.2.3 Trasformata di Hough circolare

La trasformata di Hough (Gonzalez *et al.*, 2004) è una famiglia di algoritmi che consente il riconoscimento di forme all'interno di immagini in scala di grigi.

Per gli scopi del presente lavoro si descrive l'algoritmo della trasformata di Hough circolare (Tang, 2008) in grado di riconoscere il centro di archi di circonferenza di raggio *r* (in pixel) in immagini in bianco e nero.

L'input dell'algoritmo è un'immagine *f* di dimensione *m* x *n* in bianco e nero, in cui i pixel di colore bianco sono i contorni da riconoscere e i pixel di colore nero sono lo sfondo.

La figura 8.2.4a è un'immagine *f* in bianco e nero contenente un arco di circonferenza di raggio *r* costituita da *p* punti.

La trasformata di Hough crea una maschera costituita da pixel che compongono una circonferenza di raggio *r* che viene fatta "scorrere" per ogni pixel (*i*,*j*) nell'immagine *f*.

Si ponga la maschera-circonferenza nella posizione (i_1,j_1) (figura 8.2.4b): in questa posizione la maschera-circonferenza non ha nessun punto in comune con i contorni presenti nell'immagine *f*; ne consegue che il valore della convoluzione tra l'immagine e la maschera circonferenza in (i_1,j_1) è nullo:

$$g(i_1,j_1) = 0$$

in cui *g* è la matrice dei risultati.

Se la maschera-circonferenza si trova nella posizione (i_2,j_2) (figura 8.2.4c) essa ha *k* pixel in comune con i contorni presenti nell'immagine *f*; ne consegue

che il valore della convoluzione tra l'immagine e la maschera circonferenza in (i_2,j_2) assume il valore k:

$$g(i_2,j_2) = k$$

Se la maschera-circonferenza si trova nella posizione (i_3,j_3) (figura 8.2.4d) essa ha p pixel in comune con i contorni presenti nell'immagine f; ne consegue che il valore della convoluzione tra l'immagine e la maschera circonferenza in (i_3,j_3) assume il valore p:

$$g(i_3,j_3) = p$$

Al termine del passaggio della maschera-circonferenza su tutti i pixel dell'immagine f si ottiene una matrice g di dimensioni pari a f (m x n) che descrive una specie di probabilità che ogni pixel dell'immagine sia centro di una circonferenza di raggio r: la "probabilità" è il numero di pixel presenti nell'immagine f che giacciono sulla circonferenza.

Una volta calcolata g si possono decidere parametri in grado di "filtrare" i risultati. Ad esempio, si può decidere un valore di soglia S_p che stabilisce la percentuale minima di punti per poter definire che per quella coordinata dell'immagine passi una circonferenza o una porzione di essa.

Nel caso di immagini con contorni di circonferenze spessi più di 1 pixel, la trasformata può riconoscere più cerchi attigui. È quindi possibile scegliere una soglia Δ (in pixel) al di sotto della quale una delle due circonferenze $c_1=(i_1,j_1)$ e $c_2=(i_2,j_2)$ viene cancellata:

$$g(i_3,j_3) = 0 \text{ se } |i_2-i_1|+|j_2-j_1| < \Delta$$

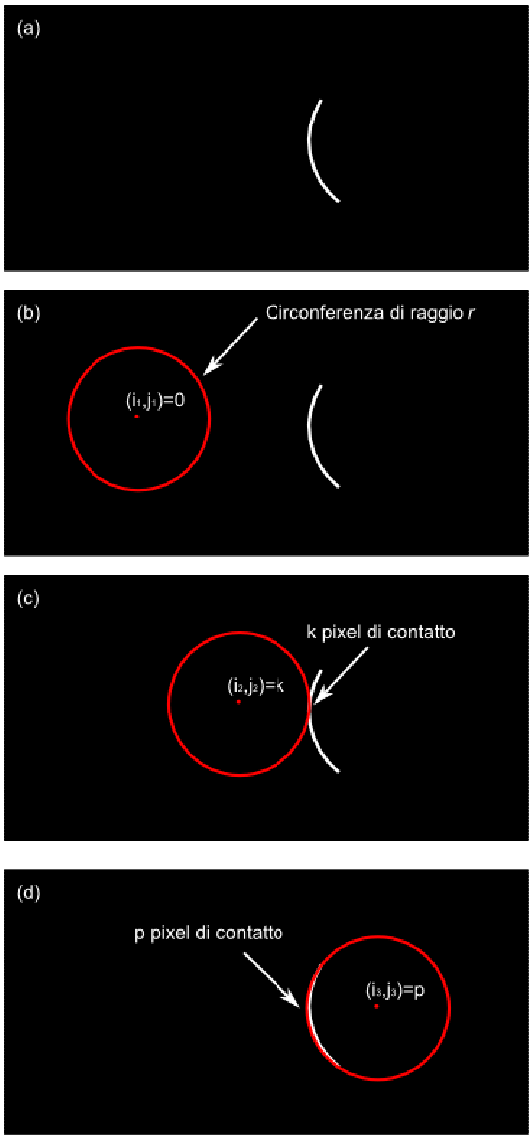


Figura 8.2.4. Schematizzazione della trasformata di Hough circolare.

8.3 Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale necessario per acquisire le immagini del campo di bolle del getto multifase si compone di due parti:

- sistema di iniezione dell'ossigeno puro in vasca
- fotocamera digitale
- sistema di illuminazione del campo fotografico.

8.3.1 Iniezione dell'ossigeno puro

8.3.1.1 Sistema di iniezione

Il sistema di iniezione dell'ossigeno è stato montato sul modello fisico ed è lo stesso impiegato per le misure di ossigeno disciolto.

Si tratta di un ugello in plastica (figura 8.3.1) collegato ad una bombola di ossigeno puro mediante un tubo in plastica. L'ugello dell'ossigeno è stato posto al di sotto dell'ugello da cui fuoriesce il getto turbolento.

La bassa portata gassosa e la turbolenza del getto fanno sì che l'ossigeno si mescoli con l'acqua uscente dall'ugello in modo ottimale.

Figura 8.3.1. Sistema di iniezione dell'ossigeno gassoso.

8.3.1.2 Misura della portata gassosa

La portata gassosa è stata misurata a sistema pompa-ugello spento mediante una procedura volumetrica: dopo aver stabilizzato il flusso gassoso, le bolle

risalenti la colonna d'acqua presente in vasca sono state catturate con un cilindro graduato capovolto. Si è misurato il volume di gas e il tempo impiegato per riempire il cilindro e si facendo il rapporto tra i due termini si è ottenuta la portata volumetrica di gas.

Conoscendo la temperatura del gas in bombola, misurata con un termistore NTC (Appendice A), si è ricavata la densità del gas e la portata in massa.

La portata volumetrica di ossigeno misurata è $Q_{02} = 2.38\ 10^{-5}$ m³/s.

Tutte le prove descritte in questo e nel successivo capitolo sono state eseguite verificando che la temperatura del gas e della bombola non variassero durante gli esperimenti.

8.3.2 Fotocamera

Le fotografie sono state eseguite mediante una fotocamera digitale reflex Nikon D80 (con obiettivo Nikkor 18-135mm) montata su cavalletto.

La risoluzione delle immagini scattate è pari a 3872x2592 pixel (10Mpixel).

8.3.3 Illuminazione

L'illuminazione ottimale deve far risaltare le bolle e rendere di colore uniforme il campo di moto attraversato dalla sola acqua.

L'illuminazione ottimale trovata, al contrario di quanto descritto in letteratura (Chigier, 1991; Laakkonen, 2007) è composta da tre lampade ai vapori di mercurio a luce fredda disposte sopra e sotto la vasca che costituisce il modello fisico.

Per migliorare il contrasto tra le bolle illuminate e l'acqua, le prove sono state eseguite in notturna.

8.4 Procedimento di esecuzione delle foto

La difficoltà di scattare le foto nitide alle bolle all'interno di un getto turbolento è legata al tempo di apertura dell'otturatore: se il tempo è troppo alto,

le bolle risultano mosse ed è difficile definirne il contorno; se il tempo di apertura dell'otturatore è troppo basso, le immagini possono risultare poco luminose.

Ne consegue che il modo per ottenere foto nitide deve basarsi su bassi tempi di apertura dell'otturatore della fotocamera e un'illuminazione potente e uniforme su tutto il campo di bolle da analizzare.

La configurazione dell'apparato sperimentale appena descritta e la fotocamera a nostra disposizione permette di ottenere immagini nitide di bolle da una distanza di circa 0.35 m dall'ugello (x') ; infatti, le bolle appena a valle dell'ugello hanno una velocità troppo elevata per il tempo minimo di apertura della fotocamera e l'energia luminosa disponibile.

La fotocamera, come è noto, mette a fuoco solo oggetti ad una determinata distanza. L'occhio umano, però, distingue come a fuoco anche oggetti che si trovano leggermente più vicino e più lontano. La distanza minima e massima dall'obiettivo entro cui l'occhio umano vede in modo nitido gli oggetti è detta *profondità di campo*.

Con la configurazione impiegata si è osservato che la differenza tra i due dati di profondità di campo è 0.02 m: il risultato è stato ottenuto spostando nel campo di moto (privo di bolle e ad acqua in stato di quiete) un foglio millimetrato trasparente.

Dato che lo spessore in cui l'immagine è nitida è di 0.02 m mentre il getto bifase ad una distanza $x' = 0.200$ m ha uno spessore in direzione y di circa 0.05 cm, si è deciso di eseguire gli scatti su tre strati compresi nel piano xz.

Ciascun strato è individuato dai due estremi della profondità di campo.

Lo strato 1 (o *Layer 1*) ha il baricentro ad un piano xz passante per $y = 0.290$ m e inquadra oggetti a fuoco nell'intervallo $y = 0.280 \div 0.300$ m.

Lo strato 2 (*Layer 2*) ha il baricentro ad un piano xz passante per $y = 0.270$ m e inquadra oggetti a fuoco nell'intervallo $y = 0.260 \div 0.280$ m.

Lo strato 3 (*Layer 3*) ha il baricentro ad un piano xz passante per $y = 0.250$ m e inquadra oggetti a fuoco nell'intervallo $y = 0.240 \div 0.260$ m.

Con questo procedura si è descritto metà getto. Se si assume che l'altra metà del getto sia simmetrica (l'ipotesi di simmetria è avvalorata dalle misure di velocità eseguite nel paragrafo 7.3.2) e abbia quindi caratteristiche identiche, le foto scattate sono sufficienti a descrivere l'intero getto bifase.

Il movimento e le caratteristiche dimensionali delle bolle variano casualmente da istante a istante ma si può ritenere che mediamente restino costanti.

Al fine di considerare questo fenomeno, sono state eseguite dieci foto in sequenza e ne sono state elaborate due di queste.

Per ogni layer sono state eseguite sei foto sull'intera colonna d'acqua in modo da determinare l'intera distribuzione dimensionale delle bolle uscenti dall'ugello. Quindi, in totale sono state elaborate 36 immagini.

Le immagini sono state acquisite alla massima risoluzione (3872x2592 pixel) a colori (RGB) nel formato non compresso (RAW-NEF). La configurazione fotocamera-getto permette l'acquisizione di immagini in grado di descrivere un campo di dimensioni 142x95 mm.

Per ogni layer è stata scattata una foto ad un'asta graduata al millimetro immersa nel campo di moto in quiete e in assenza di bolle al fine di poter eseguire in un secondo momento le conversioni di scala da pixel a unità di lunghezza del SI.

La più piccola bolla individuabile dalle immagini corrisponde a 4 pixel, equivalenti a 0.15 mm.

8.5 Elaborazione delle immagini digitali

8.5.1 Analisi delle immagini

L'analisi delle immagini ha permesso di definire le caratteristiche delle bolle, fondamentali per stabilire un algoritmo di ricerca delle medesime.

A prima vista, le immagini sono composte da tre parti: le bolle a fuoco, le bolle sfocate e l'acqua.

Le bolle a fuoco si notano per il caratteristico doppio riflesso a semiluna (figura 8.5.1): uno nella parte inferiore e uno nella parte superiore. Nelle parti restanti sono trasparenti, quindi sono di colore scuro.

Si osserva quindi che le bolle a fuoco non hanno "bordo" che segue l'intero confine tra il gas e il liquido.

Figura 8.5.1. Esempi di bolle a fuoco con tipici riflessi a semiluna.

La maggior parte delle bolle è di forma sferica, mentre alcune sono di forma ellissoidale. In taluni casi vi sono bolle di forma strana, ma ciò è dovuto all'impossibilità di distinguere i contorni di due bolle sovrapposte.

Le bolle sfocate sono macchie più o meno luminose di varie forme (soprattutto sferiche), come si evince dalla figura 8.5.2.

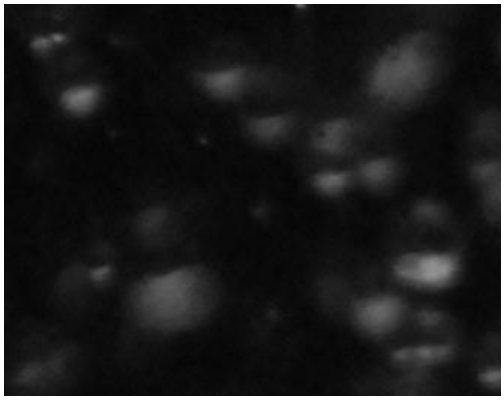


Figura 8.5.2. Esempi di bolle sfocate.

La prima elaborazione eseguita è stata quella di scomporre le immagini a colori nei tre canali (rosso, verde e blu) per controllare se le bolle si comportano in modo diverso a seconda della lunghezza d'onda nel visibile. Un esempio di elaborazione è esposto in figura 8.5.3.

L'esperimento non ha evidenziato comportamenti diversi tra i canali. Si è quindi deciso di impiegare foto in scala di grigi (256 livelli di grigio).

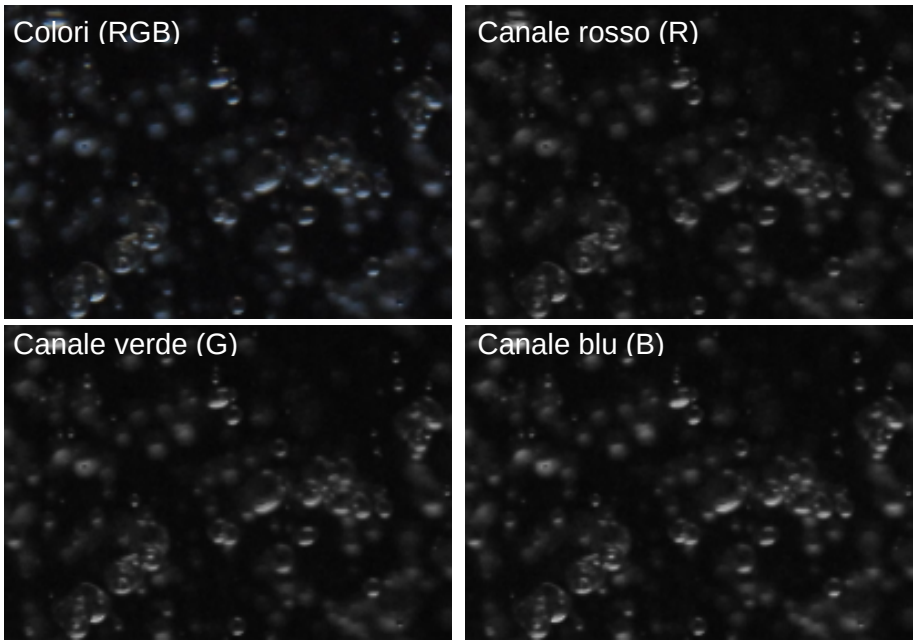


Figura 8.5.3. Immagine RGB a colori e scomposizione nei canali rosso, verde e blu.

In seguito si descrivono tre approcci ideati per il riconoscimento automatico delle bolle.

Successivamente verrà descritto il motivo della scelta del metodo che è stato impiegato sulle 36 immagini per ottenere la distribuzione dimensionale delle bolle.

Le operazioni descritte nei paragrafi successivi sono state implementate in script di Matlab®. Il software permette la gestione delle immagini digitali come matrici e implementa numerose funzioni che permettono all'utente di

concentrarsi sul metodo da applicare piuttosto che sulla tecnica di implementazione.

8.5.2 Metodo A: riconoscimento di archi di circonferenza

Dall'osservazione delle immagini è apparso subito chiaro che le bolle che ci interessano, quelle a fuoco, hanno il riflesso esterno che è una porzione di circonferenza o di ellisse, talvolta con assi molto simili.

Il criterio di riconoscimento impiegato nel metodo A si basa sulla ricerca di archi di circonferenza, cioè di bordi esterni di riflessi appartenenti alla stessa bolla.

Si assume che le bolle abbiano per la maggior parte forma sferica.

In una prima fase si applica un aumento del contrasto al fine di esaltare maggiormente i bordi e i colori delle immagini. Questo procedimento esalta anche i colori delle bolle sfocate, ma in modo meno intenso rispetto ai riflessi delle bolle.

Successivamente si applica un filtro per il riconoscimento dei contorni: vista la complessità dell'immagine, si è impiegato l'algoritmo di Canny descritto nel paragrafo 8.2.2. Si è notato che l'algoritmo di Canny funziona meglio invertendo i colori dell'immagine:

$$f'(i,j)=255-f(i,j)$$

dove

f è l'immagine originale (a 256 livelli di grigio) di dimensioni mxn;

f' è l'immagine invertita nei colori (a 256 livelli di grigio) di dimensioni mxn;

i è l'indice che descrive il numero di righe dell'immagine (in pixel; $i = 1, \ldots, n$);

j è l'indice che descrive il numero di colonne dell'immagine (in pixel; $j = 1, \ldots, m$).

Infine si impiega la trasformata di Hough per oggetti di forma circolare (paragrafo 8.2.3) impiegando un intervallo di raggi compreso tra 3 pixel e la bolla più grande che è possibile vedere ad occhio nudo all'interno dell'immagine.

Visto che l'applicazione della trasformata di Hough circolare su immagini ad alta risoluzione è onerosa dal punto di vista computazionale, la scelta dell'intervallo di raggi entro cui cercare le bolle è stata scelta per ottimizzare la procedura.

I parametri ottimali per gli algoritmi impiegati sono elencati in tabella 8.5.1.

Tabella 8.5.1. Parametri ottimali individuati per eseguire il metodo A di riconoscimento delle bolle.

Parametro	Algoritmo	Valore
$grad_{min}$	Canny	0.15
$grad_{max}$	Canny	0.20
S_p	Hough circolare	20%
Δ	Hough circolare	50

I risultati del metodo A hanno il difetto di contenere numerose circonferenze interne, quasi sempre fittizie (a titolo di esempio, si osservi la figura 8.5.4c).

Per risolvere l'inconveniente è stato implementato un algoritmo per l'eliminazione delle bolle interne.

In figura 8.5.4 sono mostrati i passaggi del metodo A su una porzione di immagine.

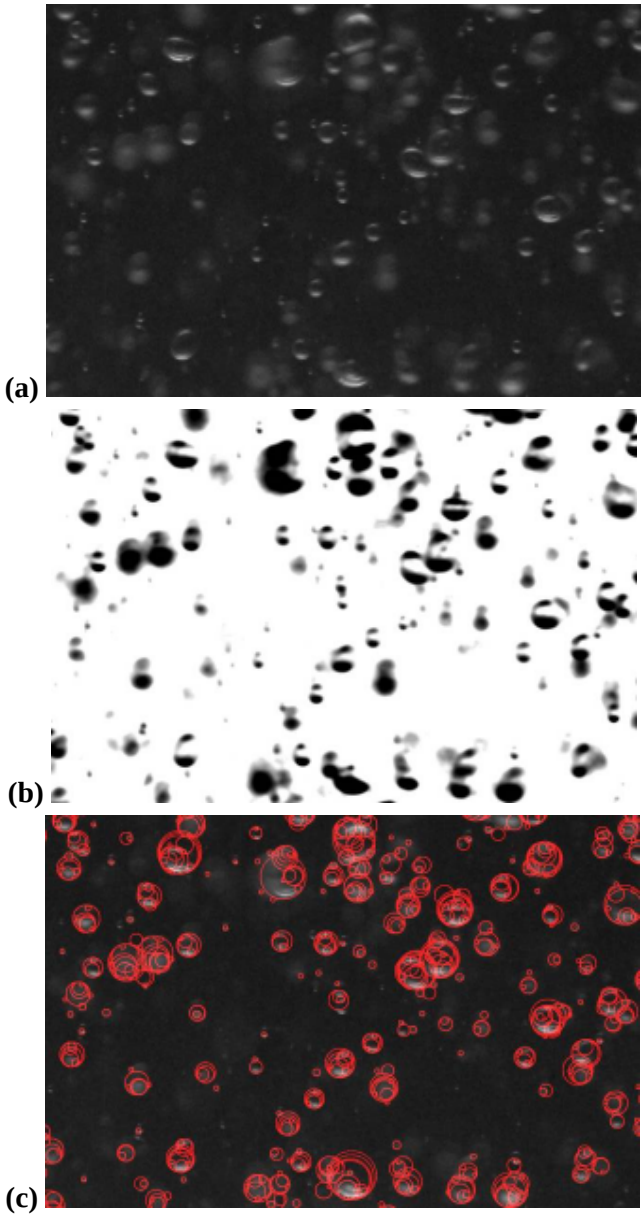


Figura 8.5.4. Passaggi intermedi del metodo A: immagine originale (a), immagine contrastata e invertita (b) e immagine con circonferenze riconosciute dalla trasformata di Hough circolare (c). (segue in pagina successiva)

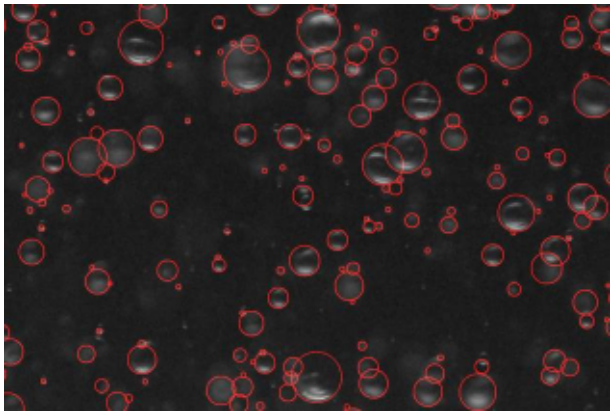
(d) 

Figura 8.5.4. (proseguimento) Passaggi intermedi del metodo A: immagine con circonferenze interne eliminate (d). I cerchi in rosso mostrati nelle figure (c) e (d) mostrano le bolle riconosciute automaticamente.

8.5.3 Metodo B: riconoscimento dei riflessi delle bolle

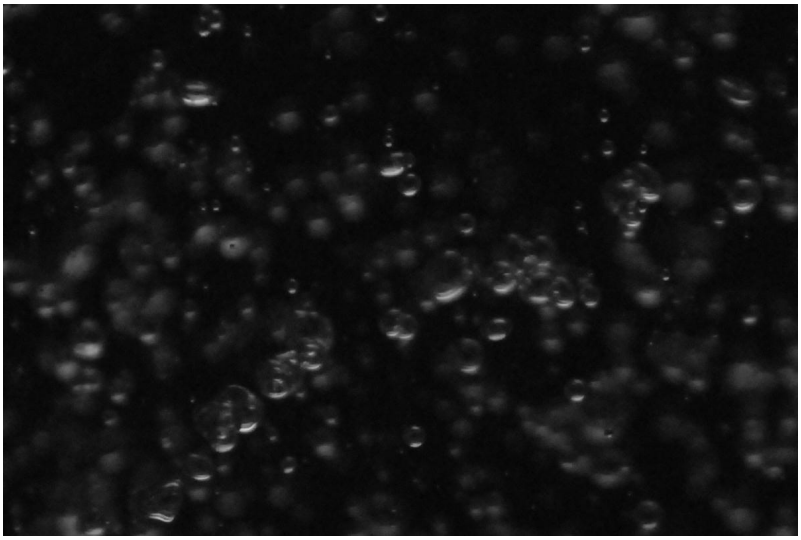
Il criterio di riconoscimento impiegato nel metodo B si basa sulla ricerca dei riflessi delle bolle. Infatti, osservando le bolle all'interno delle immagini si nota che, a parità di illuminazione, i riflessi hanno una posizione ed una morfologia ben definita.

Il riflesso inferiore è una mezzaluna di colore chiaro di larghezza x altezza l_{rifl_inf} x $h_{rifl_inf.}$ Ad un multiplo di h_{rifl_inf} più in alto si trova il riflesso superiore della bolla. Inoltre, dai valori di h_{rifl_inf} è possibile ricavare anche il raggio della bolla in pixel.

L'algoritmo implementa questi criteri dopo aver aumentato il contrasto delle immagini.

Un esempio di applicazione dell'aumento del contrasto e del metodo B è mostrato in figura 8.5.5.

(a)



(b)

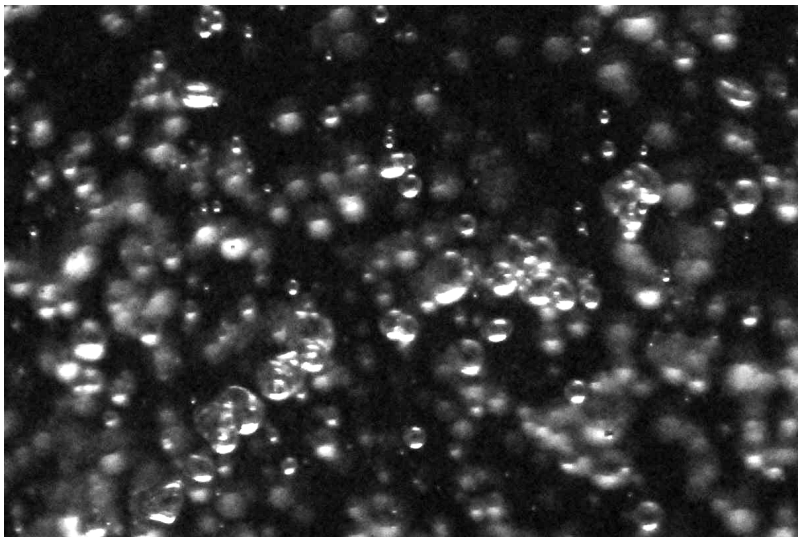


Figura 8.5.5. Metodo B: Porzione di immagine originale in scala di grigi (a) e risultato dell'aumento del contrasto sull'immagine (b). (segue in pagina successiva)

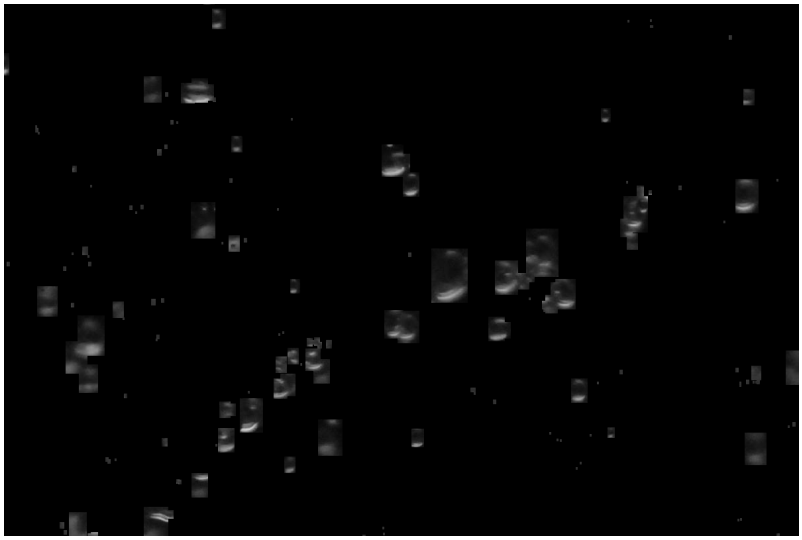
(c) 

Figura 8.5.5. (proseguimento) Metodo B: risultato finale.

Si può osservare che il metodo individua numerose bolle a fuoco di media dimensione. Purtroppo l'algoritmo riconosce anche porzioni di sfondo.

8.5.4 Metodo C: riconoscimento di bolle presenti in un database

Il metodo C impiega la ricerca di bolle simili presenti nelle immagini.

L'immagine *f*, di dimensione *m*x*n*, viene pretrattata aumentando il contrasto.

Successivamente si sceglie una porzione di immagine che contiene una bolla a fuoco da cercare all'interno dell'immagine: questa porzione è detta maschera *w* di dimensioni m_w x n_w. Gli indici della maschera *w* sono (i_w,j_w).

Si ricerca la maschera all'interno dell'immagine impiegando un metodo di sottrazione. Ad ogni (i_f,j_f) dell'immagine *f* applico:

$$g(i_f, j_f) = \frac{1}{n_w \; m_w} \sum_{iw=1}^{n} \sum_{jw=1}^{m} abs[\, f(i_f + i_w - 1, j_f + j_w - 1) - w(i_w, j_w)]$$

in cui

g è la matrice che contiene il risultato;

abs è la funzione valore assoluto.

È possibile chiamare il metodo anche "metodo di sottrazione", poiché la formula appena scritta non è altro che una sottrazione pixel per pixel normalizzata tra l'immagine e la maschera.

La matrice *g* ha indici che assumono valori certamente compresi tra 0 e 255: si ha 0 se nell'intorno si trova una bolla esattamente identica alla maschera. Se esistono bolle di forma identica e colori leggermente più chiari o scuri si avrà un valore basso tendente a 0. Valori alti all'interno di *g* denotano notevoli differenze tra l'immagine e la maschera.

Per rilassare la ricerca e permettere di individuare bolle simili con piccole differenze di raggio (di ±1 pixel di raggio) e di colore, si è introdotta una soglia s_c.

Il parametro s_c necessita però di taratura.

Da esperimenti eseguiti su immagini digitali di bolle si è notato che un valore di s_c pari a 15 garantisce buoni risultati.

Valori superiori di s_c includono bolle sfocate all'interno dei risultati, mentre valori inferiori riconoscono solo la bolla maschera e non quelle simili.

Un esempio di applicazione del metodo C è rappresentato in figura 8.5.6.

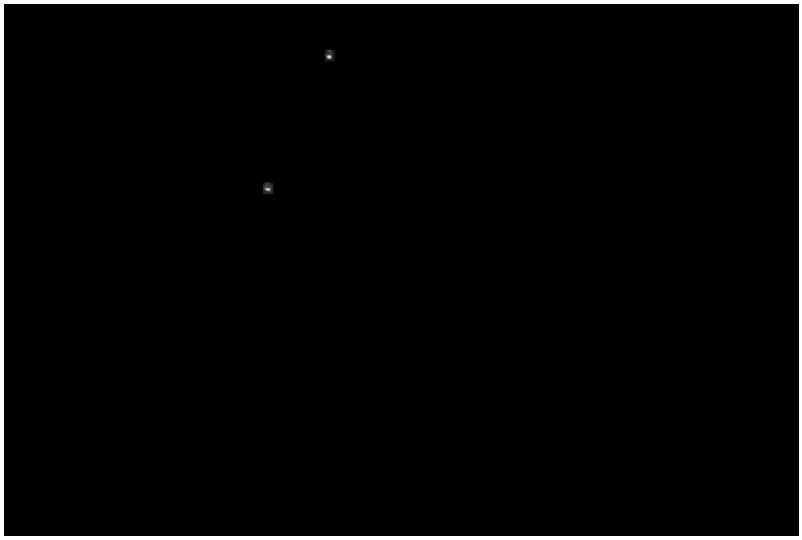


Figura 8.5.6. Esempio di applicazione del metodo C per la ricerca di un solo tipo di bolla sull'immagine di figura 8.5.5a.

Si osserva che le bolle vengono individuate con precisione.

Il metodo C deve essere ripetuto con un set di bolle di diverse dimensioni (note) al fine di riconoscere tutte le bolle presenti.

8.5.5 Discussione dei risultati e scelta del metodo

Da quanto sperimentato, i tre metodi appena descritti hanno vantaggi e svantaggi.

Il metodo A (basato sulla trasformata di Hough circolare) è quello che fino ad ora ha dato risultati accettabili. Lo svantaggio principale del metodo è quello di riconoscere più bolle rispetto a quelle effettivamente presenti: ciò è dovuto alle imperfezioni delle immagini e alla presenza di bolle sfocate. Inoltre, l'onere computazionale è notevole.

Il metodo B (basato sulla morfologia dei riflessi delle bolle) ha il vantaggio di riconoscere bolle di diverse dimensioni senza l'impiego di addestramento particolare da parte dell'utente. Inoltre, è molto più veloce del metodo A.

Lo svantaggio del metodo B risiede nel fatto che le bolle piccole (quelle che dal punto di vista del meccanismo del trasferimento di materia sono più influenti) non vengono riconosciute poiché il numero di pixel che le descrive è basso.

Il metodo C (basato sul riconoscimento di bolle contenute in un database esistente) ha il vantaggio di riconoscere piuttosto bene le bolle, anche quelle più piccole.

Il tempo di calcolo è intermedio tra il metodo A e B.

Lo svantaggio principale è quello della costituzione del database di bolle da cercare.

Tutti i metodi necessitano, almeno allo stato attuale, di un una procedura di controllo manuale delle immagini per aggiungere bolle non riconosciute o togliere artefatti.

In definitiva, il metodo scelto per elaborare le immagini è il metodo A basato sulla trasformata di Hough circolare perché è quello che, nonostante i lunghi tempi di calcolo, al momento permette di ottenere discreti risultati su tutte le immagini impiegate.

8.6 Distribuzione dimensionale delle bolle

Mediante i risultati del riconoscimento delle bolle è stato possibile costruire la distribuzione dimensionale delle bolle (BSD, *Bubble Size Distribution*) all'interno del getto bifase.

Le bolle sono state divise in classi dimensionali di 0.15 mm(la dimensione minima di bolle individuabile con il metodo impiegato).

La percentuale di bolle per ogni i-esima classe dimensionale (p_{di}) è stata calcolata nel seguente modo:

$$p_{di} = \frac{n_{di}}{\sum_{i=1}^{Nc} n_{di}} 100 \tag{8.6.1}$$

in cui

n_{di} è il numero di bolle della i-esima classe dimensionale di bolle;

Nc è il numero totale di classi dimensionali di bolle.

Le bolle riconosciute sono 7009. I risultati delle distribuzioni, divisi per layer, sono descritti in figura 8.6.1.

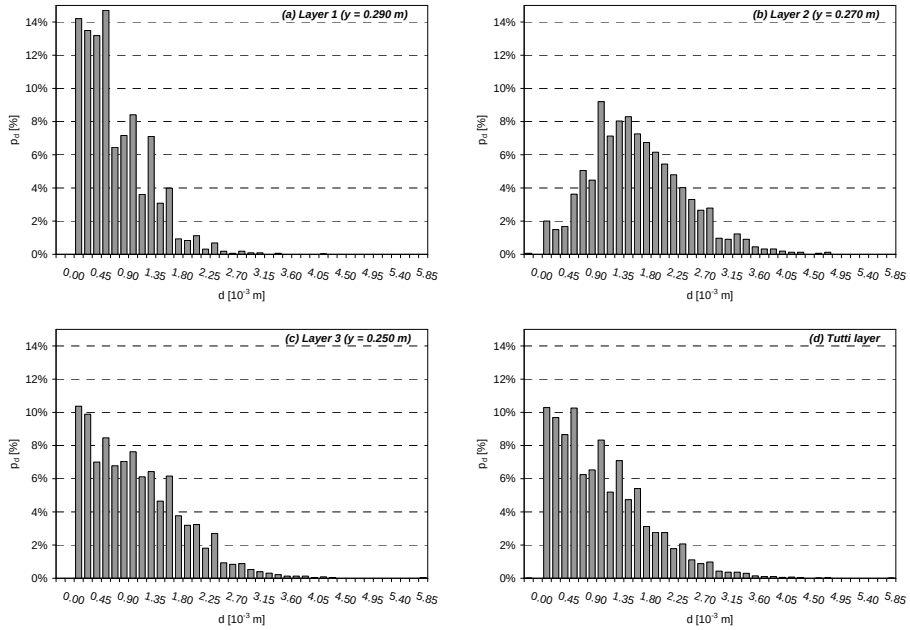


Figura 8.6.1. Distribuzione dimensionale delle bolle riconosciute nei tre layer (a, b, c) e risultato complessivo (d).

Nel layer 1, il più interno (y = 0.290 m), sono state individuate 2256 bolle, il 32% del totale. La curva di distribuzione è monotona discendente e la maggior parte delle bolle ha diametri piccoli: basti pensare che il diametro mediano è pari a 0.73 mm.

Nel layer 2 (y = 0.270 m) sono state individuate 1543 bolle, il 22% del totale. Si nota una distribuzione con una forma a campana spostata verso diametri leggermente più grandi (1.5-2.0 mm). Il diametro mediano delle bolle è 1.65 mm.

Nel Layer 3, che descrive la zona più esterna del getto (y = 0.250 m), sono state individuate 3210 bolle, il 46% del totale. La distribuzione è molto simile a quella riscontrata nel layer 1, ma più omogenea. Il diametro mediano è pari a 1.05 mm.

La distribuzione complessiva delle bolle (figura 8.6.1d) è monotona discendente, con un diametro mediano pari a 1.05 mm. Il diametro medio, calcolato eseguendo una media pesata, è d_{dm} = 1.22 mm.

Il medesimo risultato, descritto in termini di volumi associati ad ogni classe di diametro delle bolle, è rappresentato in figura 8.6.2.

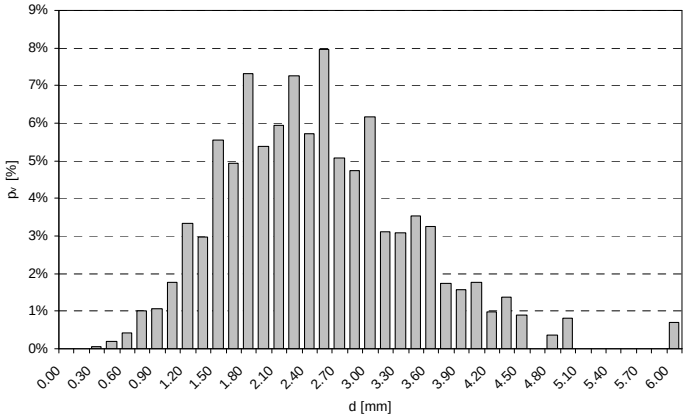


Figura 8.6.2. Distribuzione percentuale in volume delle bolle.

La percentuale di bolle per ogni i-esima classe dimensionale (p_{vi}) è stata calcolata nel seguente modo:

$$p_{vi} = \frac{\forall_i}{\sum_{i=1}^{Nc} n_{di} \forall_i} 100 \tag{8.6.2}$$

in cui $\forall_i$ è il volume di una bolla della classe dimensionale i-esima

$$\forall_i = \frac{1}{6} \pi \, d_i^3 \tag{8.6.3}$$

dove d_i è il diametro delle bolle che costituiscono la classe i-esima.

La distribuzione dimensionale di bolle in termini di volume, di forma approssimabile ad una gaussiana, ha la frequenza massima nell'intorno di 2.4 mm. Il diametro volumetrico medio, calcolato eseguendo una media pesata, è d_{vm} = 2.48 mm.

Impiegando la (6.4.18), il diametro medio di Sauter è d_s = 2.11 mm.

8.7 Osservazioni conclusive

In questo capitolo si sono descritte le operazioni atte ad ottenere la distribuzione dimensionale delle bolle, indispensabile per la costruzione del modello dell'evoluzione temporale e spaziale dell'ossigeno disciolto.

La distribuzione dimensionale delle bolle è stata ottenuta da immagini digitali acquisite nel campo del visibile mediante una fotocamera reflex digitale e un apposito sistema di illuminazione del flusso bifase acqua-ossigeno.

La dimensione minima di bolle individuabile attraverso l'apparato sperimentale impiegato è di 0.15 mm.

Il riconoscimento delle bolle all'interno delle immagini è stato effettuato con tre metodi.

Il primo (metodo A) è basato sul riconoscimento di porzioni di circonferenze del tutto simili ai bordi delle bolle. Il secondo (metodo B) è fondato sulle caratteristiche morfologiche dei riflessi delle bolle. Il terzo (metodo C) ricerca bolle presenti in un database precostituito di bolle.

Dopo diversi esperimenti si è scelto di impiegare un metodo semi-automatico che impiega il metodo A per effettuare una ricerca delle bolle e un successivo controllo manuale.

I risultati del metodo semi-automatico sono stati impiegati per costruire un istogramma delle frequenze dei diametri delle bolle.

Non si esclude in futuro di implementare metodi ibridi basati sul metodo B e C in grado di riconoscere bolle di qualsiasi diametro ma con tempi di elaborazione nettamente inferiori rispetto al metodo A.

Capitolo 9

Modello numerico dell’ossigeno: risultati e validazione

9.1 Introduzione

In questo capitolo si descrive lo sviluppo di un modello numerico lagrangiano, che sfrutta la soluzione euleriana del campo di velocità per la modellazione del processo diffusivo. Il modello è poi completato dall’implementazione dei meccanismi di trasporto, effettuata mediante la valutazione globale delle azioni dinamiche che agicono sulle singole bolle e che ne condizionano la cinematica. Contemporaneamente vengono aggiunti gli aspetti legati al trasferimento di massa dell’ossigeno che passa dallo stato gassoso allo stato disciolto.

Una volta determinata la distribuzione dimensionale delle bolle e la portata gassosa di ossigeno (Capitolo 8) sono stati acquisiti tutti gli elementi necessari per la costruzione del modello numerico che implementa le equazioni di bilancio delle concentrazioni di ossigeno.

La struttura del modello numerico, descritta nel paragrafo 9.2, si può suddividere in due parti:la prima parte si occupa della definizione della velocità posseduta da ogni bolla; la seconda parte, invece, modella il processo diffusivo.

Nell'ultima parte del capitolo sono mostrati i risultati ottenuti mediante il modello e il confronto con le misure di validazione di concentrazione dell'ossigeno disciolto eseguite sul modello fisico di laboratorio e descritte nel paragrafo 9.3.

9.2 Descrizione del modello numerico

Il modello numerico è tuttora in fase di sviluppo presso il Dipartimento di Ingegneria Idraulica e Ambientale dell'Università di Pavia dal Prof. Stefano Sibilla e dall'Ing. Torti.

Riassumendo quanto detto nel paragrafo 6.4, il comportamento dell'ossigeno si può scomporre in tre parti.

Nella prima parte, l'ossigeno gassoso, sotto forma di bolle, viene trasportato all'interno dell'acqua: le bolle sono quindi sottoposte ad azioni dinamiche.

Il movimento dell'acqua, quindi, influenza la velocità e la disposizione spaziale delle bolle.

Nella seconda parte, l'ossigeno gassoso si trasforma in ossigeno disciolto attraverso meccanismi di trasferimento di materia.

Una volta trasformato in ossigeno disciolto, il gas si diffonde e viene trasportato.

9.2.1 Dinamica delle bolle

Il movimento delle bolle di ossigeno all'interno della vasca è simulato utilizzando un metodo lagrangiano, ossia calcolando le traiettorie seguite dalle particelle nel tempo.

Dalla soluzione numerica del campo di moto liquido ottenuta mediante il codice ai volumi finiti di tipo euleriano, è stata estratta una griglia cartesiana di dimensioni 1.660x0.600x0.600 m (la dimensione del campo di moto epurata della parte retrostante l'ugello) equispaziata a formare celle cubiche di dimensione 1 cm. In corrispondenza dei vertici (nodi) della mesh sono stati estratti i valori delle componenti di velocità nelle tre direzioni *x, y* e *z*, dell'energia cinetica turbolenta (*k*) e della dissipazione dell'energia cinetica turbolenta (ε).

Nota la percentuale in volume delle bolle appartenenti a ciascun diametro (p_{vi}) è stato possibile determinare il numero di bolle per ciascuna classe dimensionale da inserire nel sistema. Infatti, avendo fissato un intervallo temporale Δt_p (in secondi) di inserimento delle bolle, per ciascuna classe dimensionale è possibile scrivere:

$$n_i = \frac{p_i \, Q_{O2} \Delta t_p}{\forall_i} \tag{9.2.1}$$

in cui

n_i è il numero di bolle di diametro d_i da inserire nel sistema ad ogni intervallo Δt_p;

Q_{O2} è la portata di ossigeno (in metri cubi al secondo);

Il calcolo del numero di bolle n_i si ricava, una volta determinata la portata di ossigeno (Q_{O2}) e noto il volume della bolla ($\forall_i$).

In definitiva, ad ogni intervallo Δt_p viene inserita una distribuzione di bolle in corrispondenza della posizione del getto che rispetta la distribuzione determinata mediante l'elaborazione delle immagini, ma proporzionata per soddisfare la portata di ossigeno realmente inserita nel sistema.

Ad ogni istante, in ogni posizione e per ogni particella si considera inoltre valida l'equazione (6.3.2) di equilibrio dinamico sulla bolla.

La traiettoria seguita da ogni particella viene a questo punto calcolata assumendo che la particella venga trasportata all'interno del fluido ad una velocità pari a quella del fluido stesso mentre il movimento verso la superficie libera è causato dalla forza di galleggiamento che agisce sulla bolla descritto nella (6.3.3).

Quindi, richiamando la (6.3.4) e ricordando che l'area della proiezione della bolla si può calcolare come:

$$A_i = \frac{1}{4}\pi\, d_i{}^2 \tag{9.2.2}$$

è possibile calcolare, utilizzando l'equazione di bilancio sulla bolla, la velocità di equilibrio in direzione verticale:

$$V_{eq\,i} = \sqrt{\frac{2g\ \forall_i (\rho_L - \rho_G)}{\rho_l\ C_{Di}\ A_i}} \tag{9.2.3}$$

La (9.2.3) si può semplificare impiegando la (8.6.3) e la (9.2.2):

$$V_{eq\,i} = \sqrt{\frac{4g\,(\rho_L - \rho_G)\,d_i}{3\rho_l\ C_{Di}}} \tag{9.2.4}$$

dove il coefficiente di resistenza è stato valutato mediante interpolazione dell'abaco di figura 6.3.1 utilizzando nella (6.3.5) la velocità posseduta dal fluido (V_f) e il diametro della bolla (d_i).

Inoltre, alla velocità di ogni singola particella è stato aggiunto un contributo di fluttuazione dovuto alla turbolenza (V'_i):

$$V'_i = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{3} k_i \ln(R_1)} & \text{per } R_2 < \frac{\Delta t}{T_{ti}} \\ 0 & \text{per } R_2 \geq \frac{\Delta t}{T_{ti}} \end{cases} \tag{9.2.5}$$

dove

R_1, R_2 è una probabilità, distribuita tra 0 e 1;

k_i è l'energia cinetica turbolenta associata alla bolla di diametro d_i (in metri quadrati al secondo cubo);

Δt è il passo temporale per l'integrazione della traiettoria delle particelle (in secondi);

T_{ti} è il tempo caratteristico della turbolenza (in secondi), stimato attraverso:

$$T_{ti} = \frac{l}{\sqrt{k_i}} \tag{9.2.6}$$

in cui

l rappresenta la lunghezza di mescolamento turbolenta (in metri), approssimabile con l'ampiezza dei grandi vortici e assunta pari a 0.005 m;

k_i è l'energia cinetica turbolenta della corrente in prossimità della bolla i-esima.

La velocità di ogni particella si calcola mediante la formula:

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{V}_{fi} + V_{eq\,i}\,\mathbf{k} + V_i'\,\mathbf{n_i}' \tag{9.2.7}$$

dove

$\boldsymbol{k}$ è il versore in direzione z;

$\boldsymbol{n'_i}$ è il versore delle fluttuazioni di velocità dovute alla turbolenza, calcolato con una funzione casuale.

9.2.2 Trasferimento di materia

La portata massica di ossigeno trasferita dalle bolle alla fase disciolta è determinata considerando il numero di bolle comprese in una cella della griglia di calcolo e valutando il flusso totale di massa scambiato da ciascuna bolla attraverso la seguente espressone:

$$q_{O2i} = \frac{1}{\forall_c} \sum_{i=1}^{N} q_i \tag{9.2.8}$$

con:

W_c è il volume della cella di calcolo (metri cubi);

N è il numero di bolle contenute nella cella;

q_i è la portata di ossigeno scambiata dalla bolla d_i con l'acqua, secondo la (6.4.14) (in grammi al secondo); il coefficiente di trasferimento K_l è valutato in prima approssimazione utilizzando il modello della penetrazione di Higbie descritto dalla (6.4.11). Il tempo di contatto t_c è stimato attraverso la (6.4.12).

9.2.3 Diffusione dell'ossigeno

La valutazione della concentrazione dell'ossigeno disciolto deve tenere conto del movimento della corrente (termine convettivo), dei fenomeni diffusivi (turbolenti e molecolari) e dei termini sorgente (il trasferimento di materia tra le bolle e l'ossigeno disciolto) e pozzo (lo scambio con la superficie a contatto con l'atmosfera).

L'equazione che tiene conto dei fattori appena descritti è la seguente:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{V}_f \cdot grad\ c = div\left[\left(\nu_t + D_m\right) grad\ c\right] + q_{O2} \tag{9.2.9}$$

dove

c è la concentrazione di ossigeno (in grammi su metro cubo);

q_{O2} è la portata massica di ossigeno per unità di volume (in grammi su metro cubo al secondo);

D_m è la diffusività molecolare dell'ossigeno in acqua, calcolabile mediante la (6.4.6) (in metri quadrati al secondo);

ν_t è la viscosità turbolenta (in metri quadrati al secondo), impiegata come termine diffusivo turbolento e calcolata mediante la definizione di viscosità turbolenta del modello di turbolenza k-ε (Appendice J):

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{9.2.10}$$

in cui C_μ è assunto pari a 0.09.

Per la concentrazione di saturazione dell'ossigeno in acqua è impiegata la formula di Henry.

L'equazione (9.2.9) è stata risolta numericamente con un metodo alle differenze finite su griglia cartesiana adottando uno schema upwind di primo ordine per la parte convettiva dell'equazione e un metodo alle differenze centrate al secondo ordine di accuratezza per quanto riguarda il termine diffusivo.

Il modello numerico è stato implementato in linguaggio Fortran 90.

Una condizione aggiuntiva inserita nel modello è l'eliminazione delle bolle uscenti dal campo di moto attraverso la superficie di interaccia acqua-atmosfera.

Inoltre, si assume che le bolle contenute nell'ultimo strato di celle in corrispondenza della superficie libera scambino ossigeno direttamente con l'atmosfera sovrastante.

9.3 Esperimento di validazione

La misura dell'ossigeno disciolto (OD) è necessario per la validazione del modello numerico di trasporto e diffusione dell'ossigeno.

A questo proposito, si è eseguita una prova sperimentale di misura dell'andamento della concentrazione dell'ossigeno disciolto nel tempo in diversi punti all'interno del modello fisico di vasca presente in laboratorio durante una fase di ossigenazione seguita da una di deossigenazione.

La prova è stata svolta nelle medesime condizioni di temperatura, portata gassosa e liquida presenti durante:

- la validazione dei risultati del modello euleriano
- la misura della distribuzione dimensionale delle bolle.

In questo paragrafo si descrive l'apparato sperimentale, il metodo di misura dell'ossigeno disciolto ed i risultati ottenuti.

9.3.1 Apparato sperimentale

La vasca è stata riempita con acqua potabile con le seguenti caratteristiche:

- temperatura θ_{ini} = 22 °C
- concentrazione di ossigeno disciolto c_{ini} = 10.0 mg/l.

Per le misure ci si è avvalsi di un ossimetro portatile a membrana (WTW Oxi 330). La sonda è stata montata su un'asta graduata per poterla immergere in vasca a diverse quote in modo agevole.

A seguito di prove preliminari, si è deciso di eseguire misure di ossigeno disciolto in punti interessati in modo diverso dal flusso bifase; si sono scelti 13 punti, elencati in tabella 9.3.1.

Tabella 9.3.1. Posizione dei punti di misura dell'ossigeno disciolto.

Punto*	x [m]	y [m]	z [m]
1C	0.40	0.10	0.30
2C	0.40	0.50	0.30
3C	0.40	0.70	0.30
4B	0.90	0.30	0.20
4E	0.90	0.30	0.50
5A	1.40	0.10	0.10
5C	1.40	0.10	0.30
5D	1.40	0.10	0.40
6A	1.40	0.50	0.10
6C	1.40	0.50	0.30
7A	1.40	0.70	0.10
7C	1.40	0.70	0.30
7D	1.40	0.70	0.40

*** Per la codifica dei punti, consultare la figura 9.3.1, la tabella 9.3.2 e la tabella 9.3.3.**

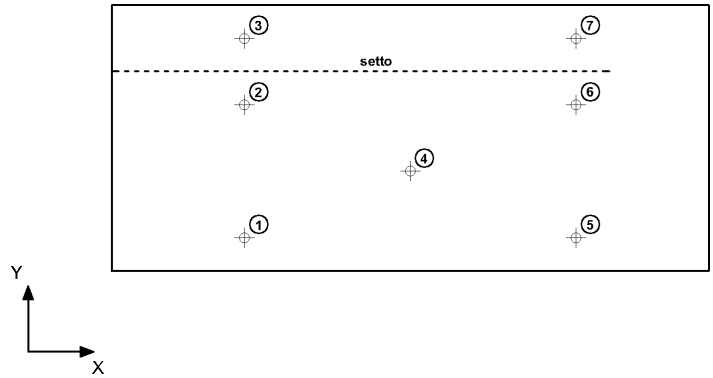


Figura 9.3.1. Pianta del modello fisico con evidenziati i punti di misura dell'OD.

Tabella 9.3.2. Codifica dei punti di misura dell'OD lungo le verticali.

Punto	z [m]
A	0.10
B	0.20
C	0.30
D	0.40
E	0.50

Tabella 9.3.3. Codifica dei punti di misura dell'OD sul piano *xy*.

Punto	*x* (m)	*y* (m)
1	0.40	0.10
2	0.40	0.50
3	0.40	0.70
4	0.90	0.30
5	1.40	0.10
6	1.40	0.50
7	1.40	0.70

I punti descrivono zone:

- interessate direttamente dal getto bifase (punto 4),
- che dall'analisi idrodinamica si possono considerare con bassa velocità del flusso (punti 1 e 2)
- laterali al flusso principale del getto (punti 5 e 6). In questi punti si è voluta considerare anche la distanza dalla superficie di scambio (quote A e C).

Si sono scelti anche due punti nel canale di aspirazione della pompa per verificare quanto ossigeno viene immagazzinato in una zona non studiata dal modello (punto 3C e 7A, 7C e 7D).

La fase di ossigenazione è durata circa 22000 s mentre la deossigenazione è durata fino a circa 50000 s.

In figura 9.3.2 sono mostrati gli andamenti di concentrazione di ossigeno disciolto in quattro punti significativi:

Punto 1C: appartenente ad un ricircolo ad asse verticale presente nella vasca, quindi teoricamente povero di ossigeno disciolto

Punto 4E: all'interno del getto turbolento bifase ricco di bolle, quindi teoricamente ricco di ossigeno disciolto

Punto 5A: periferico al getto ad una quota prossima al fondo

Punto 6A: punto simmetrico al punto 5A rispetto all'asse del getto.

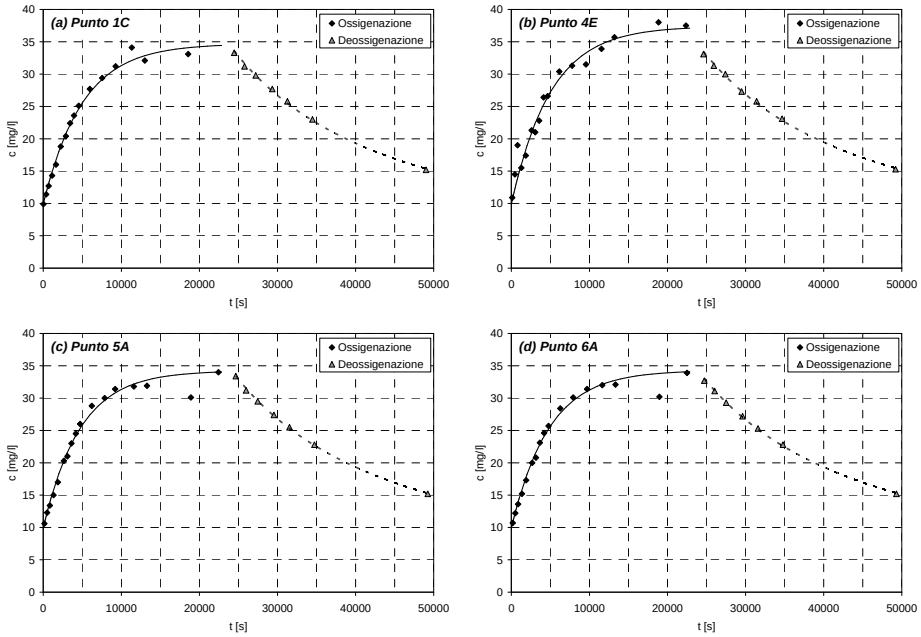


Figura 9.3.2. Andamento dell'ossigeno disciolto durante la prova di ossigenazione-deossigenazione nei punti 1C (a), 4E (b), 5A (c) e 6A (d).

9.3.2 Discussione dei risultati

Dalle misure si può osservare che l'ossigeno disciolto raggiunge un asintoto a circa 35 mg/l in quasi tutti i punti della vasca; il punto di misura al centro del getto bifase (4E) raggiunge una concentrazione superiore (37 mg/l).

Anche nelle zone di ricircolo lontane dal getto (punto 1C) la concentrazione di ossigeno raggiunge livelli confrontabili con quelli negli altri punti.

In generale si nota una pressoché uniforme distribuzione dell'OD, probabilmente facilitata dalle ridotte dimensioni del modello fisico.

Dall'analisi dei risultati si può anche affermare che i dati a 18000 s nei punti 5A e 6A sono dovuti ad un errore di lettura del display dello strumento.

La curva di deossigenazione è piuttosto regolare e rimarca l'omogeneità nella distribuzione dell'ossigeno (il valore finale dell'OD si attesta in tutti i punti a 15 mg/l).

9.4 Risultati

I risultati del codice di calcolo consistono nella concentrazione di ossigeno disciolto nei baricentri delle celle della griglia di calcolo ottenuti ad intervalli di 30 s (la scelta di salvare i dati con questo passo temporale è semplicemente dovuta a questioni di gestione dello spazio sul disco fisso).

In figura 9.4.1 è riportato il confronto tra i risultati sperimentali e numerici dell'andamento delle concentrazioni durante la fase di ossigenazione per due punti nei primi 14000 s: uno all'interno del getto bifase (4E) e uno in una zona periferica del getto (5A).

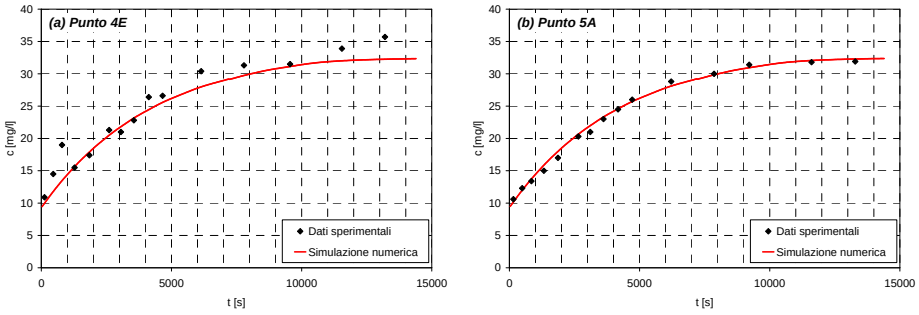


Figura 9.4.1. Concentrazione di ossigeno disciolto durante la fase di ossigenazione: confronto tra risultati numerici e sperimentali nei punti 4E e 5A.

Si può osservare che la simulazione mima in modo buono i risultati sperimentali tendendo, ma solo lievemente, a sottostimare la concentrazione di OD dopo i 12000 s nel caso del punto in asse al getto (4E).

In figura 9.4.2 sono mostrati due campi di concentrazione dell'ossigeno disciolto in due istanti diversi su un piano orizzontale passante per l'asse dell'ugello.

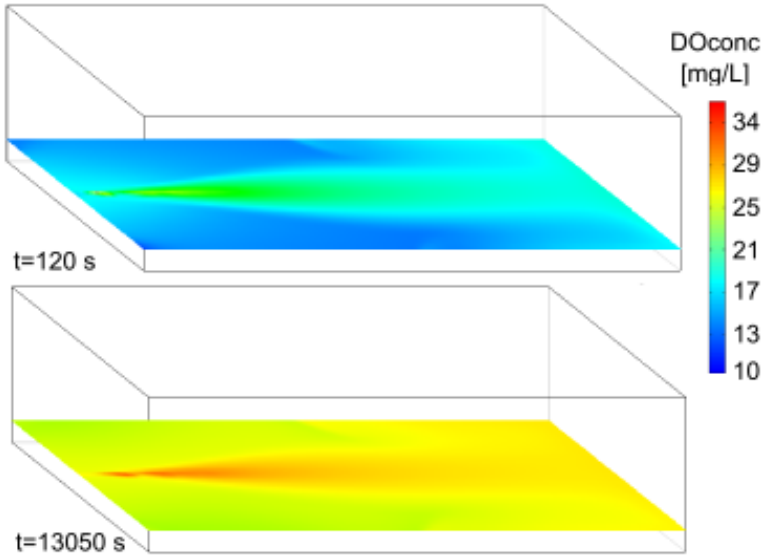


Figura 9.4.2. Situazione di concentrazione dell'ossigeno disciolto in due istanti (*t* = 120 s e *t* = 13050 s) in un piano *xy* passante per l'asse dell'ugello.

Si può osservare che la concentrazione di ossigeno è sempre massima in prossimità dell'ugello; il valore tende a scemare allontanandosi dalla sorgente.

Concentrazioni minime di ossigeno di individuano ai lati dell'ugello in entrambi gli istanti visualizzati.

Focalizzandosi sull'istante $t = 120$ s si nota che in asse al getto vi è già un aumento di concentrazione di OD di 13 mg/l rispetto alla condizione iniziale.

All'istante $t = 13050$ s, la concentrazione di OD è ovunque superiore a 21 mg/l, con picchi fino a 34 mg/l in prossimità dell'ugello.

9.4.1 Analisi di sensitività

9.4.1.1 Distribuzione dimensionale delle bolle

Nel sesto capitolo si è già avuto modo di accennare all'importanza assunta dalla superficie di scambio nella valutazione della quantità di ossigeno trasferito dalle bolle alla fase liquida.

Al fine di quantificare quanto la scelta di una distribuzione dimensionale di bolle incida sul risultato finale, sono state eseguite simulazioni prendendo in esame distribuzioni dimensionali di bolle diverse da quello determinate nel Capitolo 8.

Sono state esaminate due distribuzioni dimensionali con "forma" della distribuzione immutata ma traslate rispetto al valore medio, pesato sulla percentuale in volume delle singole classi dimensionali di diametri in scala logaritmica, sia in positivo (distribuzione denominata "*d+*") sia in negativo (distribuzione denominata "*d-*"). In figura 9.4.3 sono mostrate le distribuzioni dimensionali *d+* e *d-*.

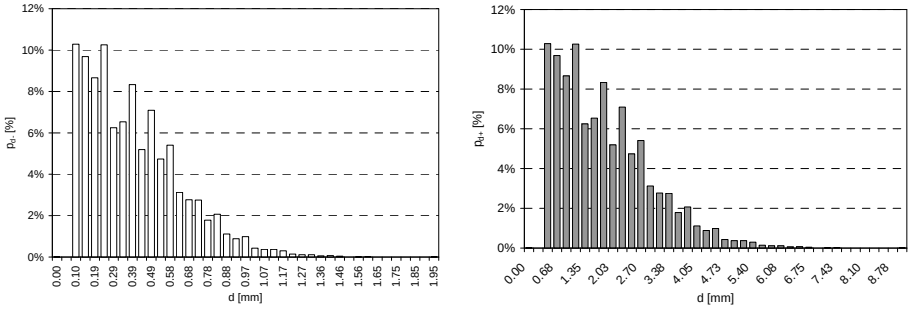


Figura 9.4.3. Distribuzioni dimensionali delle bolle (in funzione dei diametri) traslate all'indietro (a sinistra) e in avanti (a destra).

Inoltre sono state eseguite simulazioni utilizzando il diametro volumetrico medio della distribuzione originale delle bolle (d_{vm}) e il diametro di Sauter (d_s).

I risultati delle simulazioni per il punto 5A sono riportati in figura 9.4.4 fino a 7000 s.

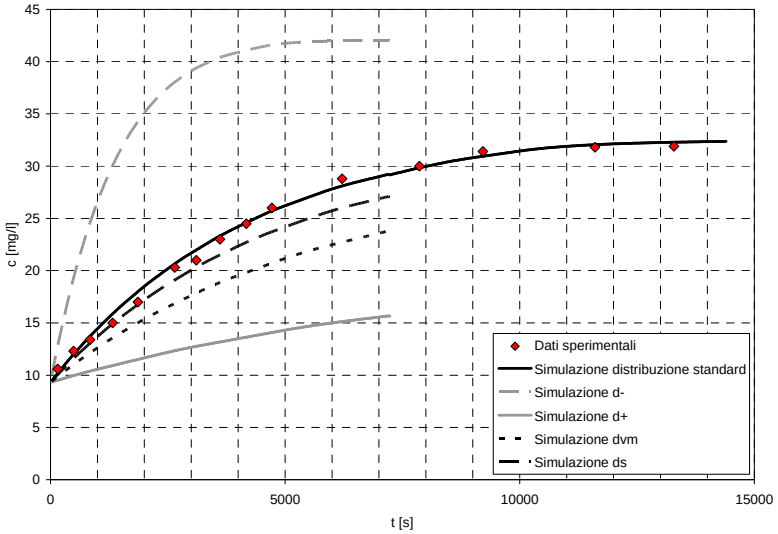


Figura 9.4.4 Risultati (inerenti al punto 5A) dell'analisi di sensitività eseguita sulla distribuzione dimensionale delle bolle.

Come già osservato in precedenza, la distribuzione di diametri ricavata dalle misure dirette è quella che ricalca in modo migliore i risultati ottenuti durante la prova sperimentale. Si osserva che la simulazione che impiega il diametro caratteristico di Sauter (d_s) permette di ottenere ottimi risultati, pur sottostimando leggermente le misure sperimentali.

Il diametro medio (d_{vm}) tende invece a sottostimare in modo più marcato il fenomeno di ossigenazione.

Le due distribuzioni di bolle traslate (d- e d+), invece, commettono un errore notevole sulle previsioni della concentrazione dell'ossigeno disciolto. La distribuzione d- sovrastima ed accelera i risultati ottenuti nell'esperimento poiché lo stesso volume di ossigeno iniettato con bolle più piccole fa sì che vi sia una superficie di scambio maggiore tra liquido e gas. Viceversa accade per la distribuzione di bolle d+.

9.5 Osservazioni conclusive

Dal confronto tra le misure di concentrazione di ossigeno disciolto e i risultati della simulazione numerica emerge come il modello numerico sia in grado di prevedere in modo accurato l'evoluzione della concentrazione di ossigeno in ogni punto della vasca. In modo particolare emerge come il modello riesca valutare la concentrazione di ossigeno disciolto in vasca anche in posizioni caratterizzate da forte turbolenza, come in asse al getto.

Dall'analisi dell'influenza della distribuzione dimensionale delle bolle si può concludere che sottostimare e sovrastimare la distribuzione dimensionale delle bolle porta a risultati che possono discostarsi considerevolmente da quelli sperimentali.

Tuttavia, è sufficiente una stima del diametro medio della distribuzione di bolle per riprodurre con un margine di errore accettabile l'evoluzione della concentrazione di ossigeno disciolto nel tempo. Il diametro di Sauter è quello che fornisce i risultati più vicini a quelli ottenuti utilizzando l'intera distribuzione dimensionale delle bolle.

Restano da eseguire prove di validazione con configurazioni in cui si possa osservare una variazione spaziale (e non solo temporale) delle concentrazioni di ossigeno disciolto in vasca. Una possibilità potrebbe essere quella di impiegare un modello fisico di maggiori dimensioni.

Capitolo 10

Conclusioni

La seconda parte della tesi di dottorato ha riguardato la modellazione di fenomeni di fluidodinamica legati a getti turbolenti bifase acqua-ossigeno e alla concentrazione dell'ossigeno disciolto in acqua, influenzato da fenomeni di trasporto, diffusione e trasferimento di materia.

Il fenomeno del flusso bifase è stato affrontato e semplificato disaccoppiando il moto di acqua e bolle (metodo "one-way coupling").

Il moto dell'acqua è stato studiato e modellato mediante un codice di calcolo euleriano a volumi finiti. I risultati del campo di moto sono stati validati mediante misure di velocità ottenute su un modello fisico con un velocimetro Doppler ad ultrasuoni.

I risultati così validati sono stati impiegati come base per descrivere il moto delle bolle mediante un codice di calcolo lagrangiano sviluppato *ad hoc*, che non considera lo scambio di quantità di moto tra le fasi ma che descrive la traiettoria delle bolle valutando le azioni dinamiche agenti su di esse e tenendo conto anche di un contributo casuale al moto legato alle caratteristiche di turbolenza locale.

La distribuzione del campo di bolle ottenuto è la base per il modello di trasferimento di materia tra gas e ossigeno disciolto, descritto secondo la teoria della penetrazione di Higbie.

Il fenomeno di diffusione e trasporto dell'ossigeno disciolto è stato quindi simulato numericamente.

I risultati del codice di calcolo, in ottimo accordo con le misure sperimentali di ossigeno disciolto eseguite, dimostrano che l'approccio proposto per analizzare l'andamento dell'ossigeno disciolto dovuto ad un getto turbolento acqua-ossigeno in ambiente confinato è accettabile.

È comunque necessario eseguire ulteriori prove su configurazioni diverse e più complesse prima di essere certi della robustezza dell'approccio e del modello numerico.

Si osserva che la distribuzione dimensionale delle bolle influisce notevolmente sui risultati del calcolo.

A tal proposito, la dimensione delle bolle contenute nel getto bifase è stata ottenuta mediante un metodo ottico. La tecnica si compone di due parti: l'acquisizione di immagini digitali del campo di bolle e la loro elaborazione.

L'elaborazione delle immagini è stata eseguita con tre metodi di riconoscimento automatico delle bolle. Il risultato più promettente è stato ottenuto dall'uso della trasformata di Hough circolare per individuare il centro ed il raggio delle circonferenze che descrivono i contorni delle bolle.

Dall'osservazione dei risultati si conclude che il risultato ottenuto deve comunque essere controllato manualmente per aggiungere bolle non riconosciute e togliere falsi positivi.

Bibliografia

Parte I: Termoablazione epatica a radiofrequenza

Almanza O., Rodriguez-Perez M.A., De Saja J.A. (2004). "Applicability of the transient plane source method to measure the thermal conductivity of low-density polyethylene foams", *J. of polymer science: part B: Polymer Physics*, v.42, 1226-1234.

Angelone C. (2008). "Effetti della pre-iniezione di gel salino di agarosio sulla termoablazione a radio-frequenza", *Tesi di laurea specialistica* in Ingegneria Biomedica, Università di Pavia.

Balasubramaniam T.A., Bowman H.F. (1974). "Temperature field due to a time dependent heat source of spherical geometry in an infinite medium", *J. of Heat transfer*, 296-299.

Balasubramaniam T.A., Bowman H.F. (1977). "Thermal conductivity and thermal diffusivity of biomaterials: a simultaneous technique", *J. of Biomechanical Engineeering*, 148-154.

Barauskas R., Gulbinas A., Barauskas G. (2007). "Investigation of radiofrequency ablation process in liver tissue by finite element modeling and experiment", *Medicina (Kaunas)*, vol. 43, no. 4, 399-411.

Bear J. (1979). *Hydraulics of groundwater* (Water resources and environmental engineering), New York: McGraw-Hill, ISBN 0-07-004170-9.

Bentley J.P. (2005). *Principles of measurement systems 5th ed.*, Harlow: Pearson Prentice Hall.

Berjano E.J. (2006). "Theoretical modeling for radiofrequency ablation: state-of-the-art and challenges for the future", *BioMed Eng OnLine*, vol. 5, no. 24, 1-17, doi:10.1186/1475-925X-5-24.

Bhattacharya A. and Mahajan R.L. (2003). "Temperature dependence of thermal conductivity of biological tissues", *Physiol. Meas.*, vol.24, 769-783.

Bonacina C. Cavallini A. e Mattarolo L. (1985). *Trasmissione del calore 3ª ed.*, CLEUP editore, Padova.

Bowman H.F. (1981). Heat transfer and thermal dosimetry, *J. Microw. Power*, vol. 16, 121-133.

Campbell A.M., Land D.V. (1992). "Dielectric properties of female human breast tissue measured in vitro at 3.2 GHz", *Phys. Med. Biol.*, vol.37, no.1, 193-210.

Carini A. (2009). "Caratterizzazione delle termolesioni epatiche con pre-trattamento a base di gel di agarosio: indagini sistematiche ex vivo in campo 2D", *Tesi di laurea specialistica* in Ingegneria Biomedica, Università di Pavia.

Carlslaw H.S., Jaeger J.C. (1959). *Conduction of heat in solids 2nd ed.*, Oxford, Clarendon Press, ISBN 0 19 853303 9.

Chang I. (2003). "Finite Element Analysis of Hepatic Radiofrequency Ablation Probes using Temperature-Dependent Electrical Conductivity", *BioMed Eng OnLine*, vol. 2, no.12, 1-18.

Chang I.A., Nguyen U.D. (2004). "Thermal modeling of lesion growth with radiofrequency ablation Devices", *BioMed Eng OnLine*, vol.3, no.27, 1-19, doi:10.1186/1475-925X-3-27.

Chen M.M., Holmes K.R., Rupinskas V. (1981). Pulse-decay method for measuring the thermal conductivity of living tissues, J. Biomech. Eng. Trans. ASME, vol.103, 253-260.

Chin L., Sherar M. (2001). "Changes in dielectric properties of ex vivo bovine liver at 915 MHz during heating", *Phys. Med. Biol.*, vol.46, 197–211.

Cooper T.E. and Trezek G.J. (1972). "A probe technique for determining the thermal conductivity of tissue," *J. Heat Transfer*, Trans. ASME, vol.94, 133–140.

C-Therm technologies (2008). C-Therm TCi operator manual TH130041 Rev.D, Canada.

Duck F. (1990). *Physical properties of tissue A comprehensive reference book*, Academic Press Limited, ISBN 0-12-222800-6.

Faes T.J.C., Meij H.A., Munk J.C., Heethaar R.M. (1999). "The electric resistivity of human tissues (100 Hz–10 MHz) a meta-analysis of review studies", *Physiol. Meas.*, vol.20, 1–10.

Foster K.R., Schwann H.P. (1989). "Dielectric properties of tissue and biological materials: a critical review", *Critical reviews in Biomedical Engineeering*, vol.17, no.1, 25-104

Gabriel C., Gabriel S., Corthout E. (1996). "The dielectric properties of biological tissues: I. Literature survey", *Phys. Med. Biol.*, vol.41, 2231–2249.

Gabriel C., Gabriel S., Corthout E. (1996). "The dielectric properties of biological tissues: II. Measurements in the frequency range 10 Hz to 20 GHz", *Phys. Med. Biol.*, vol.41, 2251-2269.

Giacobone D. (2009). "Caratterizzazione delle termolesioni epatiche con pre-trattamento a base di gel di agarosio: misure e visualizzazioni ex vivo in campo 3D", *Tesi di laurea specialistica* in Ingegneria Biomedica, Università di Pavia.

Gustafsson S.E. (1991). "Transient plane source techniques for thermal conductivity and thermal diffusivity measurements of solid materials", *Rev. Sci. Instrum.*, vol.62, no.3, 797-804.

Halliday D., Resnik R., Walker J. (2002). *Fondamenti di fisica 4^a ed.*, Milano, Casa Edistrice Ambrosiana, ISBN 88-408-0965-1.

Haemmerich D., Chachati L., Wright A.S. (2003). "Hepatic Radiofrequency Ablation With Internally Cooled Probes: Effect of Coolant Temperature on Lesion Size", *IEEE Trans Biomed Eng*, vol. 50, no.4, 493-500.

Haemmerich D., Dos Santos I., Schutt D.J., Webster J.G., Mahvid D.M. (2006). "In vitro measurements of temperature-dependent specific heat of liver tissue", *Medical Engineering & Physics*, vol.28, 194–197.

Haemmerich D., Staelin S.T., Tsai J.Z., Tungjitkusolmun S., Mahvi D.M., Webster J.G. (2003). "*In vivo* electrical conductivity of hepatic tumours", *Physiol. Measur.*, vol.24, 251-260.

Haemmerich D., Staelin S.T., Tungjitkusolmun S. (2001). "Hepatic bipolar Radio-frequency ablation between separated multiprong electrodes", *IEEE Trans Biomed Eng*, vol.48, no.10, 1145-1152.

Haemmerich D., Tungjitkusolmun S., Staelin S.T. (2002). "Finite Element Analisysis of Hepatic Multiple Probe Radio–Frequency Ablation", *IEEE Trans Biomed Eng*, vol.49, no.7, 836-842.

Hamilton G. (1998). "Investigation of the thermal properties of human and animal tissues", *PhD thesis*, Physics and Astronomy Dept., University of Glasgow.

Higgins H., Berger D.L. (2006). "RFA for Liver Tumors: Does It Really Work?", *The Oncologist*, 11, 801-808.

Holman J.P (1972). *Heat transfer 3rd ed.* , New York: Mc Graw-Hill, ISBN 0070296030.

Invatec, *Manuale d'uso generatore a RF TAG 100W*, rev.8 del 10/05/2000.

Kirillin V.A., Sycev V.V., Sejndlin A.E. (1980). *Termodinamica tecnica 1a ed.*, Roma-Mosca: Editori Riuniti – Edizioni MIR.

Liu Z., Lobo S. M., Humphries S. (2005). "Radiofrequency Tumor Ablation: Insight into Improved Efficacy Using Computer Modeling", *American Journal of Roentgenology*, vol.184, 1347-1352.

Liang X.G., Ge X.S., Zhang Y.P., Wang G.J. (1991). A convenient method of measuring the thermal conductivity of biological tissue, *Phys. Med. Biol.*, vol.36, no.12, 1599-1605.

Lobo S.M., Liu Z.-J., Yu N. C. (2005). "RF tumour ablation: Computer simulation and mathematical modelling of the effects of electrical and thermal conductivity", *Int. J. Hyperthermia*, vol.21, no.3, 199–213.

Mathis N.E. (1999). "New transient non–destructive technique measures thermal effusivity and diffusivity", *Proc. of the 25th Int. Thermal Conductivity Conference*.

Mathis N., Chandler C., Patent No. US 6,676,287 B1 13/01/2004, Direct thermal conductivity measurement technique.

McGahan J.P., Dodd G.D. (2001). "Radiofrequency Ablation of the Liver: Current Status", *American Journal of Roentgenology*, 176, 3-16.

Millero F.J., Perrot D. (2005). "The apparent molal heat capacity, enthalpy, and free energy of seawater fit to the Pitzer equations", *Marine Chemistry*, vol.94, 81-99.

Mirtaheri P., Grimmes S., Martinsen O.G. (2005). “Electrode Polarization Impedance in Weak NaCl Aqueous Solutions”, *IEEE Trans Biomed Eng*, vol.52, no.12, 2093-2099.

Molckovsky A., Wilson B.C. (2001). “Monitoring of cell and tissue responses to photodynamic therapy by electrical impedance spectroscopy”, *Phys. Med. Biol.*, vol.46, 983-1002.

Nastuk W. (1963). *Physical Techniques in biological Research Vol VI - Electrophysiological Methods Part B*, New York-London, Academic Press.

NIST (National Institute of Standards and Technology), *NIST Standard Ref. Database No.69*, disponibile al sito http://webbook.nist.gov/chemistry/.

Panescu D., Whayne J.G., Fleischman S.D., Mirotznik M.S., Swanson D.K., Pething R. (1987). “Dielectric properties of body tissues”, *Clin. Phys. Physiol. Meas.*, vol.8, no.A, 5-12.

Panescu D., Whayne J.G., Fleischmann S.D., Mirotznik M.S., Swanson D.K., Webster J.G. (1995). “Three-dimensional finite element analysis of current density and temperature distributions during radio-frequency ablation”, IEEE Trans. Biomed. Eng., vol.42, no.9, 879-890.

Pething R. (1987). “Dielectric properties of body tissues”, *Clin. Phys. Physiol. Meas.*, vol.8, suppl. A, 5-12.

Ponder E. (1962). “The coefficient of thermal conductivity of blood and of various tissues”, *J. General Physiology*, vol.45, 545-551.

Pop M., Molckovsky A., Chin L., Kolios M.C., Jewett M.A.S., Sherar M.D. (2003). “Changes in dielectric properties at 460 kHz of kidney and fat during heating: importance for radio-frequency thermal therapy”, *Phys. Med. Biol.*, vol.48, 2509–2525.

Poppendiek H.F., Randall R., Breeden J.A., chambers J.E., Murphy J.R. (1966). “Thermal conductivity measurements and predictions for biological fluids and tissues”, *Cryobiology*, vol.3, 318-327.

Robinson J.E. (1972). Unpublished data reported by Morley.

Rossi S., Fornari F., Paties C. and Buscarini L. (1990). “Thermal lesions induced by 480kHz localized current field in guinea pig and in pig livers”, *Tumori*, 76, 54-57.

Rouse H. (1950). *Engineering Hydraulics*, New York: John Wiley & Sons.

Silvestroni P. (1984). *Fondamenti di chimica 7ª ed.*, Roma, Veschi Editore.

Spells K.E. (1960). "The thermal conductivity of some biological fluids", *Phys. Med. Biol.*, vol.5, 139-153.

Stogryn A. (1971). "Equations for calculating the dielectric constant of saline water", *IEEE Trans. Microw. Theory Tech*, vol.19, n.8, 733-736.

Surowiec A., Stuchly S.S., Swarup A. (1985). "Radiofrequency dielectric properties of animal tissues as a function of time following death", *Phys. Med. Biol.*, vol.30, n.10, 1131-1141.

Surowiec A., Stuchly S.S., Keaney M., Swarup A. (1986). "In-vivo and in-vitro dielectric properties of feline tissues at low radiofrequencies", *Phys. Med. Biol.*, vol.31, 901-909.

Surowiec A., Stuchley S.S. (1987). "In vitro dielectric properties of human tissues at radiofrequencies", *Phys. Med. Biol.*, vol.32, 615-621.

Tungjitkusolmun S., Staelin S.T., Haemmerich D., Tsai J.Z. Cao H., Webster J. G., Lee F. T., Mahvi D. M. and Vorperian V. R. (2002). "Three-dimensional finite-element analyses for radio-frequency hepatic tumor ablation", *IEEE Trans Biomed Eng*, vol.49, no.1, 3-9.

Valvano J.W., Allen J.T., Bowman H.F. (1984). "The simultaneous measurement of thermal conductivity, thermal diffusivity, and perfusion in small volumes of tissue", *J. of Biomechanical Engineering*, vol.106, 192-197.

Valvano J.W., Cochran J.R., Diller K.R. (1985), "Thermal conductivity and diffusivity of biomaterials measured with self-heated thermistors", *Int. J. of Thermophysics*, vol.6, no.3, 301-311.

Vella L. (1988). *Enciclopedia medica italiana*, Torino: UTET.

Vismara R. (2002), *Ecologia applicata 2ª ed.*, Milano: Hoepli editore.

Webster J.G. (1995). "Three-dimensional finite element analysis of current density and temperature distributions during Radio-Frequency ablation", *IEEE Trans Biomed Eng*, vol.42, n.9, 879-890.

Webster J.G. (2004). *Electrical measurements, signal processing and displays*, Boca Raton (Florida): CRC Press.

Webster J.G. (2006). *Encyclopedia of medical devices and instrumentation 2nd ed.*, New Jersey: John Wiley & Sons.

Parte II: Flusso turbolento acqua-ossigeno in ambiente confinato e diffusione dell'ossigeno in acqua

Alves S.S., Vasconcelos J.M.T., Orvalho S.P. (2006). "Mass transfer to clean bubbles at low turbulent energy dissipation", *Chem Eng Sci*, vol.61, 1334-1337.

Ayukawa K., Shakouchi T. (1976). "Analysis of a jet attaching to an offset parallel plate (oscillation of a jet)", *Bull. JSME*, vol.19, no.130, 395-401.

Bentley J.P. (2005). *Principles of measurement systems 5th ed.*, Harlow: Pearson Prentice Hall.

Bertuzzi C. (2010). "Metodo Euleriano-Lagrangiano per il calcolo della concentrazione di ossigeno disciolto in un sistema a getti turbolenti", *Tesi di laurea specialistica* in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Università di Pavia.

Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N. (1970). *Fenomeni di trasporto*, Milano: CEA.

Blanc H. (2008). "Caratterizzazione idrodinamica di un getto turbolento in ambiente confinato", *Tesi di laurea specialistica* in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Università di Pavia.

CDadapco, *StarCD® manual*, 2004.

Chanson H. (2002). "Air-Water Flow Measurements with Intrusive Phase-Detection Probes: Can We Improve Their Interpretation?", *Journal of Engineering*, 252-255.

Chigier, N. (1991). "Optical imaging of sprays", *Prog. Energy Combust. Sci.*, vol.17, 211-262.

Cigognetti A. (2009). "Misura dell'ossigeno disciolto e della distribuzione dimensionale delle bolle in un sistema di miscelazione e aerazione a getto", *Tesi di laurea specialistica* in Ingegneria per l'Ambiente ed il Territorio, Università di Pavia.

Cockx A. (1997). "Numerical simulation and physical modelling of the hydrodynamic in an air-lift internal loop reactor", *Chem. Eng. Sci.*, vol.52, no.21-22, 3787-3793.

Cockx A., Do-Quang Z., Audic J.M., Liné A., Roustan M. (2001), "Global and local mass transfer coefficients in wastewater treatment process by computational fluid dynamics", Chem Eng Proc, vol.40, 187-194.

Collivignarelli C., Bertanza G., Bina S. (1995). *La verifica idrodinamica nel trattamento delle acque*, Coll. Ambiente - vol. 8, CIPA editore.

Collivignarelli C., Fortina L., Urbini G. (1979). "Modelli cinetici ed idrodinamici integrati per lo studio del comportamento dei reattori a fanghi attivi. Nota 2: risultati sperimentali", *IA Ingegneria Ambientale*, vol. 8, n. 4, 356-368.

Coulson J.M., Richardson J.F (1965), *Chemical Engineering vol.1 2nd ed.*, Pergamon Press.

Crank J. (1975). *The mathematics of diffusion 2nd ed.*, Oxford: Clarendon press.

Crowe C.T., Troutt T.R., Chung J.N. (1996). "Numerical models for two-phase turbulent flows", *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, vol.28, 11-43.

Davis M.R., Winarto H. (1980). "Jet diffusion from a circular nozzle above a solid plane", *J. Fluid Mech.*, vol.101, no.1, 201-221.

Ekama G.A., Marais P. (2004). "Assessing the applicability of the 1D flux theory to full-scale secondary settling tank design with a 2D hydrodynamic model", *Water Research*, vol.38, 495-506.

Fayolle Y. (2006). "Modelisation de l'hydrodynamique et du transfert d'oxygene". *Thèse de Doctorat*, INSA Toulouse.

Fayolle Y., Cockx A., Gillot S., Roustan M., Héduit A. (2007). "Oxygen transfer prediction in aeration tanks using CFD", *Chem. Eng. Sci.*, vol.62, 7163-7171.

Ferziger J.H., Peric M. (2002). *Computational methods for fluid dynamics 3rd ed.*, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.

Gallati M., Bertanza G., Sibilla S., Collivignarelli M.C., Gazzola E. (2007). "Verifica integrata del comportamento idrodinamico di un reattore biologico

mediante metodo RTD e modelli numerici", *IA Ingegneria Ambientale*, vol.36, no.5, 237-248.

Gonzalez R.C., Woods R.E., Eddins S.L. (2004). *Digital image processing using MATLAB* ®, Upper Saddle River: Pearson.

Goring D.G., Nikora V.I. (2002). "Despiking acoustic Doppler velocimeter data", *Journal of Hydraulic Engineering*, vol.128, 117-125.

Guillard F., Tragardh C., Fuchs L. (2000). "A study of turbulent mixing in a turbine-agitated tank using a fluorescence technique", *Experiments in fluids*, vol.28, 225-235.

Higbie R. (1935). "The rate of absorption of a pure gas into a still liquid during short periods of exposure", *American Institute of Chemical Engineering*, vol.31, 365-389.

Jayanti S. (2001). Hydrodynamics of jet mixing in vessels, *Chem. Eng. Sci.*, vol.56, 193-210.

Karama A.B., Onyejekwe O.O., Brouckaert C.J., Buckley C.A. (1999). "The use of computational fluid dynamics (CFD) technique for evaluating the efficiency of an activated sludge reactor", *Wat. Sci. Tech.*, vol.39, 329-332.

Krishna R., Van Baten J.M. (2003). "Mass transfer in bubble columns", *Catalysis Today*, vol.79, no.80, 65-75.

Kulkarni A.A. (2007). "Mass transfer in bubble column reactors: effect of bubble size distribution", *Industrial Engineering Chemical Research*, vol.46, 2205-2211.

Kulkarni A.A., Jyeshtharaj B.J. (2005). "Bubble formation and bubble rise velocity in gas-liquid systems: a rewiew", *Industrial Engineering Chemical Research*, 44, 5873-5931.

Laakkonen M., Moilanen P., Alopaeus V., Aittamaa J. (2007). "Modelling local bubble size distributions in agitated vessels", *Chemical Engineering Science*, vol.62, 721-740.

Launder B.E., Spalding D.B. (1972). *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*, London: Academic Press.

Lee S.O., Sturm T.W., Cho Y., Lee J. (2007). "Experimental and numerical analysis of the turbulent flow through an oil grit separator", Proc of the 32nd IAHR, 2007.

Lee S.Y., Dimenna R.A., Leishear R.A., Stefanko D.B. (2008). "Analysis of turbulent mixing jets in a large scale tank", *J. of Fluid Eng. Trans*, vol.130, 1-13.

Le Moullec Y., Potier O., Gentric C., Leclerc J.P. (2008). "Flow field and residence time distribution simulation of a cross-flow gas-liquid wastewater treatment reactor using CFD", *Chem. Eng. Sci.*, vol.63, 2436-2449.

Leschziner M.A. (1993). "Introduction to the modelling turbulence - Two equation models for High-Reynolds-number flow - Feb 08-11-1993", Von Kàrmàn Institute for Fluid Dynamics Lecture Series 1993-02.

Lewis W.K., Whitman W.G. (1924). "Principles of gas absorption", *Industrial and Engineering Chemistry*, vol.16, 1215-1220.

Liu J, Crapper M., McConnachie G.L. (2004). "An accurate approach to the design of channel hydraulic flocculators", *Water Research*, vol.38, 875-886.

Lohrmann A., Cabrera R., Kraus N.C. (1994). "Acoustic-Doppler velocimeter (ADV) for laboratory use", *Proc. Fundamentals and Advancements in Hydraulic Measurements and experimentation*, Buffalo, 351-365.

Mataoui A., Schiestel R., Salem, A. (2003). "Study of the oscillatory regime of a turbulent plane jet impinging in a rectangular cavity", *Appl. Math. Modelling*, vol.27, 89-114.

McGinnis D.F., Little J.C. (2002). "Predicting diffused-bubble oxygen transfer rate using the discrete bubble model", *Water Research*, vol.36, 4627 – 4635.

McLelland S.J., Nicholas A.P. (2000). "A new method for evaluating errors in high-frequency ADV measurements", *Hydrological Processes*, vol.14, 351-366.

Metcalf, Eddy (2005). *Ingegneria delle acque reflue - Trattamento e riuso*, McGraw–Hill.

Mohamed Ali M. (2010). “Analisi di un getto turbolento in ambiente confinato mediante velocimetro acustico Doppler” *Tesi di laurea triennale* in Ingegneria Meccanica, Università di Pavia.

Morchain J., Maranges C., Fonade C. (2000). “CFD modelling of a two-phase jet aerator under influence of a cross flow”, *Wat. Res.*, vol.34, no.13, 3460-3472.

Nortek AS (2000), *Nortek 10 MHz Velocimeter Operational Manual*.

Patwardhan A.W. (2002). “CFD modelling of jet mixed tanks”, *Chem. Eng. Sci.*, vol.57, 1307-1318.

Perona J.J., Hylton T.D., Youngblood E.L., Cummins R.L. (1998). “Jet mixing of liquids in long horizontal cylindical tanks”, *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol.37, 1478-1482.

Rajaratnam N. (1976). *Turbulent Jets*, Amsterdam and New York: Elsevier Publishing Co.

Rajaratnam N., Pani B.S. (1974). “Three-Dimensional turbulent wall jets”, *J. Hydr. Div.*, vol.69, 69-83.

Ranade V.V. (1996). “Toward better mixing protocols by designing spatially periodic flows: the case of a jet mixer”, *Chem. Eng. Sci.*, vol.51, no.11, 2637-2642.

Shakouchi T., Kuzuhara S. (1982). “Analysis of a jet attaching to an offset parallel plate (influence of an opposite wall)”, *Bull. JSME*, vol.25, no.203, 766-773.

Shakouchi T., Kuzuhara S., Yamaguchi J. (1986). “Oscillatory phenomena of an attached jet”, *Bull. JSME*, vol.29, no.250, 1117-1123.

Shakouchi T., Suematsu Y., Ito T. (1982). “A study on oscillatory jet in a cavity (mechanism of oscillation)”, *Bull. JSME*, vol.25, no.206, 1258-1265.

Tang Y.L. (2008). “Detects multiple disks (coins) in an image using Hough Transform”, Matlab® script disponibile a Matlab Central (http://www.mathworks.com/matlabcentral/index.html).

Vazquez A., Sanchez R.M. , Salinas-Rodrıguez E., Soria A., Manasseh R. (2005). “A look at three measurement techniques for bubble size determination”, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol.30, 49-57.

Visconti F. (2008). "Analisi sperimentale di un getto turbolento confinato", *Tesi di laurea triennale* in Ingegneria Meccanica, Università di Pavia.

Wood M.G., Howes T., Keller J., Johns M.R. (1998). "Two dimensional computational fluid dynamic models for waste stabilization ponds", *Wat. Res.*, vol.32, 958-963.

Yakhot V., Orszag S. (1986) "Renormalization Group Analysis of Turbulence. I. Basic Theory", *Journal of Scientific Computing*, vol.1, no.1, 3-51.

Zughbi H.D., Ahmad I. (2005). "Mixing in Liquid-Jet-Agitated Tanks: Effects of Jet Asymmetry", *Ind. Eng. Chem. Res.*, vol.44, 1052-1066.

Zughbi H.D., Rakib M.A.(2004). "Mixing in a fluid jet agitated tank: effects of jet angle and elevation and number of jets", *Chem. Eng. Sci.*, vol.59, 829-842.

Appendice A

Strumentazione impiegata negli esperimenti di RFTA

A.1 Sistema di acquisizione e filtraggio dei segnali

Il sistema di acquisizione dei segnali e di conversione analogico/digitale impiegato è una scheda di acquisizione NI USB 6008 collegata ad un PC portatile mediante porta USB.

Le specifiche tecniche salienti della scheda di acquisizione sono elencate in Tabella A.1.1.

Le operazioni di acquisizione e registrazione dei dati sono gestite dal software NI VI Logger v2.0.1.

Mediante l'analisi in frequenza dei segnali acquisiti in prove preliminari si è notato un rumore di fondo a 50 Hz imputabile alla rete elettrica e ad una non perfetta schermatura dei cavi che collegano i sensori alla scheda di acquisizione.

Si è quindi deciso di acquisire ad una frequenza doppia (f_c =100 Hz) al fine di ottemperare al teorema di Nyquist (Bentley, 2005).

I segnali in tensione registrati vengono successivamente filtrati mediante un filtro digitale passa basso Butterworth (Webster, 2004) di terzo ordine con una frequenza di taglio a 10 Hz implementato in uno script Matlab®.

Tabella A.1.1. Specifiche tecniche scheda di acquisizione NI 6008 USB.

Specifica	***Impiego***	
	Differenziale	***Single-ended***
Segnale acquisito in ingresso	in tensione	
Numero canali analogici	4	8
Risoluzione	12 bit	11 bit
Frequenza massima di acquisizione	10 kHz	
Intervallo di input	±1÷20 V	±10 V
Impedenza in ingresso	144 kΩ	
Rumore di fondo della scheda	1.47 mVrms	2.93 mVrms
Accuratezza*	1.53 mV (a ±1V) 4.28 mV (a ±5V)	14.7 mV
Condizioni ambientali di funzionamento	0 ≤ θ ≤ 55℃ 10 ≤ RH ≤ 90℃	

***: a 25 °C.**

A.2 Sensori di temperatura

Le misure di temperatura sono state eseguite con termistori NTC.

I termistori (traduzione di "thermistor", abbreviazione di "thermal resistor") sono resistori costituiti da materiali che possiedono una grande variabilità di resistività con la temperatura.

Nel caso dei termistori NTC (*Negative Temperature Coefficient*), il coefficiente che lega la variazione di temperatura alla variazione di resistività è negativo.

I termistori sono impiegati anche come misuratori di temperatura: è sufficiente applicare una tensione (o una corrente) costante ai loro estremi e misurare la corrente (o la tensione) del circuito. Conoscendo la legge di

variazione della resistenza con la temperatura (ricavabile da una taratura) e impiegando la legge di Ohm si può ottenere la temperatura del termistore.

I termistori hanno la caratteristica di essere di ridotte dimensioni, quindi possono essere impiegati per misure quasi-puntuali di temperatura; le loro ridotte dimensioni e la loro copertura in materiale isolante non influenza eccessivamente la geometria del campo elettrico e la loro bassa capacità termica fa sì che non assorbano calore e, quindi, non incidano eccessivamente sul campo termico in cui sono immersi.

Inoltre, a differenza delle termocoppie, i termistori NTC si sono rivelati poco sensibili al campo elettromagnetico a radiofrequenza impiegato durante gli esperimenti di termoablazione.

Le specifiche tecniche dei termistori NTC impiegati sono descritte in Tabella A.2.1.

Tabella A.2.1. Specifiche tecniche dei termistori NTC impiegati.

Specifica	***Valore***
Diametro	< 2.41 mm
Lunghezza	< 6.5 mm
Capacità termica	~22.5 mJ/℃

I termistori sono stati collegati alla scheda di acquisizione mediante un circuito, mostrato in Figura A.2.1 e schematizzato in Figura A.2.2. Il circuito ha la funzione di:

- alimentare i termistori;
- condizionare il segnale in uscita dai termistori in modo da renderlo acquisibile dalla scheda.

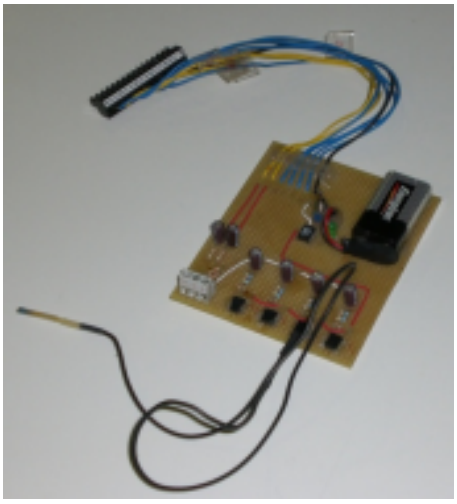
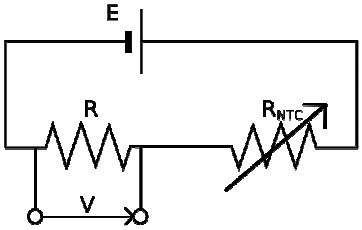


Figura A.2.1. Circuito di trasformazione del segnale uscente dai termistori NTC.



Legenda
R_{NTC}: resistenza variabile (termistore NTC).
V: tensione misurata dal sistema di acquisizione.
E: forza elettromotrice.

Figura A.2.2. Schema del circuito elettrico per la misura della temperatura con termistori NTC.

Infatti, è possibile scrivere:

$$\begin{cases} E = (R + R_{NTC})I \\ V = R\,I \end{cases} \tag{A.2.1}$$

Per la prima legge di Kirkhoff

$$V = \frac{R}{R + R_{NTC}}\,E \tag{A.2.2}$$

La resistenza del termistore NTC (R_{NTC}, in Ohm) è descritta dalla formula:

$$R_{NTC} = R_\infty \, e^{\frac{B}{\theta}} = R_0 \, e^{\frac{B}{\theta} - \frac{B}{\theta_0}} \tag{A.2.3}$$

in cui

R_0 è la resistenza del termistore alla temperatura di riferimento di $\theta_0 = 298.15$ K (in Ohm);

B è un parametro caratteristico del termistore (in gradi Kelvin);

θ è la temperatura misurata dal termistore (in gradi Kelvin).

Sostituendo la (A.2.3) nella (A.2.2) si ottiene:

$$V = \frac{R}{R + R_\infty \, e^{\frac{B}{\theta}}} E \tag{A.2.4}$$

Riscrivendo la (A.2.4) si ricava la temperatura misurata dal termistore:

$$\theta = \frac{B}{\ln\left(\frac{R}{R_\infty}\right) + \ln\left(\frac{E - V}{V}\right)} \tag{A.2.5}$$

R ed E sono scelte costruttive: $R = 3000\ \Omega$ e $E = 5$ V.

R_0 e B sono parametri tipici di ogni termistore e sono stati ottenuti attraverso esperimenti di taratura.

L'operazione di taratura è stata realizzata servendosi di olio riscaldato a diverse temperature, misurate con un termometro a mercurio ad immersione totale. Si è impiegato olio per estendere la curva di taratura anche a temperature superiori a 100 °C.

I parametri R_0 e B sono stati ricavati per interpolazione con una tecnica ai minimi quadrati dei risultati sperimentali: i risultati ottenuti con un termistore sono esposti in Figura A.2.3.

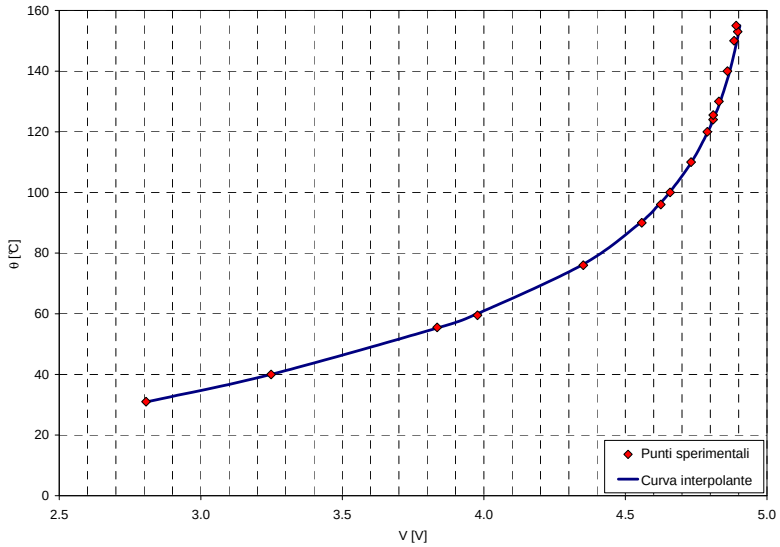


Figura A.2.3. Curva di taratura θ(V) per uno dei termistori NTC.

Le curve di taratura ottenute per ciascun termistore NTC utilizzato, non lineari, risultano rimarcabilmente simili per ogni sensore e stabili nel tempo.

I parametri medi impiegati sono R_0 = 3016.5 Ω e B = 3874.2 K.

A.3 Calorimetro

Durante gli esperimenti di misura delle proprietà elettriche con deposizione quasi-statica di energia (QSTT) è stato necessario mantenere la temperatura dell'acqua ad un valore costante: a questo proposito è stato utilizzato il calorimetro HAAKE F3S funzionante nell'intervallo di temperatura 0÷100 °C. Il calorimetro è in grado di mantenere uniforme e costante la temperatura del liquido contenuto nella vasca mediante un sistema di ricircolo ed una resistenza elettrica.

A.4 Sensore di misura di effusività e conducibilità termica

Il sensore C-therm (C-therm, 2008) permette di misurare indirettamente la diffusività termica (α) e l'effusività (e). In Tabella A.4.1 sono riportate le caratteristiche salienti dello strumento.

Tabella A.4.1. Specifiche tecniche del misuratore *C-therm*.

Specifica	***Valore***
Range di conducibilità misurabili	0÷100 W/(m K)
Range di temperatura	-50÷200 ℃
Diametro minimo campioni	17 mm
Spessore minimo campioni	>0.5 mm (in funzione del materiale)
Precisione	< 1 %
Accuratezza	< 5 %
Ripetibilità	± 2 %

A.5 Misuratore di impedenza e fase

Le misure di impedenza e fase sono state eseguite con un analizzatore LCR (L: induttanza; C: capacità; R: resistenza) HP 4284A (Figura A.5.1).

Figura A.5.1. Misuratore LCR HP 4284A.

Le principali specifiche tecniche dello strumento sono elencate in Tabella A.5.1.

Tabella A.5.1. Specifiche tecniche del misuratore HP 4284A.

Specifica	***Valore***
FEM massima erogabile	20 V
Corrente massima erogabile	20 mA
Frequenza di lavoro	20 Hz ÷ 1 MHz Accuratezza: ±0.01%
Frequenze di lavoro selezionabili	8610
Impedenze misurabili	0.01 mΩ ÷ 99.9999 MΩ
Angolo di fase misurabile	-180.000°÷ 180.000°
Tempo di riscaldamento (*warm-up time*)	30'

A.6 Oscilloscopio

L'oscilloscopio Agilent DSO 3062A (Figura A.6.1) è stato uno degli strumenti impiegati per la misura della potenza attiva erogata dai generatori a radiofrequenza. In Tabella A.6.1 sono elencate le principali spcifiche tecniche dello strumento.

Figura A.6.1. Oscilloscopio Agilent DSO 3062A.

Tabella A.6.1. Caratteristiche tecniche principali dell'oscilloscopio Agilent DSO 3062A.

Caratteristica	***Valore***
Larghezza di banda	fino a 60MHz
Frequenza massima di campionamento	1 GHz
Numero canali in ingresso	2 (connettore RCA)
Range orizzontale	2 ns ÷ 50 s/divisione
Range verticale	2nV ÷ 100 mV /divisione
Sensibilità	2mV ÷ 5V /divisione
Impedenza di ingresso	1 MΩ
Massima tensione in ingresso	300 V
Fattori di moltiplicazione segnali in ingresso ($f = V_{display}/V_{input}$)	10, 100,1000
Tempo di riscaldamento (*warm-up time*)	30'

A.7 Sonde differenziali di tensione

Un'altra componente della catena di misura della potenza attiva a radiofrequenza sono le due sonde differenziali attive Agilent N2772A e Metrix MX9003, le cui specifiche tecniche principali sono elencate in Tabella A.7.1.

La sonda differenziale misura la caduta di tensione tra due punti di un circuito (ΔV_{in}, in volt) e restituisce il segnale differenziale (V_{out}, in volt) attenuato secondo un rapporto di attenuazione (r, adimensionale):

$$r = \frac{V_{out}}{\Delta V_{in}} \tag{A.7.1}$$

Il segnale differenziale in uscita è disponibile attraverso un attacco coassiale.

Tabella A.7.1. Specifiche tecniche principali delle sonde differenziali di tensione.

Specifica	***Valore***	
	Agilent N2772A	***Metrix MX9003***
Larghezza di banda	20 MHz	30 MHz
Accuratezza	±2.5%	±3%
Rapporto di attenuazione	1:20 oppure 1:200	
Tempo di risposta	17.5 ns	12 ns
Tensione differenziale massima in ingresso	±1000 V DC 1000 Vrms ±1200 V DC + picco AC	±600V DC 600Vrms ±700V DC + picco AC
Tensione di uscita	±6.5 V (con carico di 1 MΩ)	±3.5 V (con carico di 1 MΩ)

A.8 Generatore a radiofrequenza

Il campo elettrico a radiofrequenza a 460 kHz impiegato negli esperimenti descritti nel presente lavoro è prodotto da un generatore del tutto identico a quello impiegato nella pratica medica: il Fogazzi TAG 100 W (Figura A.8.1).

Figura A.8.1. Generatore a RF Fogazzi TAG 100W.

Il generatore è in grado di erogare potenze elettriche variabili da 1 a 100 W alla frequenza di 460 kHz mediante una manopola.

Un sistema di controllo dedicato provvede a mantenere costante la potenza impostata al variare dell'impedenza tessutale.

È dotato di display dedicati alla visualizzazione del valore della potenza erogata, dell'impedenza del carico collegato, della durata della procedura e di quattro possibili temperature misurate mediante termocoppie dedicate o poste sul catetere.

Sulla parte inferiore del quadro frontale sono presenti, oltre ai connettori per le connessioni della sonda e della placca di riferimento, i pulsanti per lo START e per lo STOP del trattamento, il RESET della macchina e la regolazione della potenza RF erogata.

Quando l'impedenza nominale del carico è al di fuori dell'intervallo di funzionamento (20÷200 Ω) il circuito di sicurezza dello strumento interrompe l'erogazione di potenza.

In Tabella A.8.1 sono descritte le specifiche salienti del generatore a RF.

Tabella A.8.1. Specifiche tecniche principali del generatore a RF Fogazzi 100W.

Specifica	**Valore**
Frequenza di lavoro	460 kHz (± 2 kHz)
Forma d'onda	Sinusoidale
Potenza erogabile	1÷100 W (±10%) nell'intervallo d'impedenza stabilito.
Intervallo d'impedenza	20÷200 Ω
Monitoraggio temperature	Termocoppie
Range funzionamento termocoppie	25÷100 ℃ (incertez za: ±5%)
Parametri visualizzati dai display	Tempo d'erogazione della potenza Potenza RF erogata Impedenza carico Temperature (4)
Tensione d'alimentazione	220-240 VAC, 50-60 Hz
Potenza assorbita	330 W
Dimensioni	364x191x380 mm (LxAxP)
Peso	12.5 kg
Condizioni ambientali di funzionamento: temperatura (θ), umidità relativa (RH) e pressione (p)	θ = 10÷40 ℃ RH = 20÷85 % p = 60÷106 kPa (645÷795 mmHg)

D'ora in poi con il termine "nominale" si definisce la grandezza impedenza o potenza mostrata dal display del generatore.

La potenza nominale, l'impedenza nominale e eventuali temperature misurate da termocoppie presenti sui cateteri possono essere acquisite come segnali in tensione attraverso un'uscita analogica presente sul retro del generatore.

Durante gli esperimenti eseguiti e descritti in questa tesi si sono acquisiti e registrati i segnali di potenza e impedenza nominale mediante un cavo schermato collegato alla scheda di acquisizione.

Il segnale analogico uscente permette, attraverso appropriate curve di taratura, di ottenere le grandezze misurate dal generatore.

La curva di taratura della potenza nominale erogata è stata ottenuta collegando un carico al generatore, erogando diverse potenze comprese tra 0 e 100 W nominali e registrando il segnale in tensione all'uscita analogica.

Il risultato ottenuto è rappresentato nel grafico di Figura A.8.2.

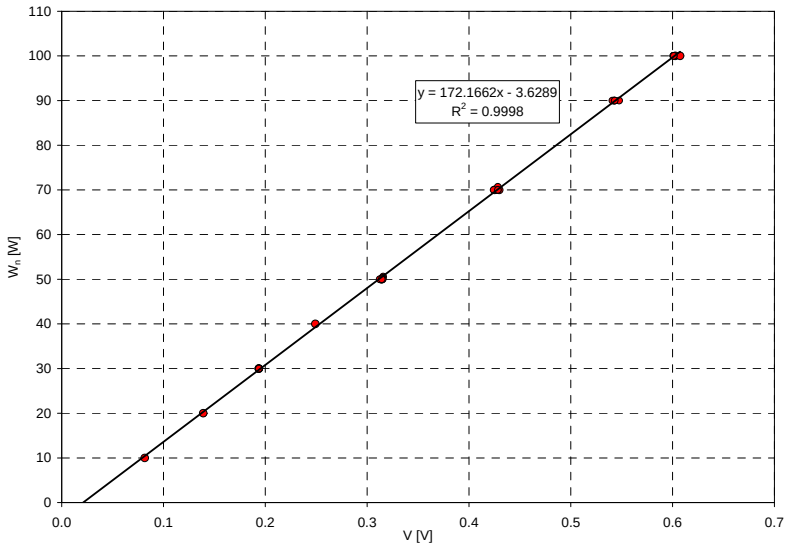


Figura A.8.2. Curva di taratura della potenza nominale per il generatore a radiofrequenza Fogazzi 100W.

Si osserva che la relazione tra potenza nominale e tensione acquisita è pressoché lineare.

Per quanto concerne la curva di taratura delle impedenze nominali si è eseguita una prova del tutto simile a quella precedente, variando di volta in volta l'impedenza del carico collegato al generatore. Il risultato ottenuto è rappresentato nel grafico di Figura A.8.3.

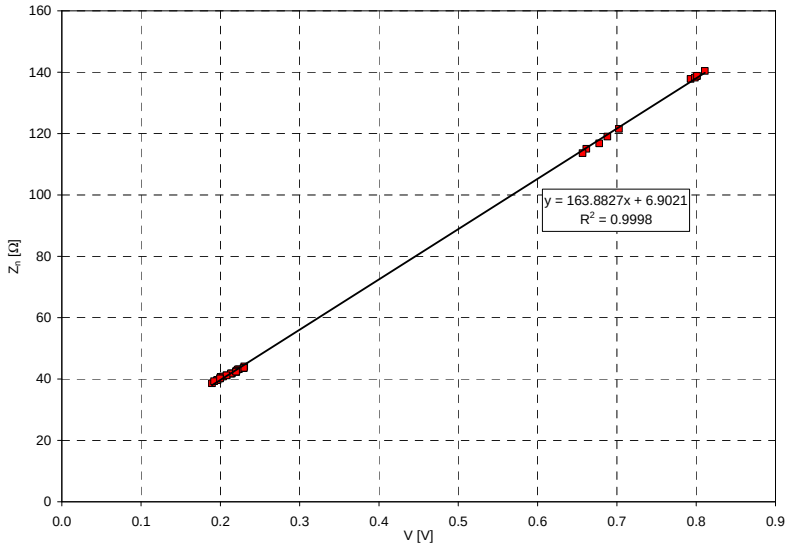


Figura A.8.3. Curva di taratura della impedenza nominale per il generatore a radiofrequenza Fogazzi 100W.

Anche la curva di taratura dell'impedenza nominale ha andamento lineare.

Appendice B

Controllo e misura di potenza elettrica e impedenza

B.1 Potenza elettrica

B.1.1 Verifiche di funzionamento e misura della potenza elettrica

A seguito di alcuni esperimenti di riscaldamento di acqua salata per effetto Joule mediante il generatore a radiofrequenza, si è evinto che la potenza nominale non coincide con la potenza attiva.

Si è quindi deciso di effettuare misure elettriche per verificare le potenze elettriche realmente erogate dal generatore.

La potenza è uno dei parametri necessari per analizzare il fenomeno della termoablazione; è quindi necessario individuare una tecnica di misura della potenza reale il più possibile precisa.

In un circuito in cui fluisce corrente alternata con un periodo *T*, è possibile misurare la potenza attiva dissipata da un carico (*W*, in Watt) eseguendo la

media sul periodo del prodotto tra tensione (v, in Volt) e corrente (i, in Ampere):

$$W = \frac{\int_{t}^{t+T} v(t)\, i(t)\, dt}{T} \tag{B.1.1}$$

Le misure di potenza elettrica eseguite in questo lavoro sono state eseguite implementando la (B.1.1); la caduta di tensione (v) è stata misurata mediante una sonda differenziale (d'ora in poi chiamata S_V) collegata in parallelo al carico in cui vi è dissipazione di potenza elettrica per effetto Joule. La corrente circolante è stata misurata per via indiretta mediante una misura di tensione su un carico puramente resistivo (di resistenza R_s, in Ohm, detto *shunt*) posto in serie all'interno del circuito; infatti, per la legge di Ohm:

$$i = \frac{v_S}{R_S} \tag{B.1.2}$$

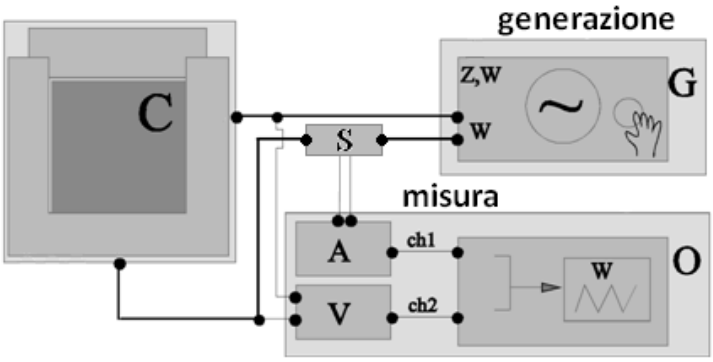
dove v_s è la caduta di tensione sullo shunt, misurata attraverso una seconda sonda differenziale (d'ora in poi chiamata S_i).

Entrambe le sonde differenziali sono collegate all'oscilloscopio, che calcola in tempo reale la (B.1.1) permettendo il controllo e la regolazione della potenza durante gli esperimenti.

In Figura B.1.1 si riporta lo schema e la foto del circuito impiegato per la misura della potenza reale.

Impiegando alcuni carichi di tipo puramente resistivo (verificati con il misuratore LCR) e misurando le potenze attive (W) si è verificato il funzionamento del generatore a RF. I risultati sono sintetizzati in Figura B.1.2.

a)



b)

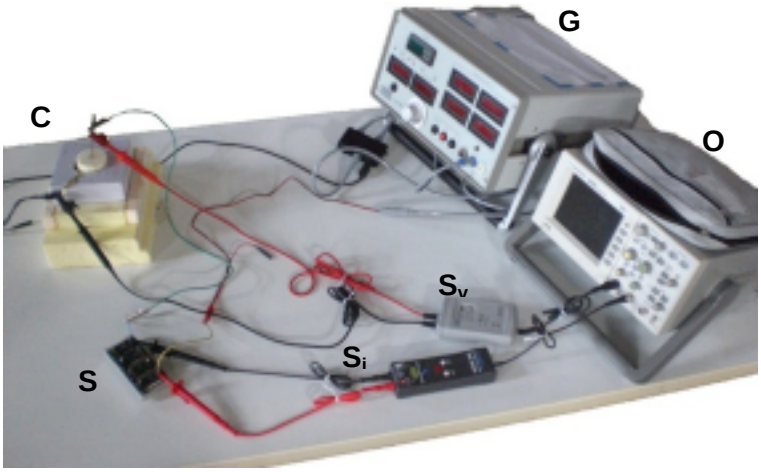


Figura B.1.1. Schema (a) e foto (b) dell'apparato impiegato nella misura della potenza reale. Si possono distinguere i seguenti dispositivi: il carico (C), la sonda differenziale per la misura di tensione (S_V), la sonda differenziale per la misura di corrente (S_i), lo shunt (S), l'oscilloscopio (O) e il generatore a radiofrequenza (G).

Innanzitutto, si osserva che a potenza nominale costante la potenza attiva diminuisce al diminuire dell'impedenza del carico.

Per carichi di 5 Ω la potenza massima erogabile è di 10 W, mentre per carichi elevati (147 Ω) la potenza massima erogabile è al di sopra di 100 W.

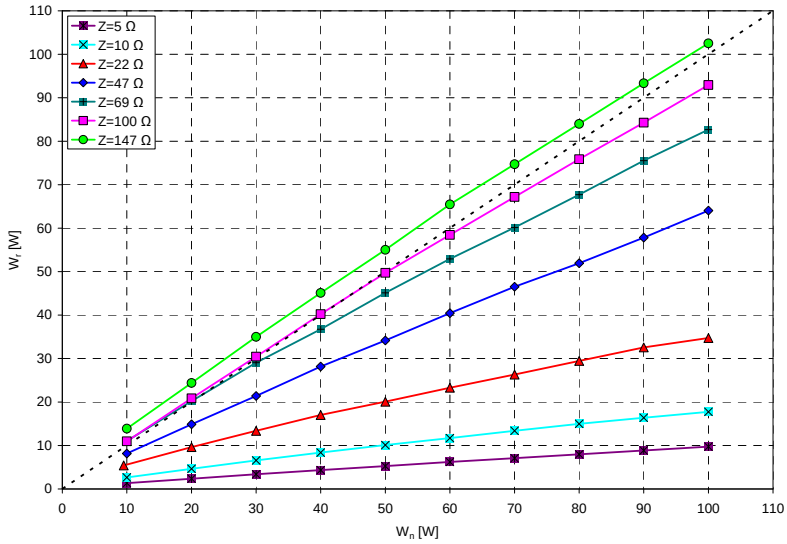


Figura B.1.2. Potenza reale (W_r)misurata in funzione della potenza nominale (W_n) e parametrizzata con l'impedenza reale (Z_r).

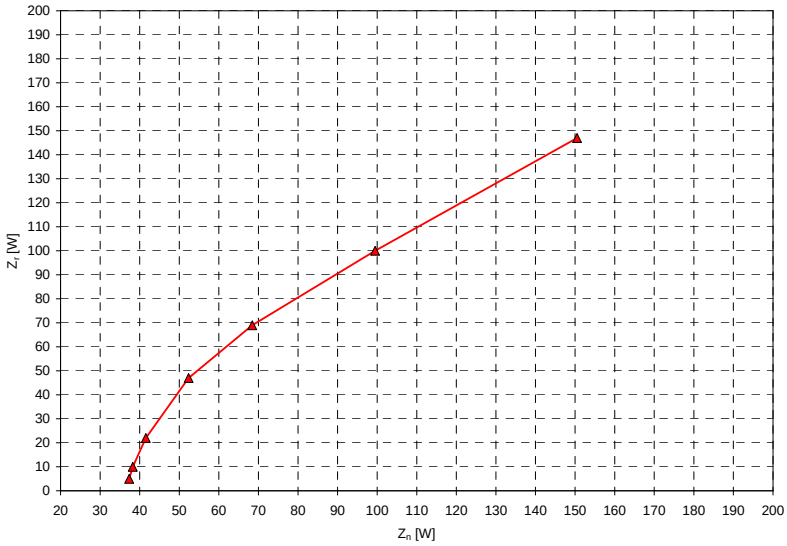


Figura B.1.3. Impedenza reale in funzione dell'impedenza nominale.

Anche l'impedenza nominale non coincide con l'impedenza reale, come è possibile osservare in Figura B.1.3. L'impedenza nominale non dipende dalla potenza erogata, ma solo dalla resistenza del carico.

B.1.2 Dettagli sulla misura della potenza

In questo paragrafo sono esposti i dettagli della misura della potenza reale descritta nel paragrafo precedente. Le impostazioni impiegate sull'apparato sperimentale esposto in precedenza sono riassunte in Tabella B.1.1.

Tabella B.1.1. Dettagli sulle impostazioni dell'apparato di misura della potenza.

Caratteristica	***Valore***
Resistenza di shunt (R_s)	4 Ω
Rapporto di attenuazione su sonda differenziale S_i ($r_i = v_{out\,i} / v_s$)	1/20
Rapporto di attenuazione su sonda differenziale S_v ($r_v = v_{out\,v} / v$)	1/20
Fattore di moltiplicazione oscilloscopio su canale S_i ($f_i = v_{display\,i} / v_{out\,i}$)	10
Fattore di moltiplicazione oscilloscopio su canale S_v ($f_v = v_{display\,v} / v_{out\,v}$)	10

La lettura di tensione della sonda S_v è legata alla caduta di tensione v dalla seguente espressione:

$$v_{display\ v} = f_v\, v_{out\,v} = f_v\, r_v\, v \tag{B.1.3}$$

Invertendo la (B.1.3) e sostituendo i rapporti ed i fattori di conversione elencati in Tabella B.1.1 si ottiene:

$$v = 2\, v_{display\ v} \tag{B.1.4}$$

Analogamente, la lettura di tensione della sonda S_i è legata alla corrente dall'espressione:

$$v_{display\ i} = f_i\, v_{out\ \ i} = f_i\, r_i\, v_s = f_i\, r_i\, R_s\, i \tag{B.1.5}$$

Invertendo la (B.1.5) e sostituendo i rapporti ed i fattori di conversione impiegati si ottiene:

$$i = \frac{2\, v_{display\ i}}{R_s} \tag{B.1.6}$$

Infine, la potenza è ottenuta dal prodotto di tensione e corrente:

$$W = \frac{4}{R_s} v_{display\ v}\, v_{display\ i} = \frac{4}{R_s} W_{display} \tag{B.1.7}$$

In altri termini, la potenza letta sul display ($W_{display}$) è proporzionale alla potenza reale (W). Nel nostro caso, la scelta della resistenza di shunt pari a 4 Ω consente di leggere direttamente sul display la potenza reale.

B.1.3 Controllo della potenza elettrica durante gli esperimenti

Riassumendo:

- la potenza nominale non coincide con la potenza attiva;
- l'impedenza nominale non coincide con l'impedenza reale del carico;
- non è possibile erogare una potenza attiva costante se il carico varia la propria impedenza.

Questo ultimo aspetto è di notevole importanza, visto che i campioni di tessuto epatico e le soluzioni saline variano la propria impedenza con la temperatura. Per rimediare il problema, si sono impiegate due tecniche.

Negli esperimenti bidimensionali (piani e assialsimmetrici), la potenza è stata regolata manualmente mediante una curva di potenza nominale in funzione dell'impedenza nominale esposta in Figura B.1.4 ed ottenuta riorganizzando i dati sperimentali di Figura B.1.2 e Figura B.1.3.

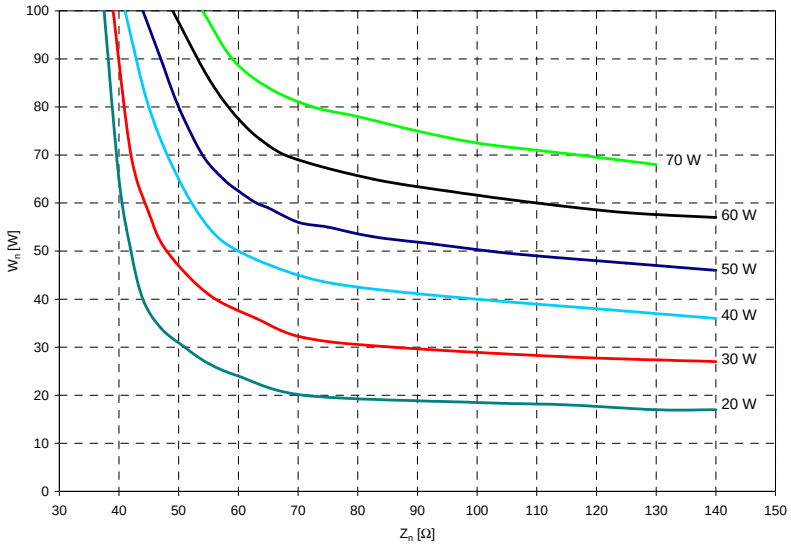


Figura B.1.4. Curva di potenza nominale (W_n) in funzione dell'impedenza nominale (Z_n) parametrizzata per la potenza reale che si vuole mantenere.

Questa procedura ha il difetto di necessitare di due operatori: uno per la regolazione della potenza nominale e la lettura dell'impedenza nominale e un altro per la lettura del grafico di Figura B.1.4 al fine di fornire le indicazioni sulla potenza nominale che deve applicare il primo operatore.

Il vantaggio di questa procedura è che necessita della strumentazione elettrica esposta in precedenza (oscilloscopio, due sonde differenziali e shunt) solo in fase di costruzione della curva di regolazione della potenza.

La seconda procedura impiega l'apparato sperimentale esposto nel paragrafo precedente ed è stata impiegata per gli esperimenti di RFTA con camera in geometria 3D e per il riscaldamento dei campioni impiegati durante le prove elettriche.

B.2 Impedenza

La misura e la registrazione dell'impedenza durante gli esperimenti di termoablazione a radiofrequenza è stata eseguita impiegando le uscite analogiche del generatore a radiofrequenza TAG 100W.

B.2.1 Misura e registrazione dell'impedenza

Il segnale in tensione di impedenza nominale è stato acquisito mediante la scheda di acquisizione ed è stato filtrato e successivamente trasformato in impedenza nominale impiegando la curva di taratura di Figura A.8.3.

La misura dell'impedenza reale è stata eseguita correggendo l'impedenza nominale mediante la curva esposta in Figura B.1.3.

Appendice C

Approfondimenti connessi alle misure elettriche di tipo puntuale

C.1 Introduzione

In questa appendice si approfondiscono due aspetti legati alla tecnica di misura delle proprietà elettriche con strategia *L*:

- la valutazione della costante di cella degli elettrodi mediante una tecnica numerica e una sperimentale;
- la valutazione delle impedenze parassite.

C.2 Costante di cella degli elettrodi

La costante di cella degli elettrodi è indispensabile per la conversione delle misure di impedenza in misure di resistività.

Riassumendo quanto scritto nel Capitolo 1 per materiali a resistività costante:

$$R = \frac{V_1 - V_2}{I} = \frac{-\rho' \int_i^f \mathbf{j} \cdot d\mathbf{s}}{\int_A \mathbf{j} \cdot \mathbf{n}\, dA} = \frac{\rho'}{K} \qquad \text{(C.2.1)}$$

Si deduce che la costante di cella (*K*, in metri) si può ricavare in due modi:

$$K = \rho' \frac{\int_A \mathbf{j} \cdot \mathbf{n}\, dA}{V_1 - V_2} = \rho' \frac{I}{V_1 - V_2} \qquad \text{(C.2.2)}$$

$$K = \frac{\rho'}{R} \qquad \text{(C.2.3)}$$

La (C.2.2) è impiegata nella tecnica numerica mentre la (C.2.3) è impiegata nella tecnica sperimentale.

C.2.1 Valutazione della costante di cella mediante tecnica numerica

Il valore di *K* è calcolato impiegando un codice di calcolo ai volumi finiti specializzato per problemi di fluidodinamica (StarCD® v3.26).

La soluzione è ottenuta impiegando il *principio di continuità della corrente* e la *legge di Ohm* puntuale:

$$div\ \mathbf{j} = 0$$
$$\mathbf{j} = -\rho'\ gradV$$

L'impiego della simulazione numerica permette di analizzare la sensibilità della misura all'estensione del campo elettrico e di definire la dimensione di parenchima epatico accettabile affinché la misura elettrica si possa considerare eseguita in un campo pressoché indefinito.

Inoltre, la simulazione fornisce un dato importante sulle dimensioni di tessuto epatico che sono attraversate effettivamente dalla maggior parte del flusso elettrico, quindi sulla "puntualità" della misura, cioè sulla dimensione significativa di tessuto epatico di cui si misura la proprietà elettrica.

Il procedimento seguito per analizzare i suddetti aspetti è stato il seguente:

1. si è costruita la griglia di calcolo che descrive il campo elettrico attorno alla sonda impiegata nella strategia *L* (figura 3.2.3);
2. si è valutata la sensitività del risultato al variare della dimensione delle celle, soprattutto in prossimità degli elettrodi ove passa la quasi totalità del flusso e vi sono i gradienti più elevati;
3. si è ridotta progressivamente la dimensione del campo fino a che il risultato della costante di cella ha iniziato a variare sensibilmente.

La griglia di calcolo è in coordinate cilindriche. Per il calcolo si è sfruttata la simmetria assiale posseduta dalla sonda.

Il risultato è stato ottenuto impostando nel codice di calcolo il moto laminare in mezzi porosi.

Le caratteristiche della griglia (estensione in direzione radiale e assiale, numero di celle) e i risultati ottenuti nelle simulazioni (costante di cella) sono riassunti in Tabella C.2.1. In Figura C.2.1 sono mostrati i campi di calcolo ottenuti con le diverse griglie.

Tabella C.2.1 Risultati della costante di cella ottenuti mediante tecnica numerica.

Griglia di calcolo	r_{max} [10^{-3} m]	z_{min} [10^{-3} m]	z_{max} [10^{-3} m]	n_{celle}	K [10^{-3} m]
1	31.25	-30.0	36.5	3184	6.048
2	12.5	-10.0	16.5	1882	6.019
3	12.5	-5.0	11.5	1731	6.006
4a	7.0	-5.0	11.5	1421	5.891
4b	7.0	-5.0	11.5	5684	5.955
5	4.7	-5.0	11.5	957	5.539

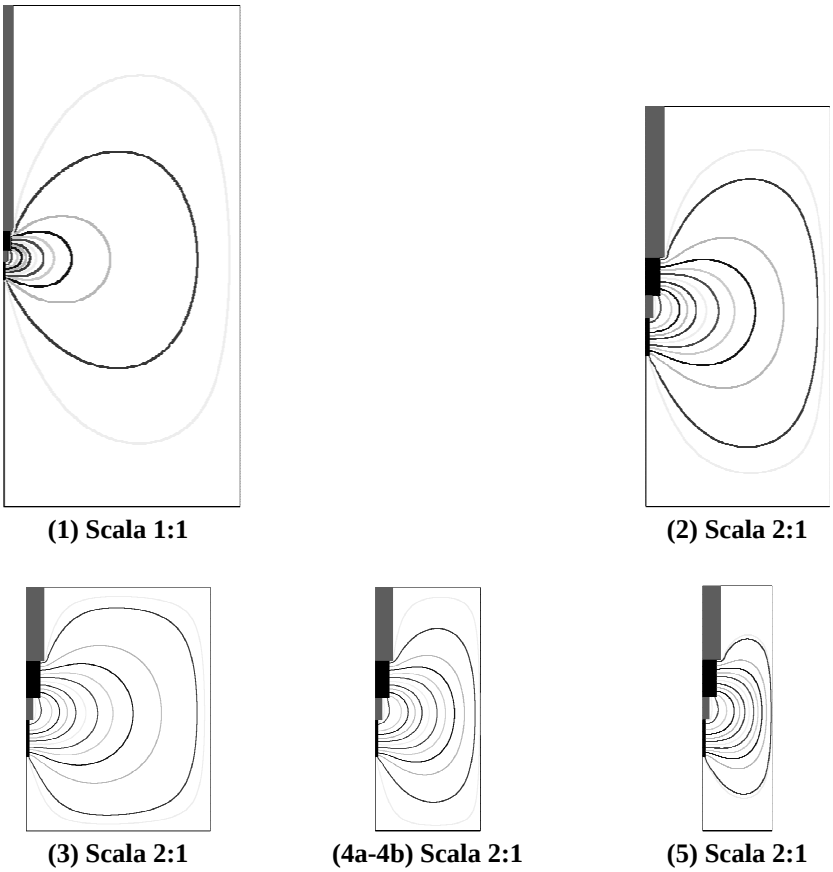


Figura C.2.1. Campi elettrici e estensione dei campi di calcolo (i numeri tra parentesi si riferiscono alla griglia di calcolo descritta in Tabella C.2.1).

Si osserva che la costante geometrica per un campo esteso 7 mm attorno all'ago in direzione radiale e 5 mm sia sopra che sotto gli elettrodi (geometria *4*) è pressoché identica a quella di un campo esteso 30 mm sia in direzione radiale che in direzione assiale (geometria 1).

Riducendo il campo a 4.7 mm attorno all'ago in direzione radiale (geometria *5*) il risultato varia di circa il 7%.

Si ritiene pertanto che l'estensione del campo descritto dalla geometria *4* sia la minima per garantire una condizione paragonabile a quella di campo indefinito.

Quindi, le misure con strategia *L* forniscono misure di resistività significative su un volumetto di tessuto epatico di dimensioni paragonabili ad n cilindro di dimensioni *R*x*H* di 5x15 mm

C.2.2 Misura della costante di cella mediante tecnica sperimentale

Per sonde di piccole dimensioni, il calcolo della costante di cella per mezzo delle simulazioni numeriche può essere impreciso poiché non tiene conto delle irregolarità geometriche o di piccole deformazioni subite dallo strumento durante l'uso.

Si descrive in seguito una tecnica sperimentale esatta ed una approssimata per ricavare la costante di cella.

C.2.2.1 Procedimento esatto

Si impiegano due soluzioni ioniche (*a* e *b*) con proprietà elettriche diverse e note (σ e ε'; nel caso di soluzioni di cloruro di sodio è possibile impiegare la (G.1.5) e la (G.1.7)).

Le impedenze misurate (Z_m, in Ohm) sono:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{m\,a} &= \mathbf{Z}_a + \mathbf{Z}_{par} \\ \mathbf{Z}_{m\,b} &= \mathbf{Z}_b + \mathbf{Z}_{par} \end{aligned} \qquad \text{(C.2.4)}$$

in cui

$\boldsymbol{Z}$ è l'impedenza della soluzione (in Ohm);

$\boldsymbol{Z}_{par}$ è l'impedenza parassita dovuta alla configurazione sperimentale (in Ohm). Per ulteriori dettagli si rimanda al paragrafo C.3.

A parità di apparato sperimentale, le impedenze parassite sono identiche ma di valore incognito; di conseguenza, sottraendo membro a membro i termini delle due formule della (C.2.4) si ottiene:

$$\mathbf{Z}_{m\,a} - \mathbf{Z}_{m\,b} = \mathbf{Z}_a - \mathbf{Z}_b \tag{C.2.5}$$

Concentrandosi sulla parte reale, la (C.2.5) diventa

$$\mathrm{Re}\left(\mathbf{Z}_{m\,a}\right) - \mathrm{Re}\left(\mathbf{Z}_{m\,b}\right) = \mathrm{Re}\left(\mathbf{Z}_a\right) - \mathrm{Re}\left(\mathbf{Z}_b\right) \tag{C.2.6}$$

La (1.5.28) si può riscrivere nel seguente modo:

$$\mathrm{Re}\left(\mathbf{Z}\right) = \frac{1}{K}\frac{\sigma}{\sigma^2 + \left(\varpi\varepsilon'\varepsilon_0\right)^2} \tag{C.2.7}$$

in cui

σ è la conducibilità (in Siemens su metro);
ω è la frequenza angolare (in radianti al secondo);
ε' è la costante dielettrica relativa (adimensionale);
ε_0 è la costante dielettrica del vuoto (in Farad su metro).

Sostituendo la (C.2.7) nella (C.2.6) si ottiene la costante di cella:

$$K = \frac{\sigma_a\, k_b - \sigma_b\, k_a}{c\, k_a\, k_b} \tag{C.2.8}$$

con

$c = \mathrm{Re}\left(\mathbf{Z}_{m\,a}\right) - \mathrm{Re}\left(\mathbf{Z}_{m\,b}\right)$;

$k_a = \sigma_a{}^2 + \left(\varpi\varepsilon_a'\varepsilon_0\right)^2$;

$k_b = \sigma_b{}^2 + \left(\varpi\varepsilon_b'\varepsilon_0\right)^2$.

La costante di cella si può ricavare in modo analogo impiegando la parte immaginaria dell'equazione (C.2.5):

$$K = \frac{\varpi\varepsilon_0\left(\varepsilon_b^{'}\ k_a - \varepsilon_a^{'}\ k_b\right)}{d\ k_a\ k_b} \qquad \text{(C.2.9)}$$

con $b = \mathrm{Im}\left(\mathbf{Z}_{m\,a}\right) - \mathrm{Im}\left(\mathbf{Z}_{m\,b}\right)$.

Mediante i dati di Tabella C.2.2, che riassumono i risultati di misura dell'impedenza a 480 kHz su due soluzioni di cloruro di sodio a concentrazione e temperatura nota, è possibile ottenere il valore della costante di cella per la sonda impiegata:

$$K = 4.973\ 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

Tabella C.2.2 Calcolo della conduttanza e della capacità elettrica teorica della soluzione *a* e *b* alla frequenza di 480 kHz.

Soluzione	*θ [°C]*	*N [N]*	*|Z_m| [Ω]*	*φ [°]*	*σ [S/m]*	*ε' [-]*
a	21.5	0.078	256.6	-3.00	0.788	78.0
b	19.0	0.154	143.9	-2.97	1.411	77.4

C.2.2.2 Procedimento semplificato

Le misure eseguite in questa tesi sono state prevalentemente eseguite a radiofrequenza; da prove eseguite e descritte nel paragrafo seguente, si è osservato che le resistenze parassite sono trascurabili ($R_{par} \approx 0$); ne consegue che

$$R_m \cong R = \left|\mathbf{Z}_m\right| \cos\varphi_m \qquad \text{(C.2.10)}$$

Alle frequenze di interesse (f ~10^5 Hz) la (C.2.7) si può ridurre a

$$R = \frac{1}{K}\frac{1}{\sigma} \tag{C.2.11}$$

poiché il termine $(\omega\varepsilon'\varepsilon_0)^2$ per le soluzioni saline (Appendice G) è trascurabile rispetto a σ^2 :

$$\frac{(\omega\varepsilon'\varepsilon_0)^2}{\sigma^2} = \frac{\omega\varepsilon'\varepsilon_0}{\sigma} \sim \frac{10^6\ 10^2\ 10^{-11}}{10^0} \sim 10^{-3} \tag{C.2.12}$$

Quindi è possibile ottenere la costante di cella attraverso la formula

$$K = \frac{1}{R_m\ \sigma} \tag{C.2.13}$$

Impiegando i dati di Tabella C.2.2 si ottiene una costante di cella di:

$$K = 4.935\ 10^{-3}\ \text{m}$$

Commettendo un errore inferiore all'1% rispetto al procedimento esatto.

C.2.2.3 Conclusioni

I risultati di K ottenuti numericamente sono superiori di circa il 20% rispetto a quelli sperimentali. Le cause possono essere ricercate in:

- differenze geometriche tra la sonda e la mesh di calcolo impiegata;
- effetti di ossidazione degli elettrodi, non simulabili mediante il codice di calcolo.

Si osserva che la tecnica di misura sperimentale semplificata permette di ottenere risultati pressoché identici alla versione esatta.

Si sottolinea inoltre che mediante la simulazione numerica è stato possibile ricavare il volume significativo di misura, pari ad un cilindro di raggio 7 mm e altezza 15 mm.

C.3 Valutazione delle impedenze parassite

Uno dei problemi che si incontrano nella misura dell'impedenza dei campioni biologici è l'effetto di polarizzazione agli elettrodi (Nastuk, 1963; Gabriel *et al.*, 1996a, b; Molckowsky *et. al*, 2001; Pop *et al.*, 2003).

La polarizzazione comporta l'aggiunta di una *impedenza di polarizzazione* in serie con il carico misurato ($\boldsymbol{Z}_{pol}$; Mirtaheri, 2005).

L'effetto di polarizzazione dipende da:

- la *frequenza* del *campo elettrico*; l'impedenza di polarizzazione è alta alle basse frequenze (fino a circa 1 kHz); a radiofrequenza è quasi del tutto trascurabile;
- il *materiale* di cui sono costituiti gli *elettrodi*; gli autori elencati in precedenza consigliano elettrodi in platino (in grado di ridurre l'effetto anche di due ordini di grandezza) oppure in acciaio inossidabile;
- la *geometria* e le *dimensioni* degli *elettrodi*: l'effetto della polarizzazione introduce un'impedenza inversamente proporzionale all'area degli elettrodi.

È possibile eliminare l'impedenza di polarizzazione impiegando un sistema a 4 elettrodi (Nastuk, 1963); questa tecnica ha il difetto di aumentare le dimensioni della sonda e rendere difficoltose le misure locali all'interno di tessuti biologici di piccole dimensioni. Pertanto nelle misure di tessuti biologici viene raramente impiegata.

Le misure elettriche di impedenza ($\boldsymbol{Z}_m$) possono essere affette anche da altri *effetti parassiti* dovuti ai circuiti e ai cavi presenti nell'apparato sperimentale.

All'aumentare della frequenza, ad esempio, gli effetti induttivi legati a cavi e circuiti non schermati ($\boldsymbol{Z}_{hf}$) possono diventare importanti.

Questi ultimi possono essere considerati in serie all'interno del circuito di misura (Pop *et al.*, 2003).

L'impedenza effettiva del campione (***Z***) risulta quindi essere una delle componenti misurate attraverso lo strumento:

$$\mathbf{Z}_m = \mathbf{Z} + \mathbf{Z}_{pol} + \mathbf{Z}_{hf} = \mathbf{Z}_t + \mathbf{Z}_{par} \tag{C.3.1}$$

in cui $\mathbf{Z}_{par}$ è la somma degli effetti "parassiti" misurati dallo strumento.

C.3.1 Procedimento di valutazione delle impedenze parassite

Si impiega una soluzione conduttrice con proprietà elettriche note; dalla (C.3.1) è possibile ottenere l'impedenza parassita:

$$\mathbf{Z}_{par} = \mathbf{Z}_m - \mathbf{Z}_{sol} \tag{C.3.2}$$

in cui $\mathbf{Z}_{sol}$ è l'impedenza della soluzione conduttrice scelta.

La conduttanza (G_{sol}) e la capacità elettrica (C_{sol}) della soluzione fisiologica ad una temperatura assegnata (θ) si ricava dalla (1.5.25) e dalla (1.5.26) conoscendo la costante di cella degli elettrodi (K):

$$\begin{aligned} G_{sol} &= \mathrm{Re}(\mathbf{Y}_{sol}) = \sigma_{sol}\, K \\ C_{sol} &= \frac{\mathrm{Im}(\mathbf{Y}_{sol})}{\omega} = \varepsilon'_{sol}\, \varepsilon_0 K \end{aligned} \tag{C.3.3}$$

Inserendo i risultati della (C.3.3) nella (1.5.28) si ottiene:

$$\mathbf{Z}_{sol} = \frac{G_{sol}}{{G_{sol}}^2 + (\omega C_{sol})^2} - \frac{\omega C_{sol}}{{G_{sol}}^2 + (\omega C_{sol})^2}\mathbf{i} \tag{C.3.4}$$

La misura di impedenza della soluzione fisiologica con la sonda è:

$$\mathbf{Z}_m = R_m + X_m\mathbf{i} \tag{C.3.5}$$

Sostituendo la (C.3.4) e la (C.3.5) nella (C.3.2) si ottengono le due componenti dell'impedenza parassita:

$$R_{par} = \mathrm{Re}(\mathbf{Z}_{par}) = R_m - \frac{G_{sol}}{G_{sol}^{\ 2} + (\omega C_{sol})^2}$$
$$X_{par} = \mathrm{Im}(\mathbf{Z}_{par}) = X_m + \frac{\omega C_{sol}}{G_{sol}^{\ 2} + (\omega C_{sol})^2} \qquad \text{(C.3.6)}$$

C.3.2 Risultati

Si è scelto di impiegare due soluzioni acquose di cloruro di sodio a concentrazione di $N = 0.154$ eq/l (soluzione fisiologica) e $N = 0.078$ eq/l (miscela di una parte di soluzione fisiologica e una parte di acqua bi-distillata).

Le proprietà elettriche si possono ricavare dalle formule riportate in Appendice G. In Tabella C.3.1 sono esposti i risultati degli esperimenti.

Tabella C.3.1. Risultati di misura dell'impedenza delle soluzioni di cloruro di sodio impiegate per la valutazione delle impedenze parassite (f = 480 kHz).

Soluzione	*θ [°C]*	*N* [eq/l]*	*|Zm| [Ω]*	*φm [°]*	*RmA [Ω]*	*Xm [Ω]*
1	21.5	0.078	256.2	-3.00	256.2	-13.4
2	19.0	0.154	143.7	-2.97	143.7	-7.5

***: concentrazione della soluzione.**

In Tabella C.3.2 sono riportati i risultati intermedi del calcolo della conduttanza e della capacità elettrica teorica delle soluzioni.

Tabella C.3.2. Calcolo della conduttanza e della capacità elettrica teorica delle soluzioni impiegate.

Soluzione	*σ [1/(Ω m)]*	*ε' [-]*	*K [m]*	*G [1/Ω]*	*C [F]*
1	0.788	78.0	4.97E-03	3.92E-03	3.43E-12
2	1.411	77.4	4.97E-03	7.02E-03	3.41E-12

In Tabella C.3.3 si mostrano i risultati conclusivi.

Tabella C.3.3. Risultati del calcolo della resistenza e della reattanza parassita.

i	R_i [Ω]	X_i [Ω]	R_{mi} [Ω]	X_{mi} [Ω]	R_{par} [Ω]	X_{par}[Ω]
1	255.1	-0.7	256.2	-13.4	1.2	-12.8
2	142.5	-0.2	143.7	-7.5	1.2	-7.2
				Media	***1.2***	***-10.0***

Per valutare l'influenza dell'impedenza parassita sulle misure elettriche del tessuto epatico, in Tabella C.3.4 si riportano due misure: una eseguita a temperatura ambiente e una a 80 °C.

Tabella C.3.4. Effetto dell'impedenza parassita sulle misure delle proprietà elettriche del tessuto epatico alla frequenza di 480 kHz.

Prova	$\lvert Z_m \rvert$ [Ω]	φ_m [°]	R_m [Ω]	X_m [Ω]	R [Ω]	X [Ω]	R_{par}/R [%]	X_{par}/X [%]
F1	992	-19	938.0	-323.0	936.8	-313.0	0.1%	3%
F2	464	-11	455.5	-88.5	454.3	-78.5	0.3%	13%

Si evince che la resistenza parassita (R_{par}) è pressoché trascurabile, sia ad alta che a bassa temperatura.

La reattanza parassita (X_{par}) è dell'ordine di 10 Ω: ciò comporta errori rilevanti (superiori al 10%) quando le reattanze misurate sono piccole, cioè gli angoli di fase sono dell'ordine di qualche grado.

Questo caso si verifica durante le misure elettriche del tessuto epatico a temperature superiori a 60÷70 °C.

Appendice D

Risultati prove elettriche eseguite con strategia globale

D.1 Introduzione

In questa appendice si espongono i risultati degli esperimenti eseguiti con strategia globale (*G*) in transitorio termico quasi-statico (*QSTT*) e rapido (*RFTT*).

Le prove sono state eseguite a 480 kHz su campioni di tessuto epatico bovino e suino.

Per la descrizione degli apparati di misura, della tecnica di riscaldamento e l'interpretazione dei risultati si rimanda al Capitolo 3.

Nell'ultimo paragrafo sono inoltre descritte brevemente due prove di riscaldamento eseguite sottoponendo i campioni a compressione.

D.2 Transitorio termico quasi-statico (QSTT)

Di seguito si riportano i risultati di undici esperimenti eseguiti su campioni di tessuto epatico suino e bovino; in Tabella D.2.1 sono elencate le caratteristiche salienti: il nome della prova, il tipo di tessuto, il campionatore utilizzato, la lunghezza del campione (l) e la resistività del tessuto a 37 °C (ρ'_{37}), ottenuto per interpolazione lineare dalle misure.

Tabella D.2.1. Dati prove elettriche ottenute con modalità di riscaldamento *QSTT* e strategia di misura *G*.

Prova	*Tessuto epatico*	*Campionatore*	*l [10^{-3} m]*	*ρ'_{37} [Ω m]*
QSTT 1	Suino	QSTT a	48.0	2.49
QSTT 2	Suino	QSTT a	43.5	2.82
QSTT 3	Suino	QSTT a	39.0	2.67
QSTT 4	Suino	QSTT a	37.0	2.73
QSTT 5	Suino	QSTT a	39.0	2.95
QSTT 6	Bovino	QSTT a	47.5	2.64
QSTT 7	Bovino	QSTT a	44.0	2.99
QSTT 8	Bovino	QSTT a	43.5	3.09
QSTT 9	Bovino	QSTT b	47.0	3.05
QSTT 10	Bovino	QSTT b	35.0	3.58
QSTT 11	Bovino	QSTT b	34.0	4.12

Nel grafico di Figura D.2.1 sono rappresentate le resistività in funzione della temperatura.

Si può notare che i risultati hanno una notevole variabilità da campione a campione: se si confrontano le resistività a 37 °C (ρ'_{37}), si osserva che i valori vanno da un valore minimo di 2.49 Ω m per un tessuto epatico suino ad un valore massimo di 4.12 Ω m per un tessuto epatico bovino.

Osservando meglio i risultati a disposizione, si constata che il tessuto epatico suino ($\rho'_{37suino}$ = 2.73 Ω m) ha resistività mediamente inferiore rispetto a quello bovino ($\rho'_{37bovino}$ = 3.19 Ω m). Il risultato non ha pretesa di essere conclusivo, visto il ridotto numero di campioni a disposizione.

Analogamente a quanto fatto con le prove eseguite con strategia *L*, i risultati sono stati normalizzati rispetto alla resistività a 37 °C: il grafico di Figura D.2.2 ne mostra i risultati.

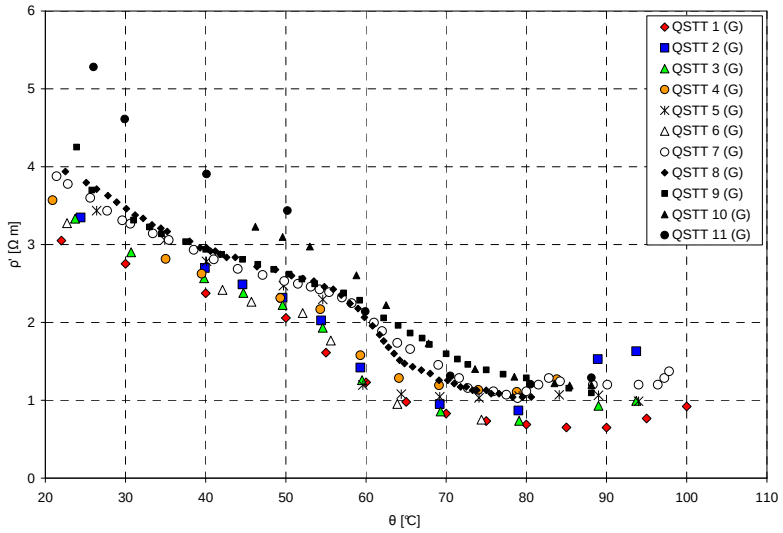


Figura D.2.1. Resistività del tessuto epatico suino e bovino in funzione della temperatura nelle prove *QSTT* ottenute con strategia *G*.

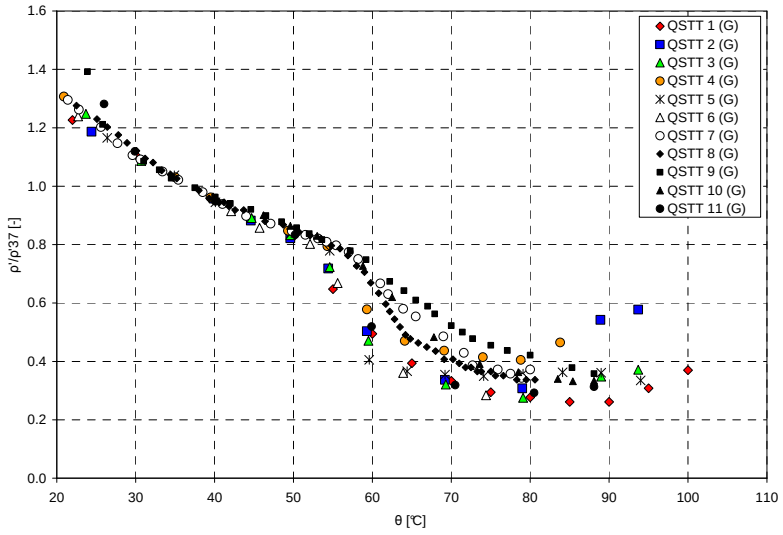


Figura D.2.2. Resistività normalizzata del tessuto epatico suino e bovino in funzione della temperatura nelle prove *QSTT* ottenute con strategia *G*.

D.3 Transitorio termico veloce (*QSTT*)

Di seguito si riportano i risultati di dieci esperimenti eseguiti su campioni di tessuto epatico suino e bovino;

In Tabella D.3.1 sono elencate le caratteristiche salienti: il nome della prova, il tipo di tessuto, il campionatore utilizzato, la potenza specifica di riscaldamento (w), la lunghezza del campione (l) e la resistività del tessuto a 37 °C ad una frequenza di 480 kHz (ρ'_{37}).

Tabella D.3.1. Dati prove elettriche ottenute con modalità di riscaldamento RFTT e strategia di misura *G*.

Prova	Tessuto epatico	Campionatore	w [kW/m³]	l [mm]	ρ'_{37} [Ω m]
RFTT 1	Suino	RFTT b	160	40.5	3.88
RFTT 2	Suino	RFTT b	160	33.0	3.25
RFTT 3	Suino	RFTT b	170	32.0	2.99
RFTT 4	Suino	RFTT b	260	34.5	4.07
RFTT 5	Suino	RFTT a	3970	30.0	3.10
RFTT 6	Suino	RFTT a	3970	30.0	2.73
RFTT 7	Suino	RFTT a	4260	28.0	3.03
RFTT 8	Bovino	RFTT b	100	65.0	3.04
RFTT 9	Bovino	RFTT b	220	73.5	3.46
RFTT 10	Bovino	RFTT a	270	60.0	3.66

Nel grafico di Figura D.3.1 sono rappresentati i risultati della resistività in funzione della temperatura.

Come osservato nelle prove *QSTT*, si osserva una notevole dispersione dei dati: a 37 °C i valori di resistività vanno da un minimo di 2.73 Ω m ad un massimo di 4.07 Ω m.

La media dei valori di resistività (poco significativa visto il numero ridotto di esperimenti) per i tessuti epatici bovini analizzati è superiore, seppur di poco, a quella dei tessuti epatici suini ($\rho'_{37bovino}$ = 3.39 Ω m; $\rho'_{37suino}$ = 3.29 Ω m).

Analogamente a quanto fatto con le prove eseguite con strategia *L*, i risultati sono stati normalizzati rispetto resistività a 37 °C: il grafico di Figura D.3.2 ne mostra i risultati.

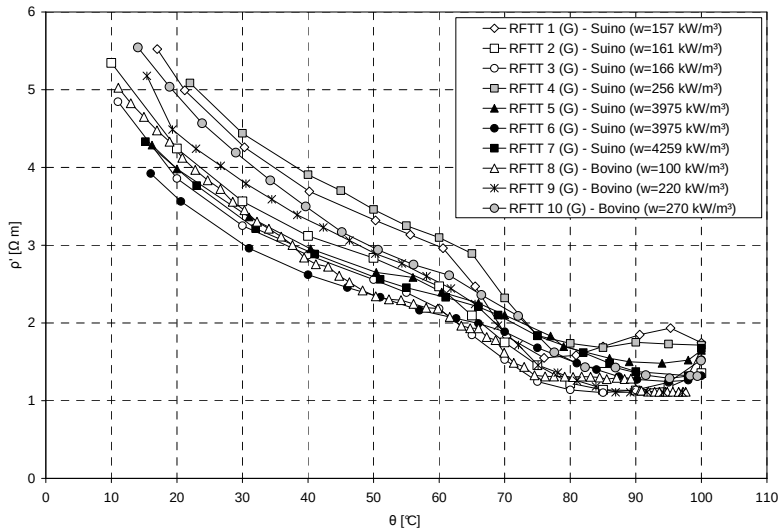


Figura D.3.1. Resistività del tessuto epatico suino e bovino in funzione della temperatura nelle prove *RFTT* ottenute con strategia *G*.

Si nota che i campioni sottoposti a potenza specifica maggiore (*RFTT 5*, *RFTT 6* e *RFTT 7*) hanno una curva di diminuzione della resistività normalizzata più rettilinea, senza il flesso visibile nelle prove *QSTT*. I campioni sottoposti a bassa potenza specifica hanno invece un comportamento simile a quello dei campioni riscaldati con tecnica *QSTT* ma con una diminuzione più marcata a partire da 60÷62 °C.

Per omogeneità nel tipo di tessuto, si costruisce un grafico contenente solo campioni provenienti da fegato suino riscaldati sia con tecnica *QSTT* che con tecnica *RFTT* (Figura D.3.3).

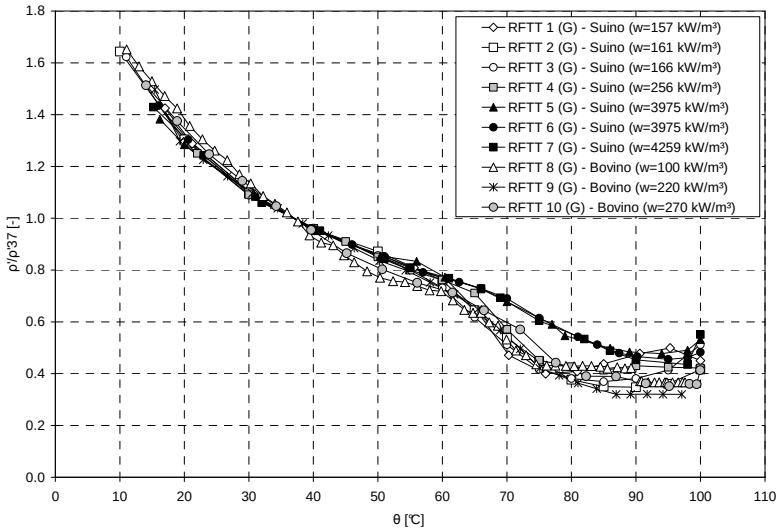


Figura D.3.2. Resistività normalizzata del tessuto epatico suino e bovino in funzione della temperatura nelle prove *RFTT* ottenute con strategia *G*.

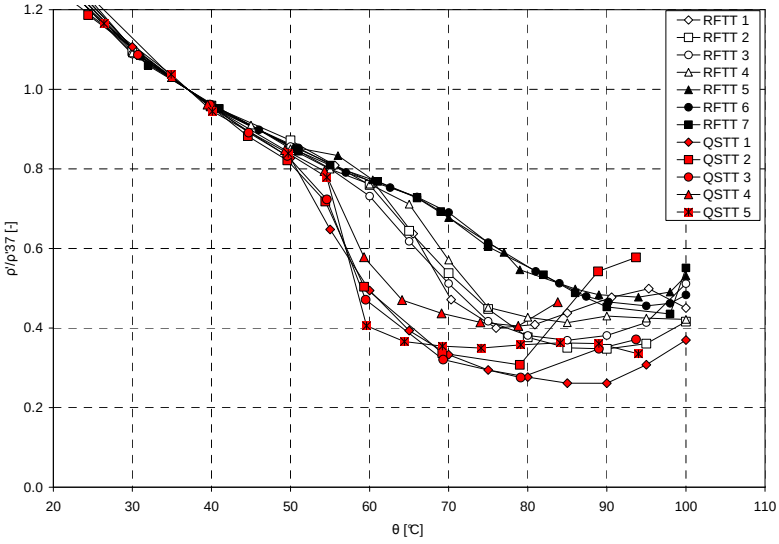


Figura D.3.3. Resistività normalizzata dei soli tessuti epatici suini in funzione della temperatura nelle prove *QSTT* e *RFTT* ottenute con strategia *G*.

Si osserva in modo chiaro che oltre i 55 °C le resistività dei campioni riscaldati con transitorio quasi-statico (*QSTT*) hanno valori molto più bassi rispetto a quelle misurate con transitorio dinamico (*RFTT*).

D.3.1 Analisi statistica

In Tabella D.3.2 sono esposte le medie e gli scarti quadratici dei campioni di tessuto epatico analizzato.

Tabella D.3.2. Resistività del tessuto epatico (bovino e suino) a 37 °C misurata con strategia G.

Tessuto epatico	$n_{campioni}$	ρ'_{r37} [Ω m]				s/m [-]
		min	max	*m*	*s*	
Bovino	9	2.64	4.12	3.24	0.42	13%
Suino	12	2.49	4.07	3.06	0.48	16%
Bovino e suino	21	2.49	4.12	3.15	0.45	14%

Come notato in precedenza, si osserva che mediamente il tessuto epatico bovino ha una resistività leggermente maggiore rispetto a quello suino (5÷6%).

Il ridotto campione di dati a disposizione ci impedisce di effettuare una vera e propria statistica: possiamo comunque affermare che la variabilità di resistività da campione a campione è piuttosto alta.

D.4 Esperimenti in funzione della pressione e della temperatura

Si sono eseguiti due esperimenti per verificare l'effetto della pressione sul comportamento elettrico del tessuto.

Le prove sono state effettuate su tessuto epatico bovino in transitorio termico quasi-statico (*QSTT*) fino alla temperatura di 80 °C.

Agendo sull'elettrodo mobile del campionatore si è compresso il tessuto fino ad osservare la fuoruscita di materiale dal foro per la misura della temperatura. La compressione applicata è diversa per le due prove e non è stata quantificata.

I risultati di resistività e angolo di fase sono mostrati in Figura D.4.1 e Figura D.4.2.

L'andamento della resistività con la temperatura nelle due condizioni di pressione pare del tutto identico considerando la variabilità imputabile alle caratteristiche di ogni singolo campione.

I valori di resistività ottenuti a temperature inferiori a 60 °C sono leggermente superiori a quelli ottenuti a pressione ambiente, mentre a temperature al di sopra dei 70 °C sono molto simili.

In prima approssimazione si può concludere che la resistività del fegato sembra non cambiare in modo sostanziale in funzione della pressione a cui è sottoposto il tessuto.

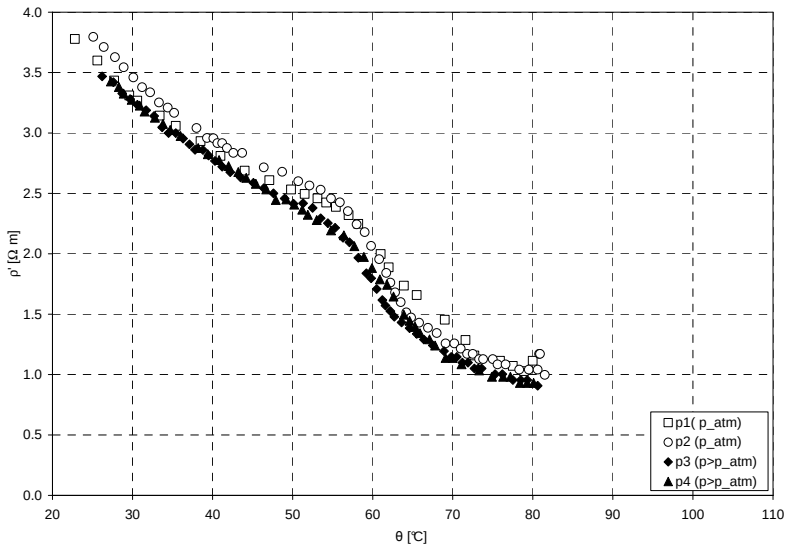


Figura D.4.1. Grafico della resistività al variare della temperatura e della pressione in transitorio termico quasi statico (*QSTT*).

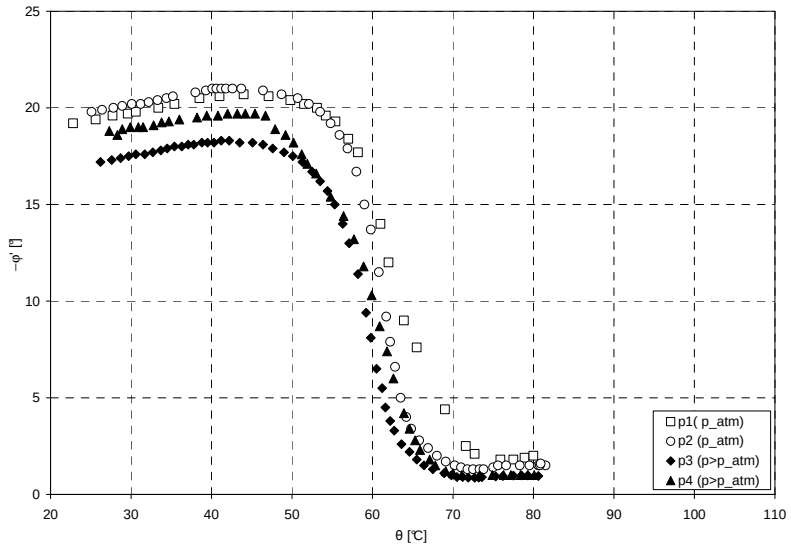


Figura D.4.2. Grafico dell'angolo di fase al variare della temperatura e della pressione in transitorio termico quasi statico (*QSTT*).

Appendice E

Verifica e validazione del procedimento di misura del calore specifico mediante tecnica *cp A*

E.1 Introduzione

L'appendice descrive le prove eseguite per verificare e validare la procedura di misura del calore specifico mediante la tecnica *cp A* descritta nel paragrafo 3.3.1.1.

E.2 Esperimenti di validazione

La validazione della tecnica *cp A* è basata su sei esperimenti eseguiti con un materiale di cui è noto il calore specifico: l'acqua.

Per rendere possibile il riscaldamento dell'acqua per effetto Joule si è aggiunto sale da cucina (principalmente costituito da NaCl).

La concentrazione di sale (S) è stata di circa 5-10 g/kg di acqua.

Vista la scarsa variabilità nell'intervallo 15÷80 °C (Appendice G), il calore specifico della soluzione salina si assume costante e pari a 4136 J/(kg °C).

In Tabella E.2.1 sono riassunte le caratteristiche degli esperimenti: nome della prova, campionatore impiegato, massa del campione (m), potenza elettrica (W) e potenza per unità di massa (w_m) applicata.

Tabella E.2.1. Caratteristiche delle prove di validazione della tecnica *cp A* effettuate con acqua salata.

Prova	Campionatore*	m [10^{-3} kg]	W [W]	w_m [kW/kg]
H2O 01	1	98.50	50.0	0.51
H2O 02	1	95.20	50.0	0.53
H2O 03	1	90.30	50.0	0.55
H2O 04	2	24.30	30.0	1.23
H2O 05	2	24.20	30.0	1.24
H2O 06	2	24.50	30.0	1.22

***: per i dettagli sul campionatore, consultare la tabella 3.3.1.**

In Figura E.2.1 è illustrato il risultato di un esperimento tipo.

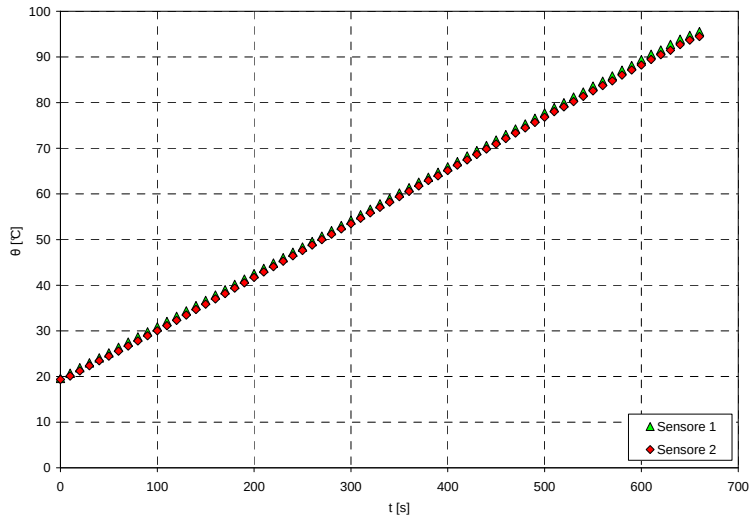


Figura E.2.1. Esperimento *H2O 02*: curva di riscaldamento ottenuta in due punti del campione.

Le curve di riscaldamento ottenute dalle misure di temperatura in due punti diversi del campione variano di circa 1 °C, a dimostrazione della buona uniformità del campo elettrico e termico all'interno del campione.

Le proprietà coibenti del campionatore sono state verificate inserendo un sensore di temperatura all'interno di una delle pareti di polistirene: un eventuale incremento di temperatura misurata è indice di flusso termico, quindi di riduzione della energia elettrica effettivamente immagazzinata dal campione sotto forma di calore.

I risultati ottenuti in un esperimento sono rappresentati in Figura E.2.2.

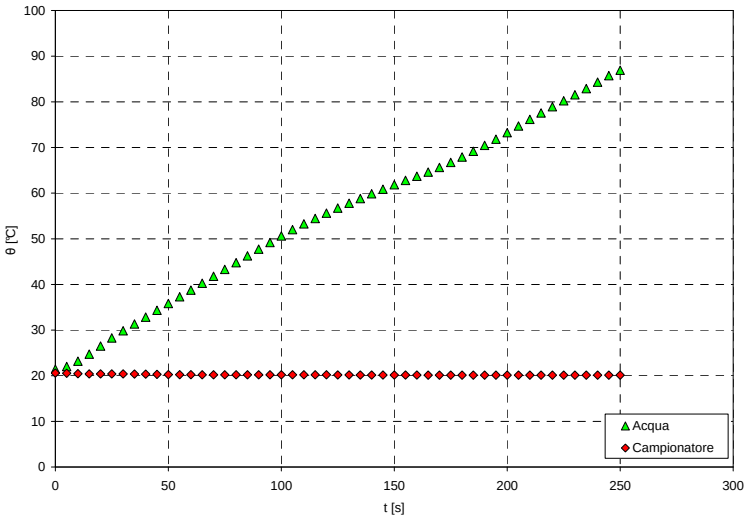


Figura E.2.2. Esperimento *H2O 05:* andamento della temperatura misurata nel campione e nella parete isolante durante il riscaldamento.

Si osserva che la temperatura misurata nel materiale isolante rimane pressoché invariata anche quando all'interno del campionatore si raggiungono temperature elevate: la camera impiegata si può ritenere adiabatica.

Nell'esperimento mostrato in Figura E.2.2 la curva di riscaldamento al di sotto dei 55 °C è lineare mentre nell'intervallo 55÷60 °C ha un flesso e successivamente prosegue con una pendenza: ciò evidenzia perdite di calore da imputare probabilmente all'evaporazione dell'acqua dal contenitore che non ha un coperchio a tenuta.

Si espongono ora i risultati ottenuti nelle sei prove di riscaldamento effettuate con acqua salata (Figura E.2.3).

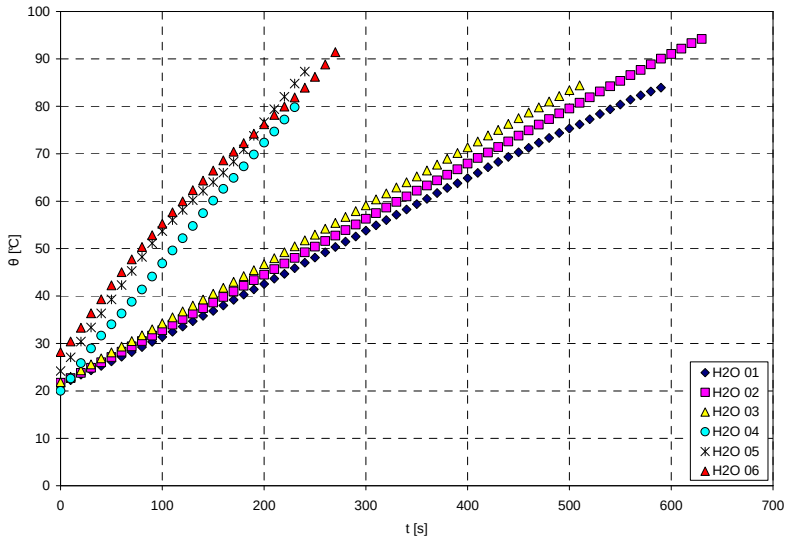


Figura E.2.3. Curve di riscaldamento ottenute nei sei esperimenti con acqua salata.

Le curve di riscaldamento si distinguono in due gruppi caratterizzati dal tipo di campionatore impiegato e dalla potenza per unità di massa erogata (w_m).

Le prove a bassa potenza specifica, eseguite nel campionatore *1*, hanno crescita regolare fino a circa 60 °C. Oltre si verifica un abbassamento della velocità di riscaldamento (molto vistoso nell'esperimento *H2O 01*).

Due delle tre curve di riscaldamento ottenute dagli esperimenti ad alta potenza specifica (*H2O 05* e *H2O 06*) eseguiti nel campionatore *2* non sono rettilinee.

Assunto il calore specifico dell'acqua salata pressoché costante con la temperatura, ne consegue che le variazioni di pendenza delle curve di riscaldamento sono dovute solamente a:

- irregolarità nell'erogazione della potenza (mantenuta costante manualmente);

- perdite di calore attraverso le pareti del contenitore e attraverso fughe di vapore;

La seconda causa può verificarsi solo ad alte temperature mentre la prima può manifestarsi sempre.

Per confrontare meglio le diverse velocità di riscaldamento ed individuare errori di erogazione della potenza, le temperature di ogni esperimento sono state riferite alla temperatura iniziale di ciascun campione: il risultato è mostrato nel grafico di Figura E.2.4.

Mentre i primi tre esperimenti (*H2O 01*, *H2O 02* e *H2O 03*), effettuati a basse potenze specifiche nel contenitore di diametro maggiore, mostrano con chiarezza la differenza di velocità di riscaldamento, le prove effettuate con w_m elevate hanno curve di riscaldamento meno chiare che talvolta si intersecano tra loro: ciò non è possibile se si ipotizza un'erogazione di potenza costante e dissipazioni termiche nulle.

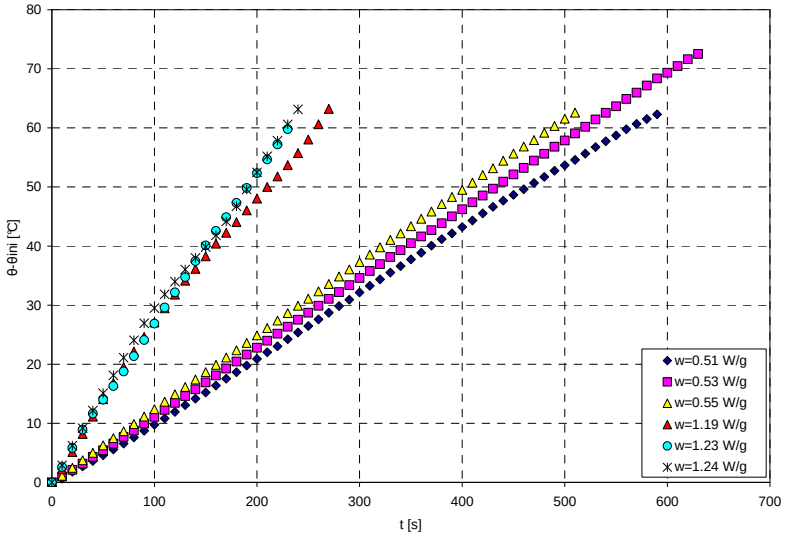


Figura E.2.4. Incrementi di temperatura in funzione del tempo ottenuti nei sei esperimenti di riscaldamento del'acqua salata.

Pertanto si è deciso di:

- verificare la potenza erogata in un intervallo di temperature in cui le perdite di calore dovrebbero essere trascurabili;
- valutare quantitativamente l'eventuale presenza di perdite, ricavando un coefficiente di scambio termico.

E.3 Verifica della potenza erogata

Per verificare la bontà della misura della potenza si sono utilizzati gli esperimenti con curve di riscaldamento rettilinee. Le prime due colonne di Tabella E.3.1 riportano le temperature iniziali (θ_{ini}) e finali (θ_{fin}) degli intervalli individuati.

La potenza effettivamente assorbita dai campioni d'acqua W_r è stata ricavata discretizzando la (3.3.2):

$$W_r = m\, c_p\, \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{E.3.1}$$

La pendenza della curva di riscaldamento nel tratto rettilineo ($\Delta\theta/\Delta t$) è ricavata con il metodo dei minimi quadrati nell'intervallo di temperature $\theta_{ini} \div \theta_{fin}$. I risultati, associati al coefficiente di regressione lineare (R^2), sono riportati in Tabella E.3.1.

Tabella E.3.1. Risultati delle prove di validazione del metodo di misura del calore specifico *cp A* e di verifica dell'apparato di misura della potenza.

Prova	θ_{ini} [°C]	θ_{fin} [°C]	$\Delta\theta/\Delta t$ [°C/s]	R^2 [-]	W_r [W]	err_w [%]
H2O 01	25.4	59.2	0.1111	0.99985	45.4	+9
H2O 02	22.8	81.2	0.1167	0.99997	46.1	+8
H2O 03	22.6	70.8	0.1237	0.99998	46.3	+7
H2O 04	35.0	60.0	0.2656	0.99980	27.5	+8
H2O 05	25.4	50.0	0.2734	0.99980	28.2	+6
H2O 06	30.0	62.0	0.2667	0.99780	27.8	+7
					Media	**+8**

Si osserva che il materiale riscaldato è composto dall'acqua e dall'elettrodo-griglia in ottone. Quindi, la massa riscaldata è:

$$m = m_{H2O} + m_{griglia} \tag{E.3.2}$$

in cui

m_{H2O} è la massa di acqua contenuta nel campionatore (in kilogrammi)

$m_{griglia}$ è la massa della griglia-elettrodo in ottone (in kilogrammi).

La (E.3.1) diventa:

$$W_r = \left(m_{H2O}\ c_{p\ H2O} + m_{griglia}\ c_{p\ ottone}\right)\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{E.3.3}$$

L'errore percentuale (err_W) tra la potenza elettrica misurata (W) e la potenza elettrica di riscaldamento (W_r) è

$$err_W = \frac{W - W_r}{W}100$$

I risultati ottenuti, riportati in Tabella E.3.1, mostrano una costante sottostima della potenza misurata dal nostro sistema di circa l'8% rispetto a quella effettivamente erogata.

E.4 Valutazione delle perdite

Dalla Tabella E.3.1 si evince che la maggior parte del curve di riscaldamento hanno mantenuto crescita lineare costante fino a 60 °C, a conferma dell'ottima coibentazione del campionatore.

Nonostante ciò, si è voluta effettuare una valutazione delle perdite di calore (W_l, in Watt), che avvengono soprattutto alle alte temperature, mediante un modello matematico:

$$W_l = h\, A_{tot}\, (\theta - \theta_{ext}) \qquad \text{(E.4.1)}$$

in cui

θ è la temperatura a cui si trova il campione (in gradi centigradi)

θ_{ext} è la temperatura esterna al campione (in gradi centigradi); nel nostro caso è la temperatura del materiale coibente di cui è costituita la camera di misura (il dato è possibile ricavarlo dalle misure di temperatura registrate durante gli esperimenti)

A_{tot} (in metri quadrati) è la superficie di scambio; nel nostro caso è la superficie del campione a contatto con la camera di misura. La superficie di scambio è quindi funzione del diametro del campionatore (D) e del suo riempimento (l). In Tabella E.4.1 sono mostrati i passaggi per ottenere A_{tot}.

Tabella E.4.1. Superfici di scambio dei campioni di acqua impiegati nelle prove di validazione del metodo di misura del calore specifico con tecnica cp A.

Prova	*D* *[10^{-3} m]*	*A_{basi}** *[10^{-3} m²]*	*l [m]*	*A_{lat}*** *[10^{-3} m²]*	*A_{tot}* *[10^{-3} m²]*
H2O 01	60.0	5.65	0.035	6.57	12.22
H2O 02	60.0	5.65	0.034	6.35	12.00
H2O 03	60.0	5.65	0.034	6.35	12.00
H2O 04	38.5	2.33	0.021	2.52	4.85
H2O 05	38.5	2.33	0.021	2.52	4.85
H2O 06	38.5	2.33	0.021	2.51	4.84

: superficie delle basi cilindriche della camera di misura.

****: superficie laterale della camera di misura.***

Impiegando un foglio di calcolo si è individuato il valore del coefficiente di scambio termico ($\bar{h}$) in grado di minimizzare il quadrato dell'errore tra le curve di riscaldamento dell'acqua per ogni campione e la curva di riscaldamento

ottenuta implementando la (E.3.3) con l'aggiunta delle perdite espresse mediante la (E.4.1); il valore medio ottenuto è

$\bar{h}$ = 4.08 W/(m² °C)

Il coefficiente di scambio termico trovato è più basso del limite inferiore della convezione libera (Holmann, 1972), quindi le perdite di calore attraverso le pareti sono pressoché trascurabili per entrambi i campionatori.

E.5 Osservazioni conclusive

Dalle prove di riscaldamento eseguite si può concludere che la tecnica di misura *cp A* è affidabile se tiene conto anche del riscaldamento della griglia-elettrodo.

La coibentazione del campionatore risulta essere ottima.

È stato comunque valutato un coefficiente di scambio termico medio per tenere conto delle dissipazioni termiche alle alte temperature che è risultato essere di piccola entità.

Si evidenzia una costante sottostima (circa l'8%) della potenza misurata rispetto a quella effettivamente erogata; di ciò si dovrà tenere conto negli esperimenti successivi e nella simulazione numerica.

Appendice F

Descrizione delle tecniche di misura della conducibilità termica nei tessuti biologici

F.1 Introduzione

Le tecniche per la misura della conducibilità termica nei tessuti biologici possono essere condotte in condizioni:

- *stazionarie* (o in *regime di equilibrio*), quando si sottopone il campione ad un gradiente termico permanente;
- *non stazionarie* (o in *regime di non equilibrio*), quando si impiegano sorgenti di calore, impulsive o permanenti, e si analizza la risposta in temperatura del campione nel tempo.

In seguito sono descritte quattro tecniche di misura della conducibilità dei tessuti biologici: una in regime di equilibrio (detta *kEQ*) e tre in regime di non equilibrio (dette *kNEQ 1*, *kNEQ 2* e *kNEQ 3*).

F.2 Tecnica in regime di equilibrio

F.2.1 Tecnica *kEQ*

Nel caso di condizioni stazionarie si sfrutta la legge di Fourier (1.5.1), scritta per un campione prismatico di lunghezza l e sezione A lateralmente contenuto da pareti adiabatiche:

$$Q = -k\ A\frac{\Delta\theta}{l} \tag{F.2.1}$$

Erogando una potenza nota e costante nel tempo (Q) ad un'estremità ($x = 0$) e attendendo il raggiungimento delle condizioni stazionarie si può ottenere la conducibilità termica del materiale di cui è costituito il campione conoscendo il salto termico ($\Delta\theta = \theta_{x=0} - \theta_{x=l}$) misurato tra due sezioni a distanza l:

$$k = -\frac{Q}{A}\frac{l}{\Delta\theta} \tag{F.2.2}$$

La conducibilità termica ottenuta è una misura media della proprietà termica nell'intervallo di temperatura misurato.

La misura è significativa solo se si possono considerare nulli i flussi laterali di calore.

F.3 Tecniche in regime di non equilibrio

Le misure in regime di non equilibrio si basano sull'equazione del calore (1.5.3) ipotizzando assente la generazione (o assorbimento) interno di calore ($w = 0$) nel mezzo da studiare.

Si perturba il campo termico iniziale (uniforme) fornendo una potenza o una temperatura costante ad una superficie; quindi si misura l'andamento nel tempo della temperatura in un punto del campione.

Il valore della conducibilità termica si ottiene conoscendo il calore specifico, la densità e interpretando i risultati sperimentali alla luce della soluzione (analitica o numerica) dell'equazione del calore.

I metodi differiscono per le particolari simmetrie (cartesiana, cilindrica o sferica) e per le particolari condizioni al contorno.

In questa sezione si approfondiscono tre metodi: due che sfruttano le coordinate cartesiane ortogonali e una che sfrutta le coordinate cilindriche (Bhattacharya *et al.*, 2003).

F.3.1 Tecnica *kNEQ 1*

Si consideri un campione cilindrico di lunghezza l con superfici laterali isolate termicamente. Partendo da temperatura uniforme θ_0 si porta istantaneamente la base a $x = l$ a temperatura diversa (θ_l), mantenendola costante nel tempo.

Considerando la conducibilità termica costante, matematicamente il transitorio è definito dall'equazione

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \tag{F.3.1}$$

La soluzione del problema si ricava ponendo le seguenti condizioni iniziali e al contorno:

$\theta = \theta_0$ per $0 \le x \le l$, $t = 0$
$\theta = \theta_0$ per $x = 0$, $t > 0$
$\theta = \theta_l$ per $x = l$, $t > 0$

Integrando l'equazione (F.3.1) con il metodo di sostituzione, la soluzione analitica è (Bonacina, 1985):

$$\frac{\theta-\theta_0}{\theta_l-\theta_0}=\frac{x}{l}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\,e^{-n^2\,\pi^2\frac{\alpha\,t}{l^2}}\;sen\left(\frac{n\,\pi\,x}{l}\right) \qquad \text{(F.3.2)}$$

oppure

$$\theta(x,t)=\theta_0+(\theta_l-\theta_0)\left[\frac{x}{l}+\frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}\,e^{-n^2\,\pi^2\frac{\alpha\,t}{l^2}}\;sen\left(\frac{n\,\pi\,x}{l}\right)\right] \qquad \text{(F.3.3)}$$

È possibile ricavare la diffusività termica α con un metodo iterativo che tende a ridurre l'errore tra i dati sperimentali e risultati analitici ottenuti con la (F.3.3).

Dal risultato della diffusività, conoscendo la densità (ρ) e il calore specifico (c_p) del materiale è possibile ricavare la conducibilità termica.

F.3.2 Tecnica *kNEQ 2*

Il secondo metodo (Bhattacharya, 2003) sfrutta la simmetria cilindrica: le ipotesi e le metodologie sono del tutto analoghe a quelle utilizzate per la misura della trasmissività idraulica ($T=K\,b$) e del coefficiente di immagazzinamento (S) medi all'interno di un acquifero (Bear, 1979; Rouse 1950) in presenza di un pozzo.

La prova consiste nell'emungere da un pozzo una portata costante nel tempo ($Q_{gw}(t)=cost$) mentre in un determinato punto dell'acquifero si misura la variazione di quota piezometrica rispetto alla condizione iniziale.

Utilizzando un sistema di coordinate cilindriche, il flusso radiale in condizioni non stazionarie in un pozzo all'interno di un acquifero confinato è descritto dalla seguente equazione differenziale:

$$\frac{1}{r}\frac{1}{\partial r}\left(\frac{\partial h_{gw}}{\partial r}\right)=\frac{S}{T}\frac{\partial h_{gw}}{\partial t} \tag{F.3.4}$$

La (F.3.4) ha una struttura del tutto simile all'equazione del calore riscritta in coordinate cilindriche (r, ϑ, z) ponendo le semplificazioni legate alla simmetria del problema: le derivate della quota piezometrica (h_{gw}) rispetto alla direzione z e ϑ non sono presenti vista la natura dell'acquifero (confinato e costituito da materiale a permeabilità uniforme)

Assumendo nullo o trascurabile il flusso dell'acquifero negli istanti precedenti alla prova, la condizione iniziale di quota piezometrica risulta essere uniforme:

$$h_{gw} = h_{gw\,0} = \cos t \quad \text{per } t = 0 \tag{F.3.5}$$

La condizione al contorno (di Neumann) in prossimità del pozzo si può ricavare dall'equazione per il calcolo della portata prelevata (Q_{gw}):

$$Q_{gw} = 2\pi\, r\, T\, \frac{\partial h_{gw}}{\partial r} \tag{F.3.6}$$

Allora in prossimità del pozzo (cioè per $r \to 0$) :

$$\lim_{r\to 0}\left(r\frac{\partial h_{gw}}{\partial r}\right)=\frac{Q_{gw}}{2\pi T} \quad \text{per } t \geq 0 \tag{F.3.7}$$

La condizione al contorno molto lontano dal pozzo ($r \to 0$) è pari alla condizione iniziale della quota piezometrica (h_{gw0}):

$$\lim_{r\to\infty} h_{gw} = h_{gw\,0} \quad \text{per } 0 < t \le \infty \tag{F.3.8}$$

La soluzione della (F.3.4) che soddisfa le condizioni iniziali e al contorno appena descritte è:

$$h_{gw} = h_{gw\,0} + \frac{Q_{gw}}{4\pi T} \int_{r^2 S/4T\,t}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \tag{F.3.9}$$

La funzione integrale sopra scritta è la cosiddetta funzione integrale esponenziale *Ei(x)*, che può essere espressa mediante una serie convergente

$$Ei(x) = -\int_{-x}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du = -\left(\gamma + \ln x + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{x^i}{i\,i!} \right) \tag{F.3.10}$$

in cui γ è la costante di Eulero: $\gamma = 0.5722$.

Per $x < (0.16)^2$ la funzione integrale esponenziale si può ridurre ai primi due termini. Nel caso del pozzo ciò equivale ad ammettere

$$\frac{r^2\,S}{4T\,t} < 0.0256$$

quindi, per

$$r < 0.32\sqrt{\frac{T\,t}{S}} \qquad \text{oppure} \qquad t > \frac{r^2 S}{0.1024\,T}$$

L'equazione (F.3.9) si può allora semplificare nella forma:

$$h_{gw} = h_{gw\,0} + \frac{Q_{gw}}{4\pi T}\left[-0.5772 - \ln\left(\frac{r^2\,S}{4T\,t}\right)\right] \qquad \text{(F.3.11)}$$

Utilizzando le proprietà dei logaritmi, la (F.3.11) diventa

$$h_{gw} = h_{gw\,0} - \frac{2.30\,Q_{gw}}{4\pi T}\log\left(\frac{2.25\,r^2\,S}{4T\,t}\right) \qquad \text{(F.3.12)}$$

Riportando su un grafico i risultati dell'abbassamento della falda (h_{gw}-h_{gw0}) in funzione del logaritmo del tempo, l'abbassamento assume andamento rettilineo (come esempio si veda il grafico di Figura F.3.1).

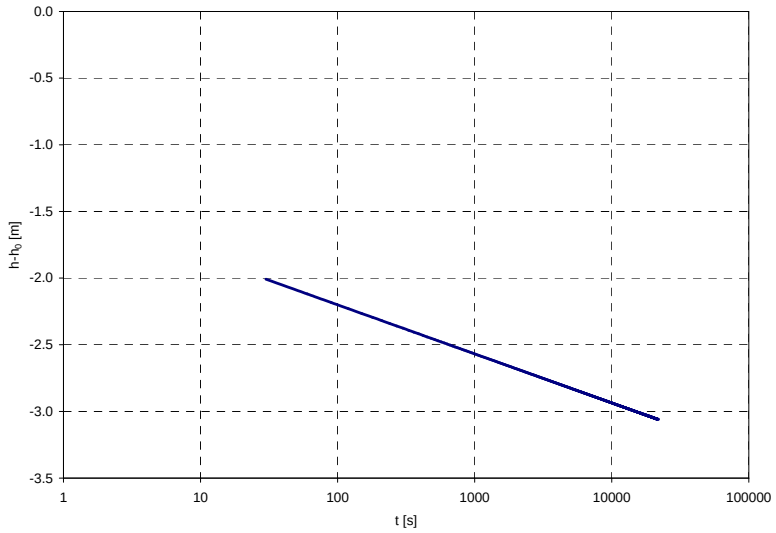


Figura F.3.1. Andamento della quota piezometrica al variare del tempo in una prova di emungimento (dati impiegati: r = 0.2 m; Q = 0.080 m³/s; $h_{gw\,0}$ = 0 m; T = 0.023 m²/s; S = 2.4·10⁻⁴).

Infatti, derivando la (F.3.12) rispetto al logaritmo in base 10 del tempo, si ottiene:

$$\frac{\partial h_{gw}}{\partial \log t} = \frac{2.30\, Q_{gw}}{4\pi\, T} \tag{F.3.13}$$

È quindi possibile ricavare la trasmissività dell'acquifero da un diagramma semilogaritmico misurando il coefficiente angolare ($\partial h_{gw}/\partial \log t$) dell'abbassamento della quota piezometrica in un punto ad una distanza r dall'asse del pozzo (metodo di Jacob):

$$T = \frac{2.30\, Q_{gw}}{4\pi \dfrac{\partial h_{gw}}{\partial \log t}} \tag{F.3.14}$$

Successivamente, avendo ricavato la trasmissività, si può ricavare il coefficiente di immagazzinamento (S) impiegando la (F.3.12) e i dati misurati durante la prova.

La tecnica appena descritta è valida per qualsiasi punto dell'acquifero, anche per la situazione che si instaura sulla parete del pozzo (Rouse, 1950), cioè per $r=r_w$.

Il passaggio dal contesto delle acque sotterranee a quello della conduzione termica è pressoché automatico utilizzando le analogie mostrate in tabella 1.5.1:

$$\begin{aligned}
\theta(r,t) &= \theta_o + \frac{q_l}{4\pi\, k}\left[\ln\left(\frac{4\,\alpha\, t}{r^2}\right) - 0.5772\right] \\
\theta(r,t) &= \theta_o + \frac{q_l}{4\pi\, k}\left[\ln\left(\frac{4\,\alpha\, t}{r^2}\right) - \ln(1.78)\right] \\
\theta(r,t) &= \theta_o + \frac{q_l}{4\pi\, k}\ln\left(\frac{2.24\,\alpha\, t}{r^2}\right)
\end{aligned} \tag{F.3.15}$$

Le ipotesi e le condizioni per cui essa è valida sono:

- condizione iniziale di campo termico uniforme ad una temperatura θ_0 (in gradi centigradi);
- volume del campione attorno alla sorgente sufficientemente esteso in direzione radiale;
- sorgente di calore posta nell'origine del sistema di riferimento di potenza per unità di lunghezza pari a q_l (in Watt/metro) ed estesa in tutto il campione in direzione z;
- $\frac{4\alpha t}{r^2} < (0.16)^2$.

Misurando l'andamento della temperatura in un punto del campione ad una determinata distanza r dalla sorgente di calore, si possono ricavare la conducibilità termica (k) con l'analogo della formula della trasmissività

$$k = \frac{q_l}{4\pi}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\ln(t)}\right)^{-1} \qquad \text{(F.3.16)}$$

ed il calore specifico (c_p) dalla formula della diffusività termica (α)

$$\alpha = \frac{k}{\rho\, c_p} = \frac{r^2}{2.24t}\, e^{(\theta-\theta_0)12.56\, k/q_l} \qquad \text{(F.3.17)}$$

conoscendo la densità del materiale (ρ).

Esiste anche un metodo in coordinate sferiche (Valvano *et al.*, 1984; Balasubramaniam *et al.*, 1974 e 1977), del tutto simile al metodo appena descritto.

F.3.3 Tecnica *kNEQ 3*

Il terzo metodo per la misura della conducibilità termica in condizioni non stazionarie è composto da due parti: la prima impiega una soluzione analitica della conduzione del calore mentre la seconda impiega una legge empirica.

F.3.3.1 Parte I: impiego della soluzione analitica

La prima parte della *tecnica kNEQ 3* consiste nell'utilizzare la soluzione della conduzione del calore per solido composito formato da due semispazi infinitamente estesi con sorgente di calore per unità di superficie q_A costante all'interfaccia tra i due materiali (Figura F.3.2; Carlslaw *et al.*, 1959).

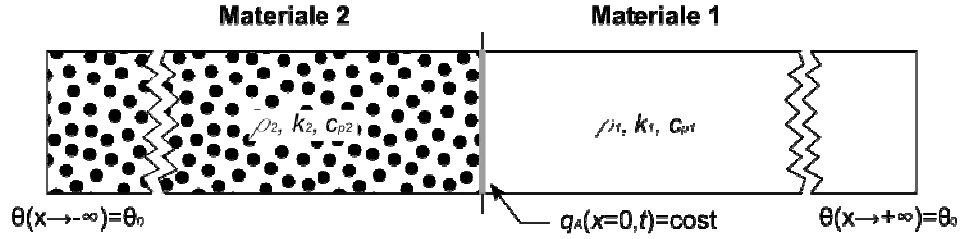


Figura F.3.2. Schema del solido composito formato da due semispazi infinitamente estesi con condizione di Neumann (q_A) costante nel tempo.

I due materiali di cui è costituito il solido (che chiameremo *1* e *2*) hanno proprietà termiche diverse:

ρ_1, c_{p1}, k_1	per $x>0$ (materiale incognito)
ρ_2, c_{p2}, k_2	per $x<0$ (materiale noto)

Il materiale *1* è un materiale con proprietà incognite, mentre il secondo ha proprietà note.

La condizione termica iniziale è di temperatura uniforme $\theta=\theta_0$.

La condizione al contorno di flusso termico è posta su una superficie di spessore infinitesimo con area *A* che si sviluppa nel piano *yz* all'ascissa $x = 0$:

$$q_A = Q/A = 0 \qquad \text{per } t < 0$$
$$q_A = Q/A = \cos t \qquad \text{per } t \geq 0$$

La condizione al contorno per $x \to \pm\infty$ è $\theta = \theta_0$.

Per risolvere questo caso si deve conoscere la soluzione dell'equazione del calore per un semispazio con assegnate condizioni di Neumann:

$$q_A = \frac{Q}{A} = \cos t \qquad \text{per } t > 0\,,\ x=0$$

e con condizione iniziale di temperatura uniforme $\theta=\theta_0$ in tutto il campo (Figura F.3.3).

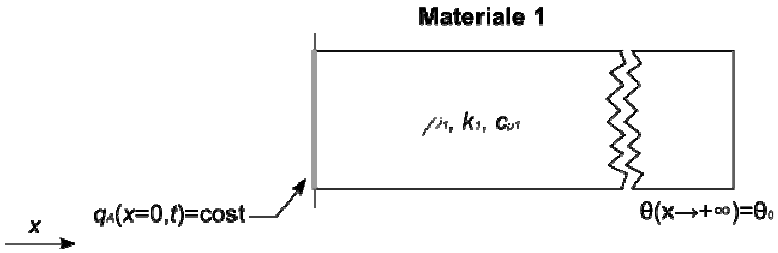


Figura F.3.3. Schema del solido costituito da semispazio infinito con condizione al contorno di flusso termico costante nel tempo.

Il flusso di calore q_a soddisfa la stessa equazione differenziale della temperatura[1].

[1] La (F.3.18) si dimostra derivando rispetto allo spazio la legge di Fourier (1.5.1):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -k\,\frac{\partial^2 \theta}{\partial t\ \partial x} \quad \text{per } t>0 \qquad \text{(a)}$$

È perciò possibile scrivere

$$\alpha \frac{\partial^2 q_A}{\partial x^2} = \frac{\partial q_A}{\partial t} \tag{F.3.18}$$

Applicando la trasformata di Laplace, dalla (F.3.18) si ricava la soluzione:

$$q_A(z,t) = q_A \; erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \tag{F.3.19}$$

dove *erfc(x)* è la funzione errore complementare

$$ercf(x) = 1 - erf(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-u^2} du \tag{F.3.20}$$

Sostituendo la (F.3.19) nella legge di Fourier e integrando il risultato rispetto alla variabile spaziale *x*, si ottiene:

$$\theta(x,t) = \theta_0 + \frac{2 q_A \sqrt{\alpha t}}{k} ierfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) \tag{F.3.21}$$

Sostituendo alla derivata della temperatura rispetto al tempo la (1.5.2) in assenza di generazione interna di calore ($w = 0$) si ottiene

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -k \frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}\right) \tag{b}$$

Sostituendo alla (b) la derivata rispetto allo spazio della legge di Fourier e semplificando si ottiene la (F.3.18).

dove $ierfc(x)$ è la funzione errore complementare integrale:

$$ierfc(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} - x\, erfc(x) \tag{F.3.22}$$

Per $x = 0$, cioè l'ascissa a cui si trova la sorgente q_A, la (F.3.21) diventa:

$$\theta(x=0,t) = \theta_0 + \frac{2 q_A \sqrt{\alpha t}}{k} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \tag{F.3.23}$$

La soluzione dell'equazione del calore per solido composito si risolve accoppiando due soluzioni dell'equazione del calore per un semispazio.

Le condizioni al contorno necessarie per risolvere il sistema così costruito sono l'uguaglianza di temperatura e l'uguaglianza del flusso di calore nel piano di contatto tra i due materiali:

$$\begin{aligned} &\theta_1 = \theta_2 && \text{per } x = 0,\ t > 0 \\ &k_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = k_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial x} && \text{per } x = 0,\ t > 0 \end{aligned} \tag{F.3.24}$$

Utilizzando la (F.3.23) si ricavano due equazioni che descrivono l'andamento della temperatura in qualsiasi punto del mezzo e in qualsiasi istante:

$$\begin{aligned} \theta_1(x,t) &= \theta_0 + \frac{2 q_{A1} \sqrt{\alpha_1 t}}{k_1} ierfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha_1 t}}\right) \\ \theta_2(x,t) &= \theta_0 + \frac{2 q_{A2} \sqrt{\alpha_2 t}}{k_2} ierfc\left(\frac{|x|}{2\sqrt{\alpha_2 t}}\right) \end{aligned} \tag{F.3.25}$$

La condizione al contorno di temperatura impone che i due flussi di calore costanti nel tempo q_{A1} e q_{A2} rispettino l'uguaglianza

$$\frac{q_{A1}\sqrt{\alpha_1}}{k_1} = \frac{q_{A2}\sqrt{\alpha_2}}{k_2}$$

Inoltre, per il primo principio della termodinamica il flusso di calore q_A si divide nei due materiali:

$$q_{A1} + q_{A2} = q_A$$

Le due equazioni sopra scritte permettono di scrivere la (F.3.25) in termini di q_A:

$$\begin{aligned}
\theta_1(x,t) &= \theta_0 + \frac{2\,q_A\sqrt{\alpha_1\,\alpha_2\,t}}{k_1\sqrt{\alpha_2}+k_2\sqrt{\alpha_1}}\,ierfc\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha_1 t}}\right) \quad \text{per } x > 0 \\
\theta_2(x,t) &= \theta_0 + \frac{2\,q_A\sqrt{\alpha_1\,\alpha_2\,t}}{k_1\sqrt{\alpha_2}+k_2\sqrt{\alpha_1}}\,ierfc\left(\frac{|x|}{2\sqrt{\alpha_2 t}}\right) \quad \text{per } x < 0
\end{aligned} \tag{F.3.26}$$

Concentrandosi sulla soluzione nell'origine ($x = 0$) e semplificando i termini contenenti le proprietà termiche si ottiene:

$$\Delta\theta(x=0,t) = \theta(x=0,t) - \theta_0 = 2\,q_A\,\frac{\sqrt{t}}{\frac{k_1}{\sqrt{\alpha_1}}+\frac{k_2}{\sqrt{\alpha_2}}}\,ierfc(0) \tag{F.3.27}$$

dove $ierfc(0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cong 0.5642$.

Introducendo l'*effusività*[2] (*e*, in Watt secondo$^{0.5}$ su metro quadrato Kelvin, detta anche *inerzia termica*), definita come:

$$e = \sqrt{k\,\rho\,c_p} = \frac{k}{\sqrt{\alpha}} \tag{F.3.28}$$

la (F.3.27) diventa:

$$\Delta\theta(x=0,t) = 1.1284\,q_A\,\frac{\sqrt{t}}{e_1+e_2} \tag{F.3.29}$$

È quindi possibile ricavare l'effusività del materiale incognito (e_1) conoscendo:

- la potenza per unità di area immessa (q_A) nella superficie a $x = 0$;
- l'incremento di temperatura in $x = 0$ in funzione del tempo;
- l'effusività del secondo materiale (e_2).

La curva di riscaldamento della superficie in $x = 0$, espressa in termini di radice quadrata del tempo si trasforma in una retta di cui è possibile calcolare il coefficiente angolare:

$$m = \frac{\partial\theta}{\partial\sqrt{t}} = \frac{1.1284\,q_A}{e_1+e_2} \tag{F.3.30}$$

Conoscendo il coefficiente *m* si può ottenere l'effusività del materiale 1:

$$e_1 = \frac{1.1284\,q_A}{m} - e_2 \tag{F.3.31}$$

[2] L'effusività è un modo per descrivere le proprietà termiche di un materiale alternativo alla diffusività termica utilizzato nella scienza degli incendi.

F.3.3.2 Fase II: impiego della legge empirica

La conducibilità termica del materiale incognito *1* (k_1) si può calcolare utilizzando una legge empirica ed il coefficiente *m* ottenuto dalla (F.3.30).

La curva di riscaldamento in $x = 0$ (ed il coefficiente *m*) non dipende solo dal materiale con proprietà incognite. Infatti, il flusso di calore q_A viene in parte assorbito e in parte trasmesso (a) dal materiale di cui è costituita la sorgente, (b) dal materiale con proprietà termiche note e (c) dal materiale con proprietà termiche incognite.

Per risolvere questo inconveniente, attraverso prove sperimentali con materiali di proprietà termiche note si ricava un coefficiente correttivo, chiamato *m**. Il coefficiente *m** permette di depurare il comportamento della curva di riscaldamento dagli effetti dovuti al riscaldamento del materiale di cui è costituita la superficie riscaldante e il materiale con proprietà note. Inoltre, *m** consente di tenere conto di imperfezioni legate alla diffusione del calore non solo in direzione normale alla superficie riscaldante.

Studi sperimentali (Mathis, 1999, 2004; C-Therm, 2008) hanno dimostrato che vi è una correlazione lineare tra l'inverso del coefficiente *m* (corretto mediante il fattore *m**) e la conducibilità termica di materiali di simile tipologia (ad esempio, liquidi, polveri, solidi metallici, etc.) cioè con simile capacità termica specifica ($\rho\, c_p$):

$$\frac{1}{m - m^*} = a\, k + b \tag{F.3.32}$$

dove *a* e *b* sono il coefficiente angolare e l'intercetta della retta interpolante che lega *1/(m-m*)* e la conducibilità termica della famiglia di materiali considerata.

I parametri *a*, *b* ed *m** dipendono dalla temperatura e dalla tipologia di materiale.

Il grafico di Figura F.3.4 descrive un esempio di curva ottenuto mediante la (F.3.32).

Questa relazione sperimentale permette di ricavare la conducibilità termica dei materiali senza conoscere la densità ed il calore specifico fino a valori di 15 W/(m °C) (C-therm, 2008); infatti, invertendo la (F.3.32) si ottiene:

$$k = \frac{\frac{1}{m - m^*} - b}{a} \tag{F.3.33}$$

Quindi, la conducibilità termica si può ricavare conoscendo la famiglia a cui appartiene il materiale di cui è composto il campione, i parametri che descrivono la legge empirica (*a*, *b* ed *m**) e la curva di riscaldamento del campione (da cui ricavare *m*).

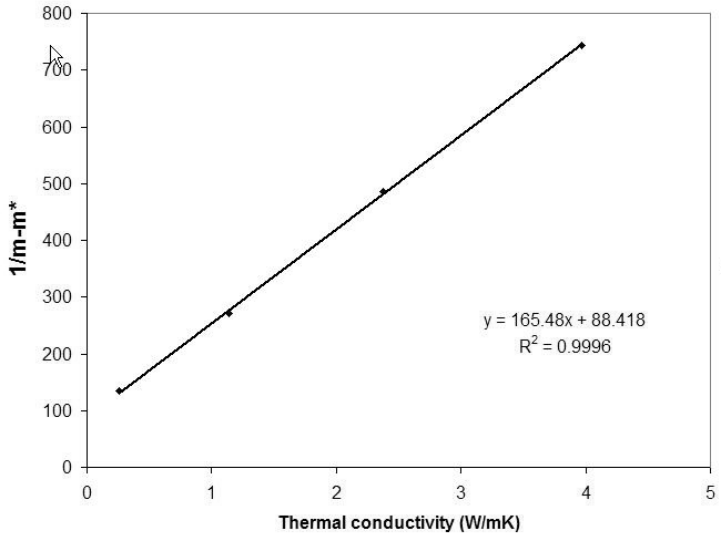


Figura F.3.4. Andamento di *1/(m-m*)* in funzione della conducibilità termica (*k*) per le polveri (*a = 165.48; b = 88.418*) (C-Therm, 2008).

Una volta ricavata l'effusività e la conducibilità termica, conoscendo (o ipotizzando) la densità è possibile ricavare il calore specifico: $c_p = e^2/(k\,\rho)$.

Appendice G

Proprietà fisiche dei materiali impiegati negli esperimenti

G.1 Acqua e composti a base d'acqua

G.1.1 Proprietà termiche e termodinamiche

G.1.1.1 Calore specifico

Il calore specifico dell'acqua distillata (c_{pw}, in Joule su kilogrammo grado centigrado) si può dedurre dalla seguente formula (Hamilton, 1998):

$$c_{pw} = 8.9523\,10^{3} - 4.051\,10^{-1}\,\theta_K + 1.1236\,10^{-1}\theta_K^2 - 1.0131\,10^{-4}\theta_K^3 \qquad \text{(G.1.1)}$$

dove θ_K è la temperatura, in gradi Kelvin.

Il calore specifico dell'acqua marina (costituita principalmente da acqua e cloruro di sodio in diverse concentrazioni S, in grammi di NaCl su kilogrammo di acqua) in funzione della temperatura è descritto dalle misure sperimentali di (Millero, 2005).

Il calore specifico in funzione della temperatura a diverse concentrazioni di NaCl è esposto in Figura G.1.1.

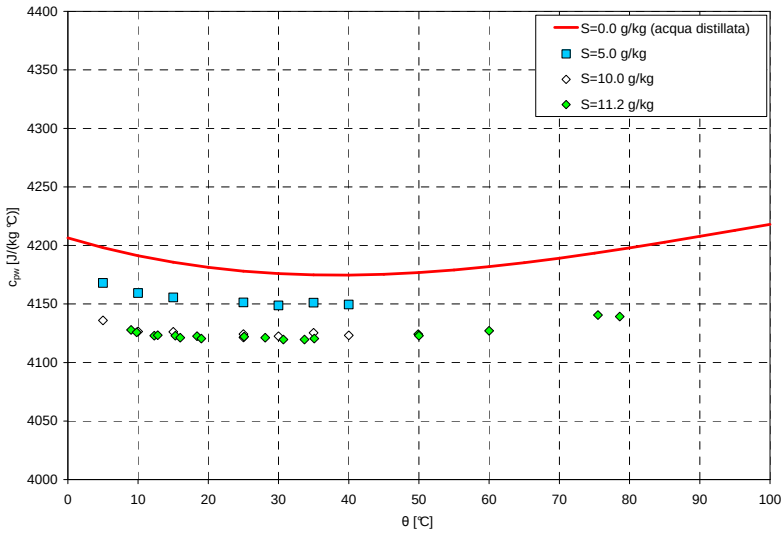


Figura G.1.1. Andamento del calore specifico dell'acqua marina e dell'acqua distillata a pressione atmosferica in funzione della temperatura.

G.1.1.2 Conducibilità termica

La conducibilità termica dell'acqua distillata (k_w, in Watt su metro grado centigrado) si può dedurre dalla seguente formula (Hamilton, 1998):

$$k_w = -4.98411 10^{-1} + 5.17011 10^{-1}\,\theta_K - 2.9149\,10^{-6}\theta_K^2 - 6.6628\,10^{-9}\theta_K^3 \quad \text{(G.1.2)}$$

L'andamento della conducibilità termica in funzione della temperatura è esposto in Figura G.1.2.

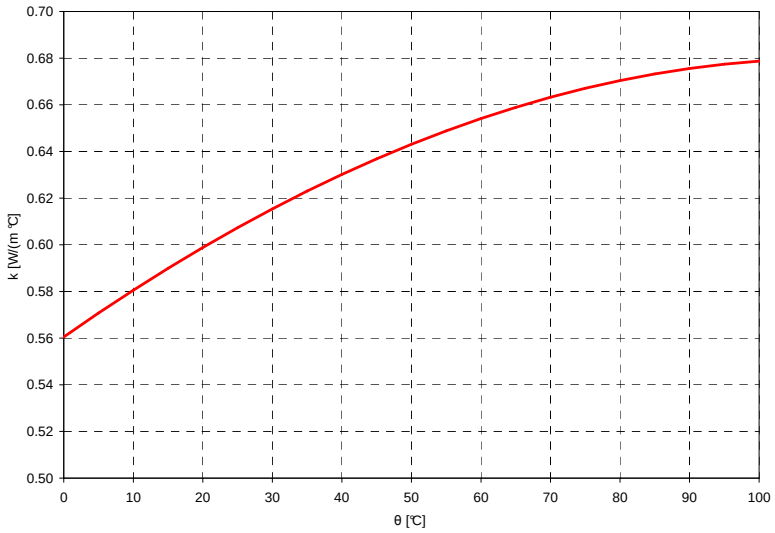


Figura G.1.2. Andamento della conducibilità termica dell'acqua distillata in funzione della temperatura.

La Tabella G.1.1 elenca i dati reperiti in letteratura del gel a base di agarosio impiegato negli esperimenti di misura della conducibilità termica.

Tabella G.1.1. Dati di proprietà termica di acqua e gel di agarosio.

Materiale	θ_{misura} [℃]	***k* [W/(m ℃)]**	***Fonte***
Agar 1.5% PP*	21	0.609±0.005	Balasubramaniam *et al.*, 1977
	21	0.597±0.007	Bowman *et al.*, 1974

*** % PP: percentuale di agarosio in peso rispetto al peso di acqua**

Si osserva che il gel a base di agar all'1.5% ha una conducibilità pressoché identica a quella dell'acqua distillata.

G.1.1.3 Parametri dell'equazione di Antoine

L'equazione di Antoine descrive la tensione di vapore in funzione della temperatura per sostanze pure. L'equazione di Antoine è derivata dall'equazione di Clausius-Clapeyron (NIST, 2010).

Da essa è possibile ricavare la temperatura di ebollizione (θ_{vap}, in gradi centigradi) ad una determinata pressione assoluta (p^*, in Pascal):

$$\theta_{vap} = \frac{B}{A - \log p^*} - C \qquad \text{(G.1.3)}$$

dove A, B, C sono parametri tipici della sostanza che si considera. Per l'acqua questi valori sono riportati in Tabella G.1.2.

Tabella G.1.2. Parametri dell'equazione di Antoine per l'acqua pura.

Range di temperatura [°C]	*A*	*B*	*C*
1÷100	10.1961	1730.63	233.426
99÷374	10.2650	1810.94	244.485

G.1.2 Densità

La densità dell'acqua pura in funzione della temperatura (ρ_W, in kilogrammi su metro cubo) è possibile calcolarla con la seguente formula (Hamilton, 1998):

$$\rho_w = 2.3317\,10^2 + 6.7647\,10^0\ \theta_K - 1.8774\,10^{-2}\theta_K^2 + 1.5690\,10^{-5}\theta_K^3 \qquad \text{(G.1.4)}$$

La curva è riportata in Figura G.1.3.

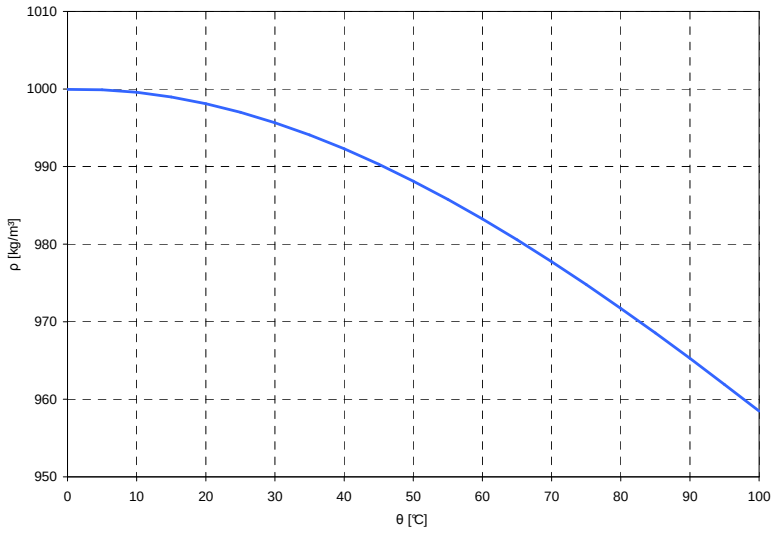


Figura G.1.3. Andamento della densità dell'acqua pura al variare della temperatura.

G.1.3 Proprietà elettriche

L'acqua pura è un isolante perfetto: solo aggiungendo quantità di sali le soluzioni acquose diventano conduttori elettrici.

Le soluzioni acquose di cloruro di sodio (NaCl) ricoprono particolare interesse per il presente lavoro di tesi poiché sono impiegate come soluzioni di riferimento in alcuni esperimenti sulle proprietà elettriche dei tessuti biologici (Gabriel, 1996b; Nastuk, 1963). Inoltre, Chang (2003), impiega la resistività elettrica di una soluzione di NaCl per mimare il comportamento del tessuto epatico.

La formula impiegata per descrivere la conducibilità in funzione della temperatura (θ, in gradi centigradi) e della concentrazione (N[3], in

[3] *Per il cloruro di sodio 1 eq/l = 1 mol/l; la massa molare del cloruro di sodio è di 58.45 g/mol. Ad esempio, la soluzione fisiologica, contenente lo 0.9%PP di NaCl, ha concentrazione 0.154 eq/l di NaCl. (Silvestroni, 1984)*

equivalenti/litro) è stata ricavata da esperimenti di Stogryn (1971) e di Campbell *et al.* (1992):

$$\sigma_{NaCl}(\theta, N) = \sigma_{NaCl}(25°C, N)\left[1 + c\,(\theta - 25)\right] \qquad \text{(G.1.5)}$$

valida per 15 °C $\leq \theta \leq$ 25 °C, in cui

c è un coefficiente che vale 0.0193;

$\sigma_{NaCl}(25\ °C, N)$ è la conducibilità elettrica di una soluzione di NaCl di concentrazione *N* alla temperatura di 25 °C, calcolabile attraverso la formula

$$\sigma_{NaCl}(25°C, N) = N\left(10.653 - 8.974\,N^{1/2} + 11.385\,N + \right.$$
$$\left. + 10.403\,N^{3/2} + 4.7224\,N^{2} - 0.82288\,N^{5/2}\right) \qquad \text{(G.1.6)}$$

valida per $0.1 \leq N \leq 2.0$ eq/l.

La costante dielettrica relativa (ε', adimensionale) in funzione della temperatura e della concentrazione è (Campbell *et al.*, 1992):

$$\varepsilon'_{NaCl}(\theta, N) = \varepsilon'_{NaCl}(\theta, 0)\ \ a(N) \qquad \text{(G.1.7)}$$

valida per 0 °C $\leq \theta \leq$ 40 °C e $0 \leq N \leq 3$; in cui

$\varepsilon'_{NaCl}(\theta,0)$ è la costante dielettrica relativa dell'acqua pura (valida per 0 °C $\leq \theta \leq$ 100 °C)

$$\varepsilon'_{NaCl}(\theta, 0) = 87.740 - 0.4008\theta + 9.398\,10^{-4}\theta^{2} - 1.410\,10^{-6}\theta^{3} \qquad \text{(G.1.8)}$$

a(N), un numero adimensionale, si ricava da

$$a(N) = 1.00 - 0.2551N + 5.15110^{-2}N^{2} - 6.889\,10^{-3}N^{3} \qquad \text{(G.1.9)}$$

In figura G.1.4 e G.1.5 sono mostrate la resistività e la costante dielettrica relativa per soluzioni a diverse concentrazioni di NaCl.

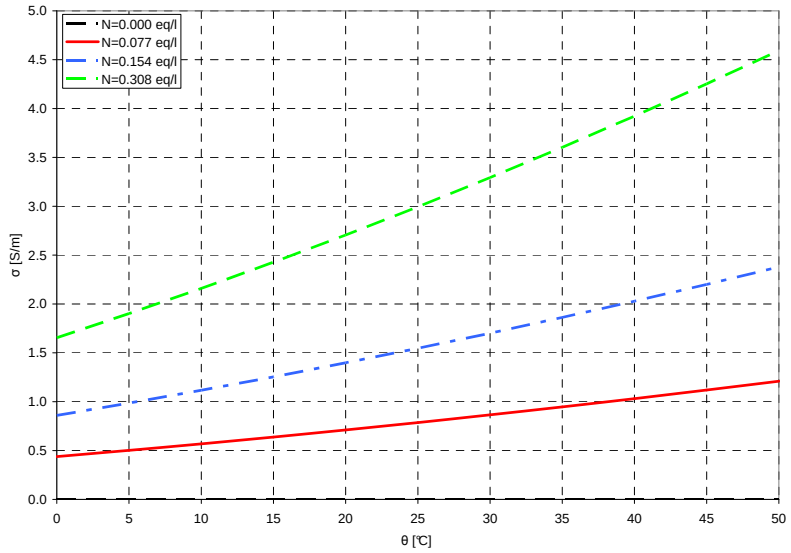


Figura G.1.4. Resistività di tre soluzioni di NaCl a diverse concentrazioni in funzione della temperatura.

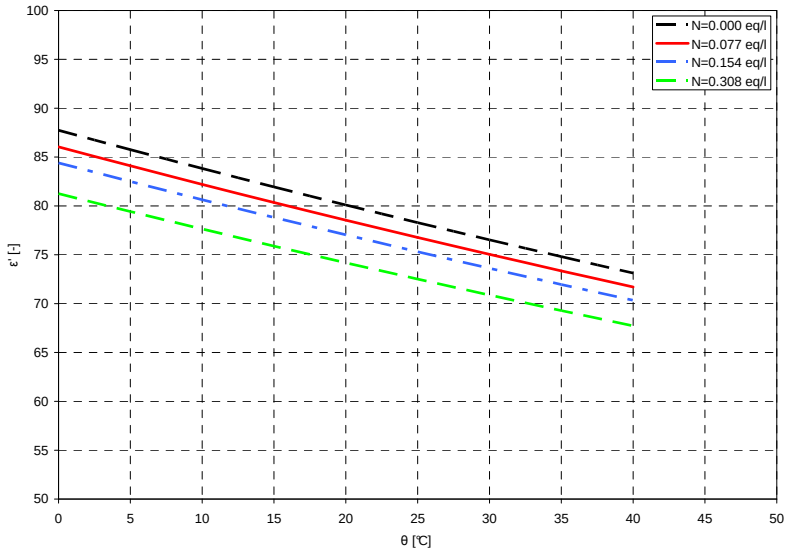


Figura G.1.5. Costante dielettrica relativa di tre soluzioni di NaCl in funzione della temperatura.

G.2 Altri materiali

In Tabella G.2.1 sono elencate le densità e le proprietà termiche di alcuni materiali impiegati negli esperimenti.

Tabella G.2.1. Densità e proprietà termiche di alcuni materiali.

Materiale	θ [°C]	ρ [kg/m³]	c_p [J/(kg °C)]	k [W/(m °C)]
Poliuretano espanso	ND	30-35	1400	0.021÷0.029
Polistirene espanso (STYSOL)	10	ND	ND	0.034
Rame puro	20	8953	382.9	385.7
Ottone (70% Cu, 30% Zn)	20	8520	385	110.7
Acciaio (carbon steel 1.5% C)	20	7752	485.4	36.32
Policarbonato (trasparente)	23	1200	ND	0.19
Acrilico estruso (trasparente)	ND	1190	1470	0.19
Plexiglas	ND	1190	1500÷1780	0.20

ND: non disponibile

Appendice H

Misura della portata di ricircolo

H.1 Introduzione

La portata di ricircolo dell'impianto sperimentale descritto nel capitolo 7 è essenziale per la creazione del modello numerico caratterizzato da opportune condizioni al contorno.

Per la misura della portata è stato utilizzato un metodo volumetrico e un metodo basato sul bilancio dell'energia.

H.2 Metodo volumetrico

Il metodo volumetrico è il metodo più classico e più semplice per la misura della portata. Esso consiste nel misurare il tempo che impiega il fluido a riempire un recipiente (t_{riemp}), e nel pesare successivamente il contenitore. Sottratta dalla massa lorda la tara del recipiente, si ha a disposizione la massa netta di acqua (m). Conoscendo la densità del fluido (ρ), la portata (Q) è:

$$Q = \frac{m}{\rho\, t_{riemp}} \tag{H.2.1}$$

Il metodo comporta una certa incertezza nella stima, in quanto la misura del tempo di riempimento, che viene effettuata mediante cronometro, è affetta da un

errore di precisione difficilmente quantificabile poiché è dovuto all'operatore che controlla il cronometro. Inoltre vi sono le perdite di acqua per schizzi dal contenitore, che possono alterare la misura di volume.

La prova è stata effettuata con un unico ugello funzionante (quello centrale), sollevato rispetto al pelo libero di 3.6 cm. Questa configurazione è stata ottenuta inclinando lo strumento in maniera tale da garantire un affondamento della bocca di aspirazione della pompa simile a quello di normale esercizio.

I tempi di riempimento misurati mediante il cronometro e i risultati delle pesature effettuate mediante una bilancia opportunamente tarata sono riportati nella Tabella H.2.1.

Tabella H.2.1 Risultati delle misure di portata ottenuti con il metodo della pesata.

t_{riemp} [s]	*tara* [kg]	*m+tara* [kg]	*m* [kg]	Q [10^{-3} m³/s]
4.41	0.65	3.10	2.45	0.555
4.00	0.65	2.84	2.19	0.547
3.87	0.65	2.80	2.15	0.555
5.03	0.65	3.59	2.94	0.584
4.87	0.65	3.24	2.59	0.532

La media delle misure è risultata essere di 0.555 10^{-3} m³/s, mentre la deviazione standard è pari a 0.017 10^{-3} m³/s, valore inaspettatamente basso se si considerano gli errori che comporta la prova.

H.3 Metodo basato su bilancio dell'energia

Molti metodi di misura di portata, sia di correnti in pressione (come ad esempio i boccagli e i diaframmi), sia di correnti a pelo libero (come il modellatore a risalto), sono basati sul *teorema di Bernoulli*, che esprime la conservazione dell'energia meccanica specifica nel moto permanente di un fluido perfetto pesante incomprimibile.

Nel caso in esame, data l'impossibilità di praticare fori per prese di pressione nell'impianto che avrebbero causato una modifica persistente del sistema, si è proceduto nel calcolo in un'altra maniera.

Innanzitutto la presa di pressione è stata posizionata nella sezione più distante dello strumento rispetto alla bocca di aspirazione (figura 7.2.2, punto P). Alla pressione è stato collegato a un trasduttore di pressione per il calcolo della quota piezometrica caratteristica della sezione.

In particolare, il sistema composto da collettore e ugello è stato schematizzato come un serbatoio da cui si stacca una condotta con imbocco a spigolo vivo che termina con un convergente che effluisce in un serbatoio a pelo libero. Infatti, il collettore a valle del venturimetro può essere rappresentato come un serbatoio poiché le velocità al suo interno sono basse. Questo comporta che la quota piezometrica rilevata coincida con il pelo libero del serbatoio nella schematizzazione di Figura H.3.1.

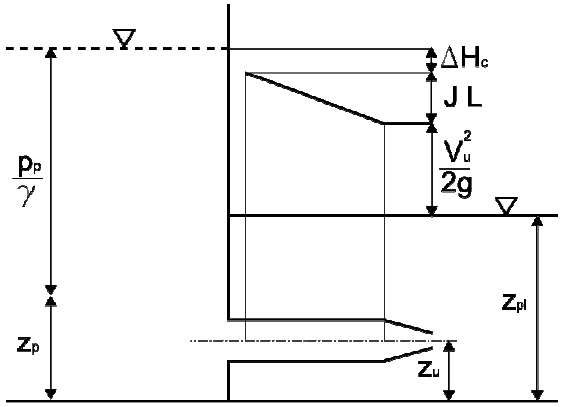


Figura H.3.1. Schematizzazione adottata nel calcolo della portata basata sul bilancio di energia.

Il bilancio di energia tra la sezione *P* (contenente la presa di pressione) e la sezione terminale dell'ugello *U* può essere espresso nella maniera seguente:

$$H_P = H_U + \Delta H_C + JL_C \qquad \text{(H.3.1)}$$

dove

H_P è il carico totale riferito alla sezione *P*;
H_U è il carico totale riferito alla sezione *U*;
ΔH_C è perdita localizzata per imbocco, considerato a spigolo vivo;
J è la cadente nella condotta che congiunge il collettore all'ugello;
L_C è la lunghezza della condotta che congiunge il collettore all'ugello.

Essendo P in una zona in cui l'acqua è pressoché ferma, il carico totale è:

$$H_P = z_P + \frac{p_P}{\gamma} \tag{H.3.2}$$

in cui

z_P è la quota geometrica del trasduttore di pressione
p_P è la pressione misurata al trasduttore
γ è il peso specifico dell'acqua (9810 N/m³).

Il carico totale nella sezione U si può definire come:

$$H_U = z_{PL} + \frac{V_U^2}{2g} \tag{H.3.3}$$

in cui

z_{PL} è la quota del pelo libero nella vasca;
V_U è la velocità in uscita dall'ugello;
g è l' accelerazione di gravità.

Esplicitando i termini e applicando l'equazione di continuità tra le sezioni P e U, è possibile esprimere il bilancio dell'energia in funzione dell'incognita Q:

$$Q = \sqrt{\frac{2g\left(z_P + \frac{p_P}{\gamma} - z_{PL}\right)}{\left(\frac{1}{A_U^2} + \frac{\left(0.5 + \frac{\lambda\, L_C}{D_C}\right)}{A_C^2}\right)}} \qquad \text{(H.3.4)}$$

in cui

A_U è l'area della sezione di sbocco dell'ugello;

L_c è la lunghezza della condotta;

A_C è l'area della condotta che congiunge il collettore all'ugello;

λ è l'indice di resistenza, valutato con la formula di Colebrook-White.

La portata dipende da parametri geometrici determinabili attraverso misure di lunghezza (z_P, z_{PL}, D_U, D_C, L_c), da un parametro che dipende dal tipo di materiale costituente il sistema pompa-ugello (ε) e dalla pressione misurata dal trasduttore (p_p). La misura della pressione costituisce quindi una misura indiretta della portata.

La bocchetta della presa di pressione è stata collegata, attraverso un tubicino di diametro sufficiente per impedire la capillarità, al trasduttore di pressione.

Il segnale in tensione è stato acquisito mediante una scheda di acquisizione NI 6008 USB e mediante una curva di taratura appropriata è stato trasformato in pressione (p_P).

Impiegando una configurazione smile a quella utilizzata per il metodo volumetrico si è provveduto all'acquisizione della pressione misurata (p_P = 49.0 kPa).

La misura è stata effettuata nelle condizioni seguenti (i valori si riferiscono al fondo della vasca):

- quota del pelo libero nella vasca (z_{PL}): 0.418 m
- quota del sensore di pressione (z_P): 0.6 m
- quota del baricentro dell'ugello (z_U): 0.454 m

Le dimensioni caratteristiche del sistema sono riportate in Tabella H.3.1.

Tabella H.3.1. Dimensioni caratteristiche del sistema pompa-ugello.

D_U [m]	A_U [m²]	D_C [m]	A_C [m²]	L_C [m]
0.0085	$5.67 \cdot 10^{-5}$	0.0125	$1.22 \cdot 10^{-4}$	0.036

Come valore di scabrezza assoluta della condotta si è considerato un valore medio per tubazioni in acciaio ($\varepsilon = 4.57 \cdot 10^{-5}$ m).

Dalla (H.3.4) si è ricavata così la portata: $Q = 0.54\ 10^{-3}$ m³/s.

Tale valore non si discosta molto dalla media delle portate calcolata con il metodo volumetrico, che tuttavia, come si è visto, non può essere utilizzata come valore di riferimento in quanto contenente un certo grado di imprecisione. Si è ritenuto quindi di maggiore affidabilità il valore calcolato con il metodo sopra esposto.

Durante la campagna di misure si è proceduto ad un calcolo periodico della portata attraverso il metodo del bilancio dell'energia per verificare la sussistenza di variazioni nelle condizioni di esercizio. Le misure successive sono state eseguite con il sistema di aerazione completamente sotto battente. Non si sono registrate comunque variazioni significative di portata durante il lavoro.

H.3.1 Stima dell'accuratezza della misura

Si espone qui la valutazione dell'accuratezza della misura di portata effettuata con il trasduttore di pressione. Nel fare questo, si è impiegata la (H.3.4), ipotizzando un coefficiente α per la perdita di carico all'imbocco non

più costante (α = 0.5 per imbocco a spigolo vivo), ma soggetto a errori. L'equazione assume quindi la forma:

$$Q = \sqrt{\frac{2g\left(z_P + \frac{p_P}{\gamma} - z_{PL}\right)}{\left(\frac{1}{A_U^2} + \frac{\left(\alpha + \frac{\lambda\, L_C}{D_C}\right)}{A_C^2}\right)}} \qquad \text{(H.3.5)}$$

La stima dell'accuratezza della misura tiene in considerazione tutte le approssimazioni fatte sulle misure delle grandezze che appaiono in questa legge e l'errore derivante dalla misura di pressione.

Secondo la (H.3.5) la portata di ricircolo dipende da dieci parametri:

$$Q = f\,(z_{PL}, z_P, p_P, g, \alpha, \gamma, \lambda, D_u, L_c, D_c) \qquad \text{(H.3.6)}$$

Ognuno di questi parametri è calcolato con una certa accuratezza.

Occorre quindi stimare innanzitutto gli errori percentuali che si commettono nel valutare ciascuna grandezza che compare nella legge. Nel fare questo, si sono ipotizzati nulli gli errori commessi sulla misura delle grandezze geometriche ($z_{PL,}$ $z_{P,}$ D_u, L_c, D_c) e si sono considerati valori costanti di accelerazione di gravità g (9.81 m/s^2) e di peso specifico dell' acqua γ (9810 N/m^3).

Si può comunque considerare che il parametro tra questi che comporta una maggiore influenza sulla stima della portata sia il diametro dell'ugello D_u, per due motivi. Il primo è che un errore assoluto nella misura incide di più dove la grandezza è più piccola (un errore del decimo di millimetro comporta un errore percentuale $\delta D_u/D_u$ del 1.2%, mentre lo stesso errore sulla misura di D_c

comporta un errore percentuale dell'8‰), il secondo è che il termine cinetico, dipende dal quadrato del diametro all'uscita, è la quasi totalità del carico totale.

Per quanto concerne i parametri presi in considerazione nel calcolo, si sono considerati i valori elencati in Tabella H.3.2.

Tabella H.3.2. Accuratezza dei parametri nel calcolo della portata.

Parametri	Errore assoluto	Errore relativo
p_P	δp_P = 500 Pa	$\delta P_P/P_P \approx 0.01\%$
α	δα = 0.1	δα/α = 20%
λ	δλ = 0.005	δλ/ λ ≈ 20%

Nella stima dell'errore dovuto alla misura di pressione, si è considerata un'accuratezza sul valore di fondoscala (1 atm) pari a circa lo 0.5 %.

In seguito sono stati calcolati i pesi che vanno a moltiplicare gli errori percentuali su ciascuna grandezza della (H.3.6). Per far questo si sono sviluppate le derivate $\partial Q / \partial g_i$, ottenendo le seguenti relazioni:

$$\frac{\partial Q}{\partial p_P}\frac{p_P}{Q} = \frac{1}{2\left(1+\dfrac{\gamma(z_P - z_{PL}}{p_P}\right)}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha}\frac{\alpha}{Q} = -\frac{1}{2}\frac{1}{2\left(\dfrac{A_c^2}{A_u^2}\dfrac{1}{\alpha}+1+\dfrac{\lambda L_c}{D_c\alpha}\right)} \qquad \text{(H.3.7)}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda}\frac{\lambda}{Q} = -\frac{1}{2}\frac{1}{2\left(\dfrac{D_c A_c^2}{\lambda L_c A_u^2}+1+\dfrac{D_c\alpha}{\lambda L_c}\right)}$$

Inserendo i valori medi delle grandezze si ottiene:

$$\frac{\partial Q}{\partial p_P}\frac{p_P}{Q} = 0.48$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \alpha}\frac{\alpha}{Q} = 0.048 \qquad \text{(H.3.8)}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda}\frac{\lambda}{Q} = 0.015$$

L'errore percentuale commesso nella stima della portata risulta:

$$\frac{\delta Q}{Q} = \sqrt{\left(\left(0.48\frac{\delta p_P}{p_P}\right)^2 + \left(0.048\frac{\delta \alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(0.015\frac{\delta \lambda}{\lambda}\right)^2\right)} \cong 0.01 \qquad \text{(H.3.9)}$$

Si può quindi affermare che l'accuratezza della misura, trascurando gli errori di misura sulle quantità geometriche, e sovrastimando quelli dovuti ai coefficienti delle perdite di carico, è pari all' 1%.

Appendice I

Velocimetro ad ultrasuoni ADV

I.1 Introduzione

La sonda ADV (acronimo di *Acoustic Doppler Velocimeter*) è un misuratore di velocità Doppler ad ultrasuoni bistatico in grado di misurare le tre componenti di velocità secondo un sistema cartesiano ortogonale (Lohrmann *et al.*, 1994). Il termine bistatico si riferisce al fatto che l'ADV usa trasduttori acustici differenti per trasmettere e ricevere. Trasmettitori e ricevitori sono realizzati con lo scopo di generare configurazioni di raggi con apertura molto stretta. Il velocimetro impiegato ha ricevitori inclinati di 30° rispetto all'asse del trasmettitore, in modo tale che i raggi di emissione intersechino il volume di controllo in un punto, determinando così la posizione del volume di misura. I tre braccetti ricevitori sono posizionati a incrementi di 120 ° intorno a un trasmettitore (Figura I.1.1). Per ulteriori dettagli sul principio di funzionamento, si rimanda a Bentley (2005).

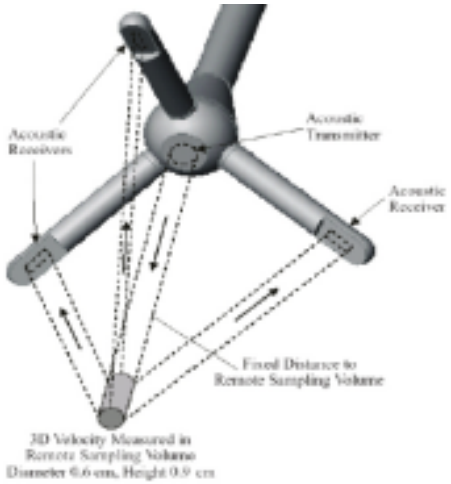


Figura I.1.1. Schema della sonda (Nortek).

I.2 Specifiche tecniche

Il velocimetro ad ultrasuoni ADV a tre componenti impiegato è un Nortek® AS 10 MHz. Il sistema è composto da tre moduli principali:

- la sonda di misura;
- il modulo di condizionamento del segnale;
- il modulo di elaborazione del segnale.

Le specifiche tecniche sono elencate in Tabella I.2.1.

Tabella I.2.1. Specifiche tecniche del velocimetro ad ultrasuoni ADV Nortek.

Caratteristica	***Valore***
Frequenza acustica	10 MHz
Range di misura (VR)	±0.09, 0.10, 030, 1.0, 2.5 m/s
Risoluzione	1 10^{-4} m/s
Accuratezza (Lohrmann *et al.*, 1994)	±2.5% VR ±2.5 10^{-3} m/s
Random noise	<1% VR
Frequenza di campionamento	0.1÷25 Hz
Volume di campionamento	cilindro di 6 mm di diametro e 3÷9 mm di altezza

Per quanto riguarda il range di velocità, deve essere scelto prima dell'inizio dell'acquisizione. In ogni caso il range impostato può essere modificato dallo strumento, qualora il valore scelto sia troppo elevato in rapporto alle velocità da misurare. È buona norma mantenere il range più piccolo possibile per evitare di lavorare con livelli di rumore eccessivamente alti. La Tabella I.2.2 evidenzia ciò che comporta la scelta del range (nominale) in termini di velocità massime rilevabili.

Tabella I.2.2. Valori di velocità nominale e rispettivi valori massimi rilevabili nelle diverse direzioni.

Range di velocità (VR) [m/s]	**Velocità orizzontale massima [m/s]**	**Velocità verticale massima [m/s]**
±0.03	±0.30	±0.10
±0.10	±0.60	±0.15
±0.30	±1.20	±0.30
±1.00	±3.00	±0.75
±2.50	±3.60	±0.90

I.3 Output dello strumento

Il velocimetro permette di registrare su PC:

- velocità (nelle tre componenti *x*, *y* e *z*);
- l'indice di correlazione (per ogni ricevitore);
- rapporto segnale-rumore (per ogni ricevitore).

La *velocità* viene restituita nelle tre componenti cartesiane ortogonali (*u*, *v* e *w*).

L'*indice di correlazione* o *coefficiente di correlazione* è un numero compreso tra 0 e 100 (0: correlazione minima; 100: correlazione massima) e indica la misura in cui due serie di dati tendono a muoversi in sincronia, tralasciando ogni relazione di casualità (McLelland *et al.*,1999).

Questo parametro può essere considerato come il livello di qualità dei dati rilevati e come l'indicatore di correttezza dei parametri utilizzati; infatti, maggiore è la correlazione, migliore è la correttezza del range in relazione alle velocità in gioco. La casa costruttrice del velocimetro indica come indice di correlazione ottimale un valore compreso tra 70 e 100.

Per avere un'ottimale acquisizione del segnale di ritorno emesso dal trasmettitore acustico, l'eco deve avere forza sufficiente a consentire il corretto calcolo della frequenza Doppler. Se l'eco di ritorno è troppo debole, il calcolo delle velocità diventa costantemente affetto da rumore.

Il valore di potenza dell'eco è quantificato in termini di rapporto segnale-rumore (*SNR*, acronimo di *Signal to Noise Ratio*, in deciBell). Per una frequenza di acquisizione dei dati di 25 Hz, l'azienda costruttrice del velocimetro prescrive un valore *SNR* maggiore di 15 dB.

Valori inferiori a quanto riportato possono indicare:

- eccessiva velocità del flusso in relazione al range adottato;
- eccessivo strato di sedimento sulla sonda che impedisce la corretta trasmissione, o ricezione del suono;

- insufficiente quantità di particelle in sospensione in seno alla massa fluida;

Questo ultimo problema, riscontrato durante le nostre misure, si risolve diluendo nel campo di moto un liquido di *seeding* (costituito da particelle riflettenti) fornito dalla casa costruttrice. La soluzione ha lo scopo di aumentare la concentrazione di particelle sospese all'interno del volume di controllo quindi di aumentare il numero e l'intensità delle onde riflesse sul ricevitore. La concentrazione consigliata che deve avere l'acqua presente nel punto di campionamento è di 10÷50 g/m³.

I.4 Metodo di elaborazione dei dati

I dati di velocità, prima di essere impiegati per il calcolo delle medie e delle deviazioni standard sono stati analizzati.

Innanzitutto, sono stati scartati tutti i dati di velocità con:

- rapporto segnale rumore minore di 15 dB;
- correlazione minore di 70.

Per ridurre gli *spike*, dovuti a problemi di *aliasing* del segnale Doppler, si è impiegata la tecnica descritta da Goring *et al.* (2002).

Gli spike sono stati individuati con il metodo *Phase-Space Thresholding* e sostituiti con valori ricostruiti in base ad una polinomiale di terzo ordine interpolata su 24 punti.

Appendice J

Modello numerico euleriano

J.1 Modelli di turbolenza

J.1.1 Introduzione

Il moto turbolento di un fluido è caratterizzato da un campo di velocità fluttuante nel tempo. Queste fluttuazioni di velocità fanno sì che vi siano degli scambi di quantità di moto e di energia. Queste fluttuazioni del campo di moto possono essere su piccola o grande scala spaziale.

La simulazione RANS (acronimo di *Reynold Averaged Navier–Stokes Simulation*) utilizza equazioni di bilancio solo per quantità medie e modella tutti i tipi di sforzi turbolenti (a piccola ed a grande scala). Ciò permette uno sforzo computazionale estremamente minore rispetto alla simulazione DNS (acronimo di *Direct Numerical Simulation*) e permette di giungere a soluzioni in modo relativamente veloce per problemi in moto permanente. Questi vantaggi hanno fatto sì che i modelli RANS vengano utilizzati in problemi ingegneristici. I modelli RANS sono numerosi: tra i più famosi ricordiamo il modello Spalart-Almaras, il modello k-ε (e le sue varianti) ed il modello k-ω (e le sue varianti).

Ricordiamo che, tranne la DNS, gli altri modelli sono una rappresentazione approssimata del fenomeno fisico della turbolenza poiché la descrivono da un punto di vista macroscopico e mediato nel tempo.

In questa tesi si è impiegata la simulazione RANS e, in particolare, i modelli a viscosità turbolenta (*Eddy viscosity models*). Questi modelli si basano sull'ipotesi di Boussinesq, cioè sull'analogia tra i fenomeni del moto turbolento ed il processo di gradiente-diffusione molecolare. In questi modelli, lo sforzo turbolento ($\rho \overline{u'_i u'_j}$) ed i flussi turbolenti sono direttamente proporzionali ai gradienti locali (mediati nel tempo) delle grandezze del campo di moto attraverso coefficienti di viscosità e diffusività turbolenta. La viscosità turbolenta è legata ad una scala di velocità e ad una scala di lunghezza. Per legare queste grandezze sono stati proposti vari modelli.

I modelli a viscosità turbolenta sono le equazioni di Navier-Stokes[4] che, nella formulazione per fluidi comprimibili, sono:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{x_j}\left(\rho\, u_j\right) = s_m \ \text{(eq. di continuità)} \\ &\frac{\partial \rho\, u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{x_j}\left(\rho\, u_j\, u_i - \tau_{ij}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + F_i \ \text{(eq. equilibrio dinamico)} \end{aligned} \qquad \text{(J.1.1)}$$

dove

t è il tempo;

x_i sono le coordinate cartesiane;

u_i sono le componenti di velocità lungo le direzioni degli assi cartesiani;

p è la pressione piezometrica;

---

[4] Per fluidi newtoniani incomprimibili (ρ=cost) e per moto vario senza immissioni di fluido (s_m=0) le equazioni di Navier-Stokes possono essere riscritte nel seguente modo:

$$\overline{\nabla} \cdot \overline{V} = 0$$

$$\rho\left(\frac{\partial \overline{V}}{\partial t} + \overline{V} \cdot \overline{\nabla V}\right) = -\overline{\nabla} p + \mu \nabla^2 \overline{V} + \rho\, \overline{F}$$

ρ è la densità;
τ_{ij} sono le componenti del tensore di sforzo;
s_m è la sorgente di massa immessa/estratta nel volume di controllo;
F_i è la sorgente di forze agenti (di massa ed esterne) sul volume di controllo.

Per moti turbolenti, le equazioni di Navier-Stokes vengono riscritte separando ogni grandezza del campo di moto (ad esempio, le velocità e le pressioni) in una parte media (contrassegnata da un segno $\bar{}$ posto al di sopra della grandezza) ed una parte fluttuante nel tempo rispetto al valor medio (contrassegnata con un apice ‘); ad esempio, la velocità u_i diventa:

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i \tag{J.1.2}$$

Per moti turbolenti con fluidi newtoniani incomprimibili omogenei ed isotropi, le componenti del tensore di sforzo (τ_{ij}) mediate nel tempo risultano:

$$\tau_{ij} = 2\,\mu\,S_{ij} - \rho\,\overline{u'_i\,u'_j} \tag{J.1.3}$$

dove
μ è la viscosità dinamica del fluido
S_{ij} è tensore velocità di deformazione

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{J.1.4}$$

$\rho \overline{u'_i u'_j}$ è lo sforzo turbolento (*Reynolds stresses*). Nel modello di Boussinesq, lo sforzo turbolento è formulato nel seguente modo:

$$\rho \overline{u'_i u'_j} = 2 \mu_T \ S_{ij} \tag{J.1.5}$$

dove μ_T è la viscosità turbolenta (o viscosità effettiva), che Boussinesq ipotizzò come grandezza isotropa; la viscosità turbolenta è una viscosità fittizia che permette di descrivere gli sforzi turbolenti in un modo semplificato.
In questo modo, il tensore sforzo τ_{ij} descritto nella (J.1.3) diventa:

$$\tau_{ij} = 2 \left(\mu + \mu_T \right) S_{ij} \tag{J.1.6}$$

Ne deriva che il moto turbolento ha un'equazione degli sforzi riscritta in modo del tutto simile all'equazione del moto laminare.

Per il calcolo della viscosità turbolenta sono stati seguiti vari approcci; tra i primi vi è stato l'utilizzo dei modelli a lunghezza di mescolamento (*Mixing lenght theory*) basati sulla teoria di Prandlt, in cui la viscosità turbolenta viene definita mediante la sola scala fisica, cioè attraverso una lunghezza di mescolamento (l) ed un parametro di calibrazione (α, adimensionale). Altri modelli di turbolenza basati sull'ipotesi di Boussinesq (come, ad esempio, il modello Spalart-Almaras) introducono un'ulteriore equazione per riuscire a determinare la viscosità turbolenta. Altri ancora, utilizzano 2 equazioni globali per raggiungere lo stesso scopo; tra questi, si annoverano il modello k-ε (e tutte le sue varianti) ed il modello k-ω. I modelli di turbolenza citati sono solo alcuni degli innumerevoli presenti nella fluidodinamica computazionale.

J.1.2 I modelli *k-ε*

I modelli *k-ε* sono considerati i modelli di turbolenza più "semplici" e "completi" attualmente esistenti poiché riescono a simulare numerosi tipi di moto turbolento in modo relativamente accurato. La loro prima formulazione fu proposta da Launder *et al.* (1972). Successivamente sono state proposte modifiche per ovviare alcuni problemi riscontrati nel modello originale.

I modelli *k-ε* sono modelli semi-empirici basati fondamentalmente su due equazioni differenziali: una per il trasporto dell'energia cinetica turbolenta (*k*) ed una per il trasporto della dissipazione dell'energia turbolenta (*ε*). I vari modelli di turbolenza *k-ε* differiscono per:

- la forma delle equazioni di *k* ed *ε*;
- come vengono trattate le zone in prossimità delle pareti;
- il legame tra lo sforzo turbolento ($\rho \overline{u'_i u'_j}$) ed il tensore velocità di deformazione (S_{ij}) che può essere lineare o non lineare.

In questa tesi sono stati utilizzati due modelli a viscosità turbolenta derivati dal modello *k-ε*:

- modello *k-ε* standard;
- modello *k-ε* RNG (acronimo di *ReNormalization Group*).

In generale, l'energia cinetica turbolenta per unità di massa *k* si può descrivere con la formula:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_j'} \tag{J.1.7}$$

Infatti, il prodotto tra le due velocità fluttuanti crea un termine u^2 tipico della formula dell'energia cinetica.

Ricavando dall'equazione di Navier-Stokes e dalla simulazione RANS l'equazione di bilancio per l'energia turbolenta, si trova che il termine di dissipazione turbolenta (ε) risulta:

$$\varepsilon = \frac{\mu}{\rho}\overline{\left(\nabla u_i^{'}\right)^2} \tag{J.1.8}$$

Questa quantità viene assunta come seconda incognita del modello.

Qualsiasi modello *k*-ε deve obbedire a due vincoli dinamici: l'energia cinetica turbolenta (*k*) e la dissipazione turbolenta (ε) devono essere positive.

J.1.2.1 Modello k-ε standard

Il modello *k*-ε standard (Leschziner, 1993) è un modello di tipo lineare: il legame tra lo sforzo turbolento e la velocità di deformazione è quello descritto dall'ipotesi di Boussinesq (J.1.5). Nella costruzione del modello *k*-ε si è assunto che il moto fosse puramente turbolento e che gli effetti della viscosità molecolare fossero trascurabili.

Nel modello *k*-ε standard l'equazione dell'energia turbolenta (*k*) è ricavata analiticamente dallo svolgimento dell'equazione di Navier-Stokes mediata nel tempo, mentre l'equazione del tasso di dissipazione turbolenta (ε) è ottenuta da ragionamenti sulla fisica del fenomeno della turbolenza.

Nel modello *k*-ε la viscosità turbolenta è collegata a *k* e ε attraverso considerazioni dimensionali dalla formula:

$$\mu_T = \rho\, C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \tag{J.1.9}$$

dove C_μ è un coefficiente empirico, solitamente mantenuto costante.

L'equazione differenziale dell'energia turbolenta *k* per fluidi incomprimibili è:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\, k)+\frac{\partial \rho\, u_k\, k}{\partial x_k}-D_k=P_k-\rho\,\varepsilon \tag{J.1.10}$$

dove:

D_k è il termine diffusivo dell'energia turbolenta che, nel caso di diffusione isotropa, è:

$$D_k=\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\left(\mu+\frac{\mu_T}{\sigma_k}\right)\frac{\partial k}{\partial x_j}\right] \tag{J.1.11}$$

σ_k è il numero di Prandtl per l'energia cinetica turbolenta

P_k è il termine di generazione dell'energia turbolenta; il termine esatto nell'equazione dell'energia turbolenta (J.1.10) sarebbe:

$$P_k=-\rho\,\overline{u'_i\,u'_j}\,\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \tag{J.1.12}$$

In realtà, in accordo con l'ipotesi di Boussinesq, il termine P_k è riscritto come:

$$P_k=-\mu_T\, S^2 \tag{J.1.13}$$

in cui S è il modulo del tensore velocità di deformazione

$$S=\sqrt{2\, s_{ij}\, s_{ij}} \tag{J.1.14}$$

L'equazione che governa la dissipazione di energia turbolenta ε è:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\,\varepsilon)+\frac{\partial \rho\,u_k\,\varepsilon}{\partial x_k}-D_\varepsilon=P_\varepsilon-S_\varepsilon \tag{J.1.15}$$

dove

D_ε è il termine di diffusione della dissipazione turbolenta che, nel caso di diffusione isotropa è:

$$D_\varepsilon=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}\right] \tag{J.1.16}$$

P_ε è il termine di produzione di dissipazione turbolenta, che deve essere proporzionale al termine P_k:

$$P_\varepsilon=\frac{\varepsilon}{k}C_{\varepsilon 1}\,P_k \tag{J.1.17}$$

S_ε è il termine di distruzione della dissipazione turbolenta, che deve tendere a infinito quando k tende a 0:

$$S_\varepsilon=\frac{\varepsilon^2}{k}\rho\,C_{\varepsilon 2} \tag{J.1.18}$$

σ_ε è il numero di Prandtl per la dissipazione dell'energia cinetica turbolenta $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ sono costanti.

In Tabella J.1.1 sono riportati i valori standard del modello k-ε standard.

Tabella J.1.1. Valori standard dei coefficienti del modello *k-ε* standard.

C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	κ^*
0.09	1.0	1.22	1.44	1.92	0.419

*** Costante di Von Kàrmàn**

Questi valori sono stati ricavati da esperimenti effettuati con acqua ed aria e hanno mostrato un buon comportamento per vari tipi di flussi liberi e confinati. Ciò non toglie che essi possano essere modificati.

Sono note situazioni in cui i risultati del modello *k-ε* standard fornisce risultati scadenti:

- flussi con forti curvature delle linee di corrente;
- flussi con notevole vorticità (ad esempio, la modellazione del flusso attorno ad un cilindro, in cui l'aumento di viscosità turbolenta può ostacolare il dissolvimento dei vortici);
- flussi con un forte gradiente di pressione avverso.

J.1.2.2 Modello k-ε RNG

Il modello *k-ε* RNG (CD-Adapco, 2004) deriva da una rigorosa tecnica statistica impiegata per simulare alcuni fenomeni fisici particolari (ad esempio, il comportamento di liquidi e gas in vicinanza al punto critico, cioè la temperatura e la pressione a cui la fase liquida e gassosa coesistono). L'idea che sta alla base della teoria RNG applicata alla turbolenza è quella di rimuovere sistematicamente le piccole scale di turbolenza fino al punto in cui le scale rimanenti possano essere risolte con le capacità di calcolo dei computer. Inoltre, il modello assume che il campo delle velocità fluttuanti u'_i sia governato da una equazione di Navier-Stokes modificata:

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{x_j}\left(\rho u_j u_i - \tau_{ij}\right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + F_i + f_i \qquad \text{(J.1.19)}$$

in cui è presente una nuova forza casuale f_i che varia il proprio valore anche in base alla scala dei vortici.

Le equazioni del modello *k*-ε RNG sono molto simili alle equazioni del modello *k*-ε standard ma differiscono per:

- la presenza di un termine aggiuntivo nell'equazione della dissipazione turbolenta ($\Re$) che migliora l'accuratezza per flussi a curvatura rapida;
- l'inclusione dell'effetto dei vortici sulla turbolenza, assente nel modello *k*-ε standard; ciò migliora notevolmente i risultati delle simulazioni con moti vorticosi;
- il calcolo analitico del numero di Prandtl per l'energia turbolenta (σ_k); al contrario, il modello *k*-ε standard utilizza un valore fisso di numero di Prandtl.

Inoltre, mentre il modello *k*-ε standard è un modello di turbolenza adatto solo a moti con un elevato numero di Reynolds, il modello *k*-ε RNG utilizza una formula per il calcolo della viscosità effettiva che tiene conto anche degli effetti dovuti a flussi con numeri di Reynols bassi.

Tutto ciò rende il modello *k*-ε RNG più accurato ed adatto ad un ampio numero di casi di turbolenza rispetto al modello *k*-ε standard.

L'equazione differenziale dell'energia turbolenta *k* per fluidi incomprimibili del modello *k*-ε RNG proposta da Yakhot e Orszag (1986) è:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\, k) + \frac{\partial \rho\, u_k\, k}{\partial x_k} - D_k = P_k - \rho\, \varepsilon \qquad \text{(J.1.20)}$$

L'equazione che governa la dissipazione di energia turbolenta ε è:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\,\varepsilon)+\frac{\partial \rho\,u_k\,\varepsilon}{\partial x_k}-D_\varepsilon=\frac{\varepsilon}{k}\,C_{\varepsilon 1}\,P_k-\frac{\varepsilon^2}{k}\,\rho\,C_{\varepsilon 2}-\Re \tag{J.1.21}$$

dove

$\Re$ è un termine aggiuntivo rispetto alle equazioni del modello *k*-ε standard; fisicamente, è:

$$\Re=\mu\,S_{ij}\,\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_i}\frac{\partial u'_j}{\partial x_j}} \tag{J.1.22}$$

questo termine tiene conto delle rapide distorsioni dei vortici. Senza descrivere i passaggi, nel modello *k*-ε RNG il termine $\Re$ è modellato come:

$$\Re=\frac{C_\mu\,\eta^3\left(1-\dfrac{\eta}{\eta_0}\right)}{1+\beta\,\eta^3}\,\frac{\rho\,\varepsilon^2}{k} \tag{J.1.23}$$

in cui

η è una variabile adimensionale

$$\eta=S\,\frac{k}{\varepsilon} \tag{J.1.24}$$

η_0 è un coefficiente fissato in modo empirico

β è un coefficiente che è funzione di altre grandezze, tra cui la costante di Von Kàrmàn:

$$\kappa = \sqrt{\left(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1} + \frac{\eta\left(1-\frac{\eta}{\eta_0}\right)}{1+\beta\eta^3} \right)\frac{\sqrt{C_\mu}}{\alpha_\varepsilon}} \qquad \text{(J.1.25)}$$

in cui $\alpha_\varepsilon = 1.39$.

Da esperimenti effettuati in flussi turbolenti, la costante di Von Kàrmàn (κ) assume il valore di 0.4. Da ciò si ricava che $\beta = 0.012$.

Gli altri termini dell'equazione sono del tutto identici a quelli delle (J.1.9) ÷(J.1.16).

I restanti coefficienti assumono valori diversi rispetto al modello *k-ε* standard, come è mostrato nella Tabella J.1.2.

Tabella J.1.2. Valori standard dei coefficienti del modello *k-ε* RNG.

C_μ	σ_k	σ_ε	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	κ*	η_0	β
0.085	0.719	0.719	1.42	1.68	0.4	4.38	0.012

*** Costante di Von Kàrmàn**

J.2 Funzioni di parete (wall-function)

J.2.1 Introduzione

La legge di parete è la legge che fornisce la velocità media di una corrente turbolenta (lungo una parete piana) in funzione della sua distanza dalla parete.

La velocità locale in parete è nulla (condizione di aderenza). In prossimità delle pareti, lo smorzamento viscoso riduce le fluttuazioni della velocità tangenziale; mano a mano che ci si allontana dalla parete i gradienti di velocità

creano sempre più turbolenza, fino a passare al moto puramente turbolento. Numerosi esperimenti hanno mostrato la presenza di 3 strati (Figura J.2.1):

- il substrato viscoso, dove il moto è laminare e la viscosità molecolare gioca un ruolo dominante negli scambi di calore e di quantità di moto;
- lo strato puramente turbolento;
- uno strato di transizione in cui coesistono fenomeni viscosi e turbolenti.

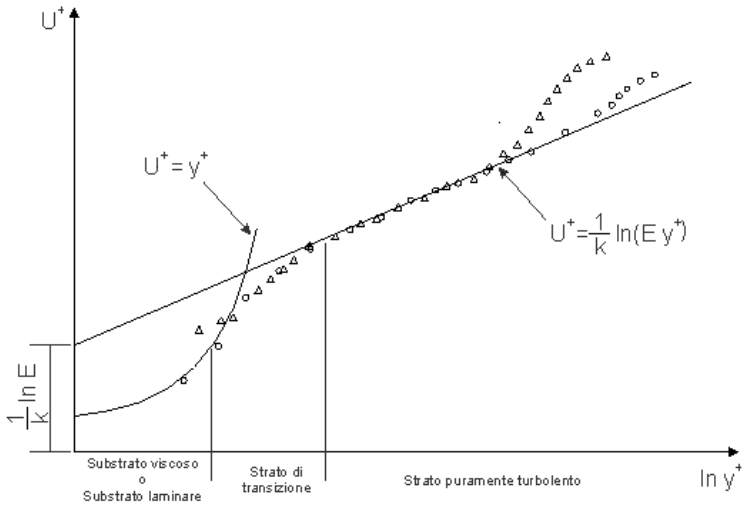


Figura J.2.1. Grafico della distribuzione di velocità in prossimità della parete.

Nella zona in prossimità della parete (*near-wall zone*) vi sono elevati gradienti (di velocità, ad esempio) e gli scambi di quantità di moto e di quantità scalari (come calore e temperatura) avvengono molto vigorosamente. Per questo, un'accurata rappresentazione del flusso nella zona in prossimità della parete è indispensabile per il flusso turbolento. Tuttavia, una rappresentazione accurata richiede mesh molto fitte vicino alla parete per risolvere numericamente tali gradienti.

Le funzioni di parete (o *wall-functions*) sono formule semi-empiriche, basate sulla legge di parete, utilizzate per descrivere il comportamento del moto dalla

parete fino allo strato puramente turbolento. Le wall-functions hanno numerosi vantaggi:

- permettono di ovviare a modifiche del modello di turbolenza per far fronte ad uno strato che si comporta in moto laminare;
- permettono di risparmiare risorse (sia in termini di potenza di calcolo che di raffinamento della griglia) poiché nella zona in cui vi sono rapide variazioni delle grandezze non vi sono calcoli effettuati col modello di turbolenza.

Per questi motivi, le funzioni di parete vengono spesso usate in applicazioni industriali per trattare il comportamento del fluido in vicinanza della parete. Per contro, le leggi di parete non sono adatte a modellare punti del campo di moto in cui sono prevalenti gli effetti degli sforzi viscosi.

Per l'utilizzo delle wall-functions si assume che:

- i gradienti di velocità e di altre grandezze sono in direzione normale alla parete;
- gli effetti del gradiente di pressione sono molto piccoli; ciò porta ad un uniforme sforzo di taglio nello strato modellato;
- gli sforzi tangenziali ed i vettori velocità sono allineati e paralleli alla parete;
- vi è un bilancio tra produzione e dissipazione di energia;
- c'è una variazione lineare della lunghezza della scala turbolenta.

J.2.2 Trattamento analitico

Per pareti lisce, la legge di parete descrive il profilo di velocità con un moto laminare nel substrato viscoso. Nel moto laminare lo sforzo tangenziale in parete è:

$$\tau_w = \mu \frac{\partial U}{\partial y} = \rho \nu \frac{\partial U}{\partial y} \tag{J.2.1}$$

dove

U è la velocità tangenziale alla parete

y la distanza dalla parete

τ_w è lo sforzo in parete, considerato costante in tutto il substrato laminare.

Introducendo la velocità d'attrito:

$$U* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{J.2.2}$$

la velocità adimensionale

$$U^+ = \frac{U - U_w}{U*} \tag{J.2.3}$$

e la distanza dalla parete adimensionale

$$y^+ = \frac{U* y}{\nu} \tag{J.2.4}$$

dalla (J.2.1) si ricava:

$$dU = \frac{U*^2}{\nu} dy \tag{J.2.5}$$

che, integrata nel substrato viscoso porta a:

$$U = \frac{U*^2 y}{\nu} \quad \Rightarrow \quad \frac{U}{U*} = \frac{U* y}{\nu} \quad \Rightarrow \quad U^+ = y^+ \tag{J.2.6}$$

Quindi, nel substrato viscoso si ha un profilo di velocità lineare.

Nello strato misto si utilizza una legge di parete logaritmica del tipo

$$U^+ = \frac{1}{\kappa}\ln\left(E\ y^+\right) \tag{J.2.7}$$

dove E è un coefficiente empirico mentre κ è la costante di Von Kàrmàn.

Il punto di incontro tra i 2 profili di velocità (y_m^+) si ricava mettendo a sistema le 2 equazioni, ovvero risolvendo l'equazione:

$$y_m^+ = \frac{1}{\kappa}\ln\left(E\ y_m^+\right) \tag{J.2.8}$$

Per $E = 9$ e $\kappa = 0.4$, $y_m^+ = 11.62622$.

Riassumendo, la legge di parete per pareti lisce è:

$$U^+ = \begin{cases} y^+ & y^+ \le y_m^+ \\ \frac{1}{\kappa}\ln\left(E\ y^+\right) & y^+ > y_m^+ \end{cases} \tag{J.2.9}$$

Nei modelli k-ε, la distanza dalla parete adimensionale (y^+) può essere descritta da:

$$y^+ = \frac{\rho\, U^* y}{\mu} \approx \frac{\rho\, C_\mu^{0.25}\ k^{0.5}\ y}{\mu} \tag{J.2.10}$$

In condizioni di equilibrio, tra produzione di energia turbolenta e dissipazione:

$$k^+ = C_\mu^{-0.5} \qquad k^+ \equiv \frac{k\,\rho}{\tau_w} \tag{J.2.11}$$

$$\varepsilon^+ = \frac{C_\mu^{0.75}}{\kappa} \qquad \varepsilon^+ = \frac{\varepsilon\, y}{k^{1.5}} \tag{J.2.12}$$

Per pareti idraulicamente scabre, molte leggi di parete possono essere scritte nella seguente forma:

$$U^+ = A + \frac{1}{\kappa}\ln\left(\frac{y^+ - D^+}{B + C\,R^+}\right) \tag{J.2.13}$$

dove:

A, B, C sono costanti che dipendono dal tipo di moto e dal tipo di scabrezza della parete.

D^+ è definita come:

$$D^+ = \rho\, C_\mu{}^{0.25}\; k^{0.5}\; \frac{D}{\mu} \tag{J.2.14}$$

R^+ è definita come:

$$R^+ = \rho\, C_\mu{}^{0.25}\; k^{0.5}\; \frac{y_0}{\mu} \tag{J.2.15}$$

In cui

y_0 è l'altezza equivalente delle asperità (vedi Figura J.2.2);

D è lo spostamento dalla parete ed è quella distanza che, sommata ad y_0, localizza la distanza dalla parete in cui la velocità si annulla.

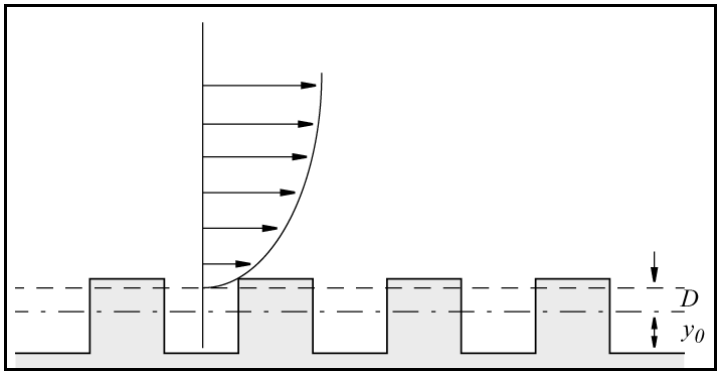


Figura J.2.2. Grandezze caratteristiche di una parete scabra (fonte: CD-Adapco).

Per quanto riguarda il valore delle costanti (*A*, *B*, *C* e *D*), Nikuradse ricavò valori per moti in condotta con scabrezza creata con granelli di sabbia (vedi Tabella J.2.1).

Tabella J.2.1 Valori delle costanti A, B, C e D ricavate da Nikuradse per la formula della legge di parete.

A	*B*	*C*	*D*
8.5	0	1	0

J.2.2.1 Implementazione numerica

Per l'implementazione numerica della legge di parete non è necessario un particolare raffinamento della griglia in prossimità della parete; è sufficiente che il centro della prima cella disti dalla parete una distanza y_C tale che:

$y_C^+ \approx 30 \div 100$ per pareti lisce

$y_C > 4\, y_0$ per pareti scabre

Se y_C è troppo vicino alla parete, la legge di parete non riesce a descrivere completamente la zona viscosa e di transizione; se invece y_C è troppo grande, il profilo di velocità viene eccessivamente modificato rispetto alla realtà.

Per quanto riguarda il calcolo della velocità, si utilizzano le equazioni (J.2.9) e (J.2.13).

Per il calcolo dell'energia turbolenta (k), si risolve l'equazione di trasporto con alcune modifiche:

- si imposta nulla la diffusività di k (ad esempio, ponendo $\partial k / \partial n \approx 0$);
- si impone lo sforzo di parete (τ_w) costante in tutto lo strato e con componente dominante in direzione tangenziale alla parete.

La dissipazione turbolenta (ε), si ritiene costante; è possibile calcolarla mediante la (J.2.14).

J.3 Codice di calcolo e cenni sui metodi di calcolo

Il codice di calcolo utilizzato è *StarCD*® versione 3.26. Il codice risolve calcoli di termofluidodinamica di fluidi mono-multifase comprimibili e incomprimibili in regime di moto stazionario o vario anche in mezzi porosi. *StarCD* è inoltre in grado di tener conto di trasferimenti di massa e reazioni chimiche.

Il programma risolve le equazioni differenziali associate (di quantità di moto, energia, massa) con un metodo ai volumi finiti (FV, acronimo di *Finite Volume*).

Il volume fluido è suddiviso in una serie di elementi discreti e contigui detti *celle*. La griglia di calcolo influisce enormemente sull'accuratezza e la stabilità della soluzione.

Nella risoluzione ai volumi finiti, le variabili sono risolte al centro di ogni cella (detto anche *nodo*) per preservare le proprietà di conservazione delle equazioni differenziali analitiche anche nelle equazioni differenziali discretizzate. I valori nei vertici delle celle sono ottenuti interpolando i risultati nei nodi circostanti.

StarCD utilizza una *mesh* (o griglia di calcolo) non strutturata non ortogonale con celle che possono assumere diverse forme (tetraedro, esaedro, prisma triangolare, piramide e altre forme più complesse). Ricordiamo però che griglie formate da esaedri permettono migliore accuratezza e velocità di calcolo.

J.3.1 Il metodo dei volumi finiti

Per descrivere il metodo ai volumi finiti è conveniente lavorare con una forma dell'equazione di conservazione generale relativa ad un sistema di coordinate libere:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\,\phi)+div\left(\rho\,\bar{u}\,\phi-\Gamma_\phi\ grad\ \phi\right)=s_\phi \tag{J.3.1}$$

dove:

ϕ è una delle qualsiasi variabili incognite (ad esempio: la componente di velocità in direzione i u_i; oppure l'energia cinetica turbolenta k);

$\bar{u}$ è il vettore velocità;

Γ_ϕ è il coefficiente di diffusione;

s_ϕ è il coefficiente "sorgente";

Γ_ϕ e s_ϕ si ricavano dalle equazioni rispettive.

Una forma esatta della (J.3.1) integrata sul volume $\forall$ con superficie S è l'equazione:

$$\frac{d}{dt}\int_{\forall}\rho\,\phi\,d\forall+\int_{S}\left(\rho\,\bar{u}_r\,\phi-\Gamma_\phi\ grad\ \phi\right)\cdot d\bar{S}=\int_{\forall}s_\phi\,d\forall \tag{J.3.2}$$

dove

$\bar{S}$ è il vettore superficie;

$\bar{u}_r$ è il vettore velocità relativa tra il fluido e la superficie *S*.

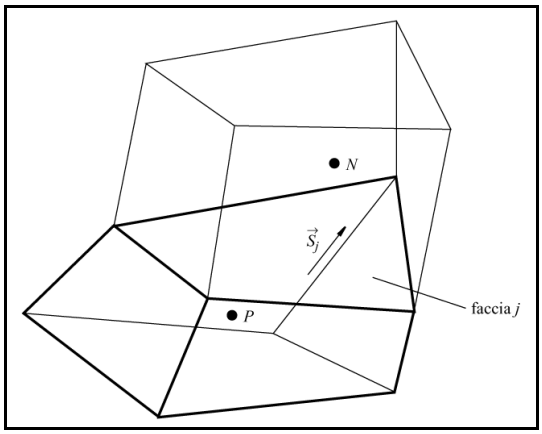


Figura J.3.1. Cella con nodo centrato P e cella adiacente con nodo centrato N.

Se il volume $\forall$ e la superficie *S* si riferiscono ad una cella computazionale con nodo centrale *P*, volume $\forall_P$ e faccia S_j, (con $j=1, \ldots, N_{facce}$), la (J.3.2) diventa:

$$\underbrace{\frac{d}{dt}\int_{\forall_P}\rho\,\phi\,d\forall}_{T_1}+\underbrace{\sum_j\int_{S_j}\left(\rho\,\bar{u}_r\,\phi-\Gamma_\phi\,grad\,\phi\right)\cdot d\bar{S}}_{T_2}=\underbrace{\int_{\forall}s_\phi\,d\forall}_{T_3} \qquad \text{(J.3.3)}$$

Il termine derivato rispetto al tempo T_1 è discretizzato nel seguente modo:

$$T_1\approx\frac{(\rho\,\phi\,\forall)_P^n-(\rho\,\phi\,\forall)_P^o}{\delta t} \qquad \text{(J.3.4)}$$

dove gli apici *n* e *o* stanno per nuovo ("new") e precedente ("old") istante; i due istanti della discretizzazione temporale sono separati da un intervallo di tempo δt.

Il termine T_2 della (J.3.3) si può dividere nella somma di un termine convettivo (C_j) ed uno diffusivo (D_j), entrambi espressi attraverso i valori medi calcolati sulle facce j-esime delle celle:

$$T_2 \approx \sum_j C_j - \sum_j D_j = \sum_j \left(\rho \, \bar{u}_r \; \phi \cdot \bar{S}\right)_j - \sum_j \left(\Gamma_\phi \; grad \; \phi \cdot \bar{S}\right)_j \qquad \text{(J.3.5)}$$

Il termine diffusivo D_j è approssimato attraverso equazioni sviluppate sul centro delle facce:

$$D_j \approx \Gamma_{\phi,j} \left[f_j^l \left(\phi_N - \phi_P\right) + \left(grad\phi \cdot \bar{S} - f_j^l \; grad\phi \cdot \bar{d}_{PN}\right)\right] \qquad \text{(J.3.6)}$$

dove:

$\Gamma_{\phi,j}$ è la diffusività sulla faccia *j* (interpolata)

f_j^l sono fattori geometrici della faccia *j*

$\bar{d}_{PN}$ è il vettore distanza tra i nodi P ed N.

La prima parentesi della (J.3.6) rappresenta la diffusione normale tra il nodo P ed il nodo N della cella adiacente, mentre la seconda parentesi rappresenta la diffusione in direzione trasversale.

Il termine convettivo C_j della (J.3.6) è descritto in modo dettagliato nei paragrafi successivi.

Il termine T_3 contiene generalmente le componenti che rappresentano le sorgenti delle proprietà di trasporto. La forma esatta dipende dalle variabili che si stanno analizzando e dal fenomeno da modellare. In generale, flussi e altri termini che contengono gradienti sono approssimati in un modo simile ai termini C_j e D_j; le quantità che non contengono gradienti sono valutate utilizzando le quantità note ai nodi.

Per semplicità, il risultato di questi calcoli è scritto nella formula quasi lineare:

$$T_3 \approx s_1 - s_2\ \phi_P \tag{J.3.7}$$

J.3.2 Discretizzazione spaziale del flusso

Il modo in cui i termini diffusivi e convettivi vengono espressi in funzione dei valori ϕ ai nodi è uno dei fattori chiave per determinare l'accuratezza e la stabilità del calcolo, sia per problemi in regime stazionario che di transitorio. Per le correnti ad alto numero di Reynolds, l'approssimazione del flusso convettivo (C_j) è particolarmente importante.

Vi sono due tipi di approssimazione del flusso convettivo:

- schemi risolutivi di "basso ordine" di discretizzazione spaziale, che creano equazioni discretizzate abbastanza semplici da risolvere in grado di produrre soluzioni che rispettano le condizioni fisiche al contorno che ci aspettiamo ma che a volte aumentano le anomalie nei gradienti (la cosiddetta "diffusione numerica"). La diffusione numerica è una forma di errore di troncamento che diminuisce con l'aumento del raffinamento della griglia, al costo di un aumento dell'onere di calcolo.
- schemi risolutivi ad "alto ordine" di discretizzazione spaziale, che preservano meglio gli alti gradienti al costo di creare equazioni che non sono semplici da risolvere. Addirittura, questi metodi possono creare instabilità numerica e/o hanno soluzioni che provocano oscillazioni spaziali della soluzione di natura non fisica (*wiggles*). Queste oscillazioni possono portare a falsi risultati che non hanno significato fisico, come valori negativi di massa ed energia cinetica turbolenta. Questo fenomeno è chiamato "dispersione numerica"; anch'esso può essere diminuito aumentando il raffinamento della griglia.

StarCD offre diversi schemi risolutivi che vengono scelti dall'utente. Per questo motivo, il termine convettivo C_j della (J.3.5) è riscritto nel seguente modo:

$$C_j \equiv F_j \, \phi_j \tag{J.3.8}$$

dove

F_j è il flusso di massa attraverso la faccia *j*:

$$F_j \equiv \left(\rho \, \bar{u}_r \cdot \bar{S}\right)_j \tag{J.3.9}$$

ϕ_j è il valore medio della grandezza calcolata sulla faccia *j* effettivamente interpolato tra i valori dei nodi considerati dallo schema risolutivo utilizzato.

I valori utilizzati sulle superfici delle facce (come ρ e Γ) sono ottenuti con un'interpolazione, solitamente di tipo lineare.

J.3.3 Formulazione del flusso convettivo

La formulazione del termine C_j visto nella (J.3.8), valida per lo schema completamente implicito, assume che i flussi siano ottenuti all'istante successivo all'istante *n* considerato ($t = n+1$). Ad esempio:

$$C_j \equiv F_j^{n+1} \, \phi_j^{n+1} \tag{J.3.10}$$

Con lo schema Crank-Nicholson il termine convettivo è discretizzato nel seguente modo:

$$C_j \equiv \frac{1}{2}\left(F_j^{n+\frac{1}{2}} \, \phi_j^{n+1} + F_j^{n+\frac{1}{2}} \, \phi_j^{n} \right) \tag{J.3.11}$$

dove:

ϕ_j^{n+1} e ϕ_j^n sono i valori delle variabili interpolati sulle facce delle celle in accordo con gli schemi di discretizzazione spaziale descritti successivamente;

$F_j^{n+\frac{1}{2}}$ è il flusso di massa valutato all'intervallo di tempo $t = n + \frac{1}{2}$.

L'espressione utilizzata per il flusso di massa è:

$$F_j^{n+\frac{1}{2}} \equiv \frac{1}{2}\left(F_j^{n+1} + F_j^n\right) \tag{J.3.12}$$

È possibile miscelare lo schema completamente implicito con lo schema Crank-Nicholson; in questo caso il flusso convettivo C_j può essere scritto nella forma:

$$C_j \equiv F_j^{BD}\left[0.5\,\gamma\,\phi_j^n + (1-0.5\,\gamma)\,\phi_j^{n+1}\right] \tag{J.3.13}$$

dove:

$$F_j^{BD} = 0.5\,\gamma\,F_j^n + (1-0.5\,\gamma)\,F_j^{n+1} \tag{J.3.14}$$

Se $\gamma = 1$ la (J.3.13) e la (J.3.14) diventano del tutto identiche a quelle dello schema Crank-Nicholson; se $\gamma = 0$ risulta lo schema completamente implicito.

J.3.3.1 Schemi di discretizzazione spaziale

Per quanto riguarda gli schemi di discretizzazione spaziale, *StarCD* offre lo schema:

- *upwind* (UD, "Upwind Differencing") di primo ordine;
- *linear upwind* (*LUD*), di secondo ordine;

- *differenze centrate* (*CD*), uno schema di secondo ordine che interpola linearmente sui valori adiacenti al nodo preso in considerazione senza rispettare la direzione del flusso. Produce meno diffusione numerica ma è dispersivo;
- *Quadratic Upstream Interpolation of Convective Kinematics* (*QUICK*); questo è uno schema di terzo ordine che interpola con una parabola; dei 3 nodi presi in considerazione, 2 sono presi a monte ed uno a valle;
- *Monotone Advection and Reconstruction Scheme* (*MARS*);
- *Self-filtered central differencing* (*SFCD*);
- *Blended differencing*.

J.3.4 Soluzione delle equazioni ai volumi finiti

La forma finale ai volumi finiti delle equazioni è ottenuta sostituendo i valori approssimati nella (J.3.3) e utilizzando l'equazione di continuità discretizzata; l'equazione di continuità discretizzata può essere scritta nel seguente modo:

$$\frac{(\rho \forall)^n - (\rho \forall)^o}{\delta t} + \sum F_j = 0 \tag{J.3.15}$$

F_j sono calcolate all'istante $t = n+1$ per lo schema completamente implicito e all'istante $t = n+1/2$ per lo schema Crank-Nicholson.

Il risultato dell'associazione delle equazioni differenziali nella sua forma più compatta è:

$$A_P \, \phi_P^n = \sum_m A_m \, \phi_m^n + s_1 + B_P \, \phi_P^o \tag{J.3.16}$$

dove:

$$B_P \equiv \frac{(\rho \forall)^o}{\delta t}$$

$$A_P \equiv \sum_m A_m + s_2 + B_P$$

A_m rappresenta gli effetti della convezione e della diffusione;

La somma è effettuata su tutti i nodi adiacenti *m* usati nella discretizzazione del flusso.

Per ogni cella e per ogni variabile calcolata vi è un'equazione come quella mostrata in (J.3.16); queste equazioni sono eventualmente modificate per tener conto delle condizioni al contorno.

Per la soluzione di questi sistemi di equazioni, *StarCD* utilizza un metodo iterativo.

J.3.5 Algoritmi di soluzione: algoritmo SIMPLE

StarCD offre 3 algoritmi di soluzione con un metodo implicito delle equazioni ai volumi finiti:

- una variante del metodo SIMPLE adattata per le mesh non strutturate e non ortogonali;
- una versione recente ed efficiente dell'algoritmo PISO;
- l'algoritmo SIMPISO che combina il metodo SIMPLE e PISO.

SIMPLE e SIMPISO sono usati solitamente per i calcoli in regime stazionario. SIMPLE in passato era usato anche per moti vari, ma con un costo computazionale elevato: attualmente si tende ad utilizzare il metodo PISO. PISO può essere comunque usato anche per moti stazionari.

Visto che nella presente tesi si è utilizzato il metodo SIMPLE, ci concentreremo su di esso. Per semplificare la spiegazione dell'algoritmo SIMPLE, la trattazione verrà effettuata con una griglia cartesiana.

J.3.5.1 Equazioni

L'equazione della quantità di moto discretizzata riscritta utilizzando la struttura della (J.3.16) è:

$$A_P\ \phi_{i,P}^n = H\left(u_{i,m}^n\right) + B_P^o\ u_{i,P}^o + s_1 + D_P\ \left(p_{N+}^n - p_{N-}^n\right) \tag{J.3.17}$$

dove

$H\left(u_{i,m}\right) = \sum_m A_m\ u_{i,m}$

D_P è un coefficiente geometrico

p_{N+}^n e p_{N-}^n sono la discretizzazione del gradiente di pressione $\frac{\partial p}{\partial x_i}$.

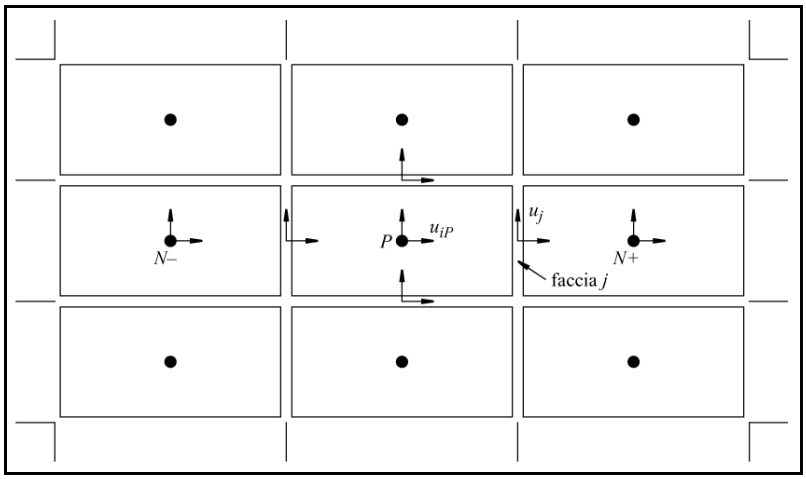


Figura J.3.2. Variabili e notazione della griglia di calcolo.

L'equazione di continuità (J.3.15) è scritta:

$$B_P^n - B_P^o + \sum_j \left(\rho^n\ u_j^n\ S_j\right) = 0 \tag{J.3.18}$$

dove:

u_j è la velocità normale alla faccia *j* della cella

S_j è la superficie della faccia *j*.

Visto che le grandezze vengono calcolate nei nodi, questa equazione deve essere mediata:

$$\overline{A}_P \; u_j^n = \overline{H\left(u_{i,m}^n\right)} + \overline{B_P^o} \; u_{i,P}^o + \overline{s}_1 + \overline{D}_P \left(p_P^n - p_{N+}^n\right) \tag{J.3.19}$$

Questa equazione, quando sostituita nell'equazione di continuità discretizzata (J.3.22) , porta ad un'equazione della pressione nella forma:

$$A_P \; p_P^n = \sum_m A_m \; p_m^n + s_1 \tag{J.3.20}$$

dove il termine sorgente s_1 è una funzione della velocità nei nodi u_i^n e u_i^o e altre quantità.

Da ciò ricaviamo un sistema di equazioni da cui si calcola il valore delle pressioni.

J.3.5.2 Sequenza di soluzione

La soluzione parte dal valore ϕ^o delle variabili del campo. Si avanza all'istante successivo in cui si inizia ad eseguire la sequenza sotto descritta:

1. *Fase "Predictor"*; le equazioni (J.3.18) sono assemblate e risolte per ricavare la velocità provvisoria nel nodo *i* al passo (1), denominata $u_i^{(1)}$:

$$A_P \; \phi_{i,P}^{(1)} = H\left(u_{i,m}^{(1)}\right) + B_P^o \; u_{i,P}^o + s_1 + D_P \left(p_{N+}^{(0)} - p_{N-}^{(0)}\right) \tag{J.3.21}$$

La soluzione delle velocità provvisorie $u_i^{(1)}$, ottenuta mediante un metodo iterativo, è calcolata mediante la (J.3.19) con u_i^n e p^n sostituiti rispettivamente da $u_i^{(1)}$ e p^0.

2. *Fase "First corrector"*; l'equazione di quantità di moto nei nodi è ora presa come:

$$A_P\ \phi_{i,P}^{(2)} = H\left(u_{i,m}^{(1)}\right) + B_P^o\ u_{i,P}^o + s_1 + D_P\ \left(p_{N+}^{(1)} - p_{N-}^{(1)}\right) \qquad \text{(J.3.22)}$$

Allo stesso modo, utilizzando la (J.3.19) in cui si sostituisce $u_i^{(2)}$ e $p^{(1)}$. In modo identico, risolvo l'equazione della pressione nella forma approssimata:

$$A_P\ p_P^{(1)} = \sum_m A_m\ p_m^{(1)} + s_1 \qquad \text{(J.3.23)}$$

dove ora s_1 è funzione delle velocità ai nodi (note) $u_i^{(1)}$ e u_i^0.

Queste equazioni possono essere risolte (mediante iterazioni) per il campo $p^{(1)}$, sapendo che $u_i^{(2)}$ e $u_j^{(2)}$ possono essere ottenute dalla (J.3.22). La soluzione risultante è un'approssimazione delle originali (J.3.17) e (J.3.18).

Dopo aver terminato la fase "First Corrector", si passa all'istante temporale successivo.

Per i calcoli in regime stazionario, si può porre $B_P = 0$ oppure un intervallo di tempo δt molto grande. Ponendo $B_P=0$ il metodo SIMPLE diventa un metodo iterativo che si arresta al raggiungimento della convergenza. Per evitare instabilità numerica, si introduce il "fattore di sotto-rilassamento". Definendo *k* il contatore delle iterazioni, la soluzione al passo *k* della variabile calcolata (ϕ^k)

è presa come una media pesata tra la soluzione al passo precedente (ϕ^{k-1}) e la soluzione provvisoria al passo attuale (ϕ^{k*}):

$$\phi^k = \alpha_\phi \, \phi^{k*} + \left(1 - \alpha_\phi\right) \phi^{k-1} \tag{J.3.24}$$

dove α_ϕ è il fattore di sotto-rilassamento, compreso tra 0 e 1. I fattori di sotto-rilassamento sono utilizzati nella soluzione dei sistemi di equazioni contenenti sia variabili dipendenti sia quantità ausiliarie di densità e viscosità.

StarCD utilizza i parametri di rilassamento standard esposti in Tabella J.3.1.

Tabella J.3.1. Parametri di rilassamento standard impiegati da StarCD.

	Variabile		
	Velocità	***Pressione***	***Turbolenza***
Tolleranza risolutore	0.1	0.05	0.1
Numero massimo iterazioni	100	1000	100
Fattore di rilassamento	0.7	0.3	0.7